NATURA CUPIDITATEM INGENUIT HOMINI VERI VIDENDI
Marcus Tullius Cicero
(Природа наделила человека стремлением к познанию истины)

Мысли Об Истине

Альманах «**МОИ**»
Электронное издание, **ISBN 9984-688-57-7**

Альманах «Мысли об Истине» издается для борьбы с лженаукой во всех ее проявлениях и в поддержку идей, положенных в основу деятельности Комиссии РАН по борьбе с лженаукой и фальсификацией научных исследований. В альманахе публикуются различные материалы, способствующие установлению научной истины и отвержению псевдонаучных заблуждений в человеческом обществе.

Альманах издается с 8 августа 2013 года
Настоящая версия тома выпущена **2016-11-13**

Неопубликованные ранее тексты Решетняка

В конце декабря 2014 года я перестала публиковать в альманахе МОИ тексты академика Решетняка. Формальной причиной было то, что он стал пользоваться новой версией *LaTex* (или новым режимом), и эти тексты уже нельзя было скопировать прежними средствами.[1] Но это, конечно, была лишь причина формальная – если постараться, можно было бы найти способы копирования. Главной причиной было то, что стала совершенно очевидной бессмысленность попыток что-либо объяснять Решетняку: он не был способен воспринимать никакую аргументацию и, стало быть, не было смысла тратить время на перенос его текстов в Альманах, их обработку и написание ответов.

Теперь положение в этом смысле не изменилось: Решетняку по-прежнему бессмысленно что-либо говорить, но оно изменилось в другом смысле: с объявлением о начале операции *Milliaria* появилось 999 других профессоров-адресатов. Для них я теперь публикую опущенные ранее тексты Решетняка, присоединяя к ним комментарии, адресованные «мишеням» операции *Milliaria*. Таким образом, теперь будет опубликовано всё, что Решетняк мне говорил о математике. Неопубликованными остаются лишь несколько маленьких его писем, где нет математики, и где он только пытается издеваться надо мной, приравнивая меня Моське, а себя слону,[2] и т.п.

В выпуске МОИ № 29 (стр.27) я объявила, что те тексты Решетняка, которые всё же тогда публиковались, я больше не буду редактировать, устраняя опечатки, грамматические и синтаксические ошибки. Помещаемые сюда тексты всё-таки мной отредактированы, чтобы не создавать неудобства при чтении нашим 999 читателям. Для колорита оставлены лишь отдельные несуразности стиля Решетняка.

Напоминаю, что «Эглематический постулат», ссылки на который делаются ниже в комментариях к текстам Решетняка, можно сформулировать так: «Все математические объекты есть продукты тех или иных процессов». Далее подразумевается, что процессы эти осуществляются мозговыми программами, что дает более полную картину, но в общем-то для понимания и использования постулата достаточно того (довольно туманного) представления о «процессе», которым математики пользуются обычно, и привлечение мозговых программ не обязательно.

Марина Ипатьева

24 августа 2015 года

* * *

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: marina.olegovna@gmail.com
дата: 20 декабря 2014 г., 21:06
тема: Кантор жив
отправлено через: mail.ru

Собственно письмо опубликовано в МОИ № 27, стр.58, §26; здесь дается приложенный файл ipat03.pdf:

Замечания к критике моего доказательства
теоремы Кантора, принадлежащей М.О. Ипатьевой.

Цитирую текст госпожи Ипатьевой.[3]

[1] См. §28 в МОИ № 27, стр.63.
[2] Отзвуки этого видны, например, в шапках писем на стр.35 МОИ № 29.
[3] **МОИ 2015-08-23:** Цитируется МОИ № 25, стр.61.

Центральным звеном предыдущей главы, несомненно, является приводимая Решетняком в §31 теорема, претендующая на то, что это еще одно доказательство «теоремы Кантора». Как я уже писала, именно на ней сосредоточилось мое внимание 10 сентября, когда поступило письмо Решетняка, именно над ней я рассмеялась, когда поняла, ЧТО мне преподносится, и захотела поставить Решетняку памятник за окончательную компрометацию канторизма. Теорема обставлена по всем законам математической науки: там и Доказательство, и всякие значки типа «$x : n \notin \mathbb{N} \longmapsto x_n \notin [0, 1]$»... Но я, с детства привыкшая обращать минимум внимания на подобные формальные штучки, а всегда смотреть в корень вещей и искать сущность дела, сразу спросила себя: «В чем сущность этого доказательства?»

(Хорошая привычка, к ней бы еще и способность эту самую сущность дела разглядеть. – Ю.Г.Р.)

А сущность его в том, что имеется сходящийся бесконечный ряд, сумма которого стремится к пределу, находящемуся внутри промежутка [0, 1] (в данном случае это ½, но в принципе можно было выбрать и любой другой предел внутри названного промежутка – и, соответственно, другой ряд).

Так почему действительных чисел промежутка [0, 1] больше, чем натуральных чисел? Потому, оказывается, что существуют ряды, сходящиеся к пределу внутри промежутка [0, 1]!

Ха-ха-ха! Вот тут я и рассмеялась.

(Мадам, доказательство содержит некоторую конструкцию. Утверждение, о котором Вы здесь пишете – это лишь конечная часть всего построения. Начало этой конструкции Вы начисто игнорируете. Почему? – Ю.Г.Р.)

(И о чем же тогда свидетельствуют ряды, сходящиеся к пределу 1 и покрывающие весь промежуток? О чем свидетельствуют ряды, сходящиеся к пределам вне этого промежутка? А ряды, члены которых меняют знак? Как они будут интерпретированы в этой модели?).

(Они если и свидетельствуют о чем либо, то только о том, что госпожа Ипатьева пользуется какими-то неправильными мозговыми программами и текст Решетняка не понимает или делает вид, что не понимает. – Ю.Г.Р.)

Если отбросить всю наукообразную мишуру «теоремы Решетняка» и сформулировать ее так, чтобы она выражала действительную сущность дела, то эта «теорема» будет звучать так: Можно подобрать такой бесконечный процесс, чтобы он охватывал лишь часть промежутка [0, 1].

Но, милостивые господа, говоря словами самого Решетняка: «это значит изобрести даже не велосипед, а нечто значительно более примитивное»!

Привожу формулировку теоремы, которую Ипатьева окрестила теоремой Решетняка (на самом деле это теорема Кантора).

Теорема. Для всякой последовательности $x : \mathbb{N} \to [0, 1]$ найдется точка $p \in [0, 1]$ такая, что $p \neq x_n = x(n)$ для всех $n \neq \mathbb{N}$.

Как мы видим, ни о каких процессах в формулировке теоремы ни слова не сказано.

В приведенной формулировке присутствуют слова «для всякой». Эти слова не являются некоторым необязательным словесным украшением, частью какого-то математического ритуала. Они описывают определенные требования, и в доказательстве устанавливается справедливость теоремы при выполнении этих требований. Теорема утверждает, что некий факт имеет место для всех без исключения последовательностей, а не для какой-то одной последовательности рассматриваемого вида.

В ЛЮБОМ бесконечном множестве можно подобрать такой бесконечный процесс P, который будет охватывать лишь часть этого множества – на то она и бесконечность! Так, в множестве натуральных чисел самый примитивный пример: процесс отбирает все (набившие уже оскомину) четные числа. Отобранные процессом числа (т.е. четные) принимаются за счетное множество (оно же бесконечно!). А все нечетные числа остаются вне этого счетного множества, оттуда можно выбирать «точку[4]» и, стало быть, полное множество натуральных чисел имеет мощность большую, чем счетная!

Рассуждение это бьет мимо цели.[5] Из того, что нашлась какая-то захудалая последовательность, не исчерпывающая множество, в котором она лежит, решительно ничего не следует. Чтобы доказать несчетность множества, нужно установить, что аналогичное утверждение верно для **всех без исключения последовательностей**, образованных элементами данного множества. Это, разумеется, не означает, что надо по очереди рассмотреть все такие последовательности. Просто рассуждения должны быть проведены так, чтобы они были применимы к любой последовательности элементов данного множества.

Госпожа Ипатьева начисто игнорирует слова «для всякой». Пока я не вижу, в чем мышление госпожи Ипатьевой превосходит мое «архаичное» мышление.[6]

Продолжение текста Ипатьевой.

> Ха-ха-ха! Глупости всё это, как и глупости «теорема Решетняка». На самом деле в ней ход «математической мысли» таков. Подбирается какой-нибудь процесс, не охватывающий весь промежуток [0, 1] (в данном случае это построение интервалов ($x_n - 2^{(n+2)}$, $x_n + 2^{(n+2)}$)). Поскольку процесс бесконечный, то (бесконечный) ряд его продуктов объявляется равномощным «счетному множеству» и данный факт ставится в начале теоремы: «*Для всякой последовательности* $x : \mathbb{N} \to [0, 1]$...» и т.д. А потом «доказывается», что имеет место то же самое, что в начале было принято самим подбором процесса: что он не охватывает весь промежуток [0, 1].[7]

Сказанное в этом абзаце представляет ситуацию в искаженном виде. Говорится о некоем бесконечном процессе P, «который всегда можно подобрать». Но в теореме, как уже сказано выше, речь идет о последовательностях, а не о процессах. Доказательство состоит в том, что какова бы ни была последовательность (x_n), по ней можно подобрать бесконечный процесс P, который охватывает лишь часть промежутка [0, 1]. Против того, что процесс, построенный в моем доказательстве не охватывает указанный промежуток, возражений нет. Что и требовалось доказать, стало быть доказательство верно.

Получается, таким образом, что при отбрасывании наукообразной мишуры, вместе с водой мой критик выплескивает и ребенка.

> Ars magna!
>
> Разумеется, всё это не стоит и выеденного яйца. (*В первую очередь это относится к Вашим рассуждениям, уважаемая Марина Олеговна.* – Ю.Г.Р.)
>
> Ясно, что никаких реальных приложений «теорема Кантора» не имеет – все ее «приложения» вот такая же кантористская чепуха.[8]

---

[4] **МОИ 2015-08-23:** В цитате по сравнению с оригиналом пропущено «p».

[5] **МОИ 2015-08-23:** Если принят Эглематический постулат (и, стало быть, все математические объекты есть продукты построения определенными процессами), то соотношения (по «мощности») различных бесконечностей («бесконечных множеств») весьма условны: на самом деле все бесконечности одинаковы как результаты бесконечного процесса (независимое построение). Но при желании (если вводить зависимое построение) можно сделать бесконечности «разными» по мощности. Но этим способом можно сделать как мощности большие, чем счетная, так и (бесконечные) мощности, меньшие, чем счетная. А все «доказательства» Кантора при этом несостоятельны. Так что мои слова абсолютно правильны. Решетняк просто не способен рассуждать в системе постулатов, содержащей Эглематический постулат.

[6] **МОИ 2015-08-23:** Мышление «госпожи Ипатьевой» превосходит мышление академика Решетняка в данном случае в том, что «госпожа Ипатьева» способна видеть как систему с Эглематическим постулатом, так и систему без него, а академик Решетняк способен видеть только вторую.

[7] **МОИ 2015-08-23:** В данной цитате имеется в виду ситуация, позже изображенная на рис.25 на стр.87 выпуска МОИ № 27. Нумерацию интервалов можно начать где угодно. Это и есть «подбор процесса P». Если Решетняк начнет нумерацию так, чтобы сумма ряда была меньше единицы, то он увидит противоречие с «покрытием промежутка интервалами», если же начнет нумерацию так, чтобы сумма была равна или больше 1, то противоречия не увидит. Вообще всё это подробно (и исчерпывающе) проанализировано в §33 выпуска МОИ № 27. На самом деле (в системе с Эглематическим постулатом) противоречия, «доказывающего» теорему Решетняка, нет никогда.

[8] **МОИ 2015-08-24:** Эти слова, разумеется, правильны, но положение, в них высказанное, выходит за пределы одного лишь ввода Эглематического постулата: они включают уже и сравнительную оценку систем с таким постулатом и без такого постулата. Эта оценка, конечно, произойдет в пользу Эглематического постулата, и тогда канторизм станет «чепухой», но в рамках операции *Milliaria*, я проведение этого

А еще кто-то меня упрекает в высокомерии! Мадам, любая кантористская чепуха лучше Вашего эглеанского бреда!

Продолжим цитирование текста Ипатьевой.[9]

> Порочный круг – это излюбленный прием в «доказательствах» кантористов (и Решетняка в том числе). Что-нибудь принимается (постулируется), а потом доказывается, что это «что-то» имеет место, а потом всё это интерпретируется так, будто это доказывает правоту кантористов.
>
> Таким было и собственное доказательство Решетняком «теоремы Кантора», данное им в §31. Там внутри промежутка [0, 1] строилась последовательность интервалов $(x_n - 2^{-(n+2)}, x_n + 2^{-(n+2)})$, потом принималось, что это $\{x_n\}$ и есть множество, соответствующее по мощности всему множеству натуральных чисел, и доказывалось, что данные интервалы не покрывают весь промежуток [0, 1].

Что по этому поводу можно сказать? Искажение аргументации оппонента – это излюбленный прием в «рассуждениях» госпожи Ипатьевой. Где в моих рассуждениях порочный круг, я так и не понял. Будьте любезны, укажите мне, что у меня принимается (постулируется), а потом доказывается, что это что-то имеет место. Укажите это «что-то», иначе я буду плохо думать о Вас.[10]

Обращаю внимание на то, что в изложении госпожи Ипатьевой получается,[11] что я сначала задал последовательность промежутков, а потом по ним построил последовательность чисел (x_n). На самом деле порядок иной – сначала задается числовая последовательность, а затем по ней строится последовательность интервалов. Указанная числовая последовательность совершенно произвольна. Это означает, что от нее требуется только, чтобы каждому номеру $n \in \mathbb{N}$ отвечало какое-то число x_n. Наличие каких-либо дополнительных свойств не предполагается. Разумеется, не запрещено таковые свойства последовательности иметь, но в рассуждениях они никак не используются, так что наличие каких-либо специальных свойств последовательности ни на что не влияет. Важно только, чтобы каждому n отвечало в точности одно значение x_n.

Как я понимаю, одна из тех трудностей, преодолеть которую способны не все – использование заключений такого типа: «В данном рассуждении применяются только следующие свойства изучаемых объектов. Следовательно, сделанный вывод справедлив для любого объекта, который обладают этими свойствами». Возникают вопросы такого рода – ну а если исследуемый нами объект обладает какими-либо дополнительными свойствами, то не повлияет ли это на результат. Но если тщательный анализ доказательства показывает, что требуемый результат является следствием только тех свойств исследуемого объекта, которые указаны в формулировке теоремы, то оснований для сомнений нет. Никакие дополнительные свойства не требуются.

В качестве такого дополнительного свойства, усиленно навязываемого Веданской математикой, – требование, чтобы объект был продуктом некоторой мозговой программы.[12]

второго этапа (сравнительной оценки) еще не требую; я требую осуществить только первый этап: признание законности ввода Эглематического постулата и подтверждение справедливости сделанных при нем выводов. При такой постановке вопроса канторизм еще не является «чепухой», а является некоторой конструкцией на основе другой системы постулатов (не включающей Эглематический постулат).

[9] **МОИ 2015-08-24:** Это цитируется уже с другого места: МОИ № 25, стр.84.

[10] **МОИ 2015-08-24:** Ответ на это дан в МОИ № 27, стр.70.

[11] **МОИ 2015-08-24:** Нет, так не получается. При Эглематическом постулате все бесконечности одинаковы, если это независимое построение, а если вводить зависимое построение (когда бесконечности станут неодинаковыми), то его можно вводить и так, чтобы «счетному множеству» ($\mathbb{N}$) соответствовали интервалы, и так, чтобы «счетному множеству» ($\mathbb{N}$) соответствовал Промежуток (тогда в примере Решетняка интервалы будут соответствовать некоторому подмножеству $\mathbb{N}$). Так вот, Решетняк сначала избирает первое (что множеству $\mathbb{N}$ соответствуют именно интервалы, а не Промежуток), а потом «доказывает», что Промежуток больше, чем $\mathbb{N}$. В этом и есть порочный круг. С таким же успехом можно было зависимое соответствие ввести так, чтобы множеству $\mathbb{N}$ соответствовал Промежуток, а интервалы соответствовали лишь некоторому подмножеству $\mathbb{N}$.

[12] **МОИ 2015-08-24:** Ну вот, здесь с предельной ясностью проявляется непонимание ситуации Решетняком (или точнее: нежелание считаться с ней). «*Усиленно навязываемое Веданской математикой требование*» есть ее основной постулат. Об этом Решетняку было заявлено в самом начале общения с ним (см. 5-й абзац в «§8. Подготовительная беседа» на стр.13 выпуска МОИ № 25), а другим математикам много-много раз до этого. Впоследствии Решетняку многократно напоминалось о наличии Эглематического постулата (тогда еще не названного так). Упорное нежелание считаться с постулатами рассматриваемой им концепции особенно позорно для человека, получившего в 2000 году премию имени Лобачевского (см.

Отображение $x : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ не предполагается взаимно однозначным, так что множество $\{x_n\}$, то есть множество значений, принимаемых членами последовательности, в частности, может быть конечным. И, конечно, не исключается возможность, когда это множество равномощно какому-либо подмножеству множества всех натуральных чисел $\mathbb{N}$. Но если это множество бесконечно, то оно допускает взаимно однозначное отображение на множество $\mathbb{N}$. Это следует из хорошо известных свойств счетных множеств,[13] так что ничего «принимать» мне не надо было, тем более, что в доказательстве теоремы это обстоятельство никакой роли не играет.

Продолжаю цитирование текста госпожи Ипатьевой.[14]

> Однако с таким же успехом можно считать, что по мощности (т.е. по количеству элементов) множеству натуральных чисел соответствует как раз весь промежуток [0, 1], а множество $\{x_n\}$ (со своей последовательностью интервалов $(x_n - 2^{-(n+2)}, x_n + 2^{-(n+2)})$) бесконечному подмножеству натуральных чисел, аналогичному множеству четных чисел.[15]

С таким же успехом Вы можете считать, что Волга впадает в Тихий океан.[16] В теореме утверждается, что некий факт верен для всех без исключения последовательностей. Всё это говорит о том, что смысл слов «для всех» Вам не доступен. То есть, теоретически Вы, может быть, и в состоянии произнести правильные слова, но практически в той или иной конкретной ситуации для Вас тут возникает непреодолимая трудность.

Смысл последней фразы Ипатьевой, по видимому, таков. Госпожа Ипатьева хочет сказать, что на самом [деле] я доказываю невозможность отобразить на промежуток [0, 1] некоторого бесконечного множества, имеющего мощность, меньшую чем мощность $\mathbb{N}$. Такие множества бывают только в эглематике, в нормальной математике их нет.[17] Во вторых, обращаю Ваше внимание на то, что в формулировке теоремы, однако, есть слова: «для всякой последовательности». Теорема утверждает, что некоторый факт имеет место для всех без исключения числовых последовательности, а не для какой-то одной случайно выбранной. Это гарантируется тем, что в доказательстве не делается никаких дополнительных предположений о последовательности (x_n). Требуется только, чтобы каждому n отвечает некоторое число x_n. Поэтому доказательство теоремы охватывают как тот случай, когда множество значений последовательности равномощно какому-либо собственному подмножеству $\mathbb{N}$, так и тот (гипотетический) случай, когда оно равномощно всему отрезку [0, 1]. Последний случай заранее не исключается. Из теоремы, конечно, следует, что такая возможность не реализуется. Но пока доказательство не завершено, исключать ее, конечно, нельзя.

> Решетняк просто постулирует именно первый вариант (что $\{x_n\}$ соответствует всем натуральным числам, а не их подмножеству – не второй вариант), а потом доказывает, что постулированное им и есть истина.

Вот я, кажется, добрался до ответа на вопрос, где у меня порочный круг. Получается, что я доказываю, что множество $\{x_n\}$ соответствует всем натуральным числам. Внимательное прочтение формулировки теоремы и доказательства показывает, что ничего такого там нет. Взаимная однозначность отображения $n \to x_n$ не предполагается. Если Вы имеете функцию, определенную

МОИ № 25, стр.3). В отношении Лобачевского слова Решетняка звучали бы так: «*В качестве такого дополнительного свойства, усиленно навязываемого Лобачевским, – требование, чтобы через точку можно было провести несколько прямых, параллельных данной прямой*».

[13] **МОИ 2015-08-24:** Решетняк рассуждает исключительно в рамках своих собственных постулатов, полностью игнорируя альтернативные постулаты. (При этом он отрицает само существование и своих, и альтернативных постулатов). В отношении Лобачевского его слова звучали бы так: «*Сумма углов треугольника равна 180 градусам. Это следует из хорошо известных свойств треугольников, так что ничего «принимать» мне тут не надо*».

[14] **МОИ 2015-08-25:** Цитируется МОИ № 25, стр.84, §49.

[15] **МОИ 2015-08-24:** Как уже было сказано выше, при Эглематическом постулате все бесконечности равномощны в случае независимого построения, а при зависимом построении неравенство мощностей можно ввести и так, что $\mathbb{N}$ равномощно последовательности интервалов, и так, что оно равномощно Промежутку. Здесь как раз об этом и говорится.

[16] **МОИ 2015-08-24:** Типичный «крик беотийца», не способного оперировать постулатами.

[17] **МОИ 2015-08-24:** В отношении Лобачевского этот крик Решетняка звучал бы так: «*Другие параллельные, проведенные через одну точку, бывают только в лобачевматике, в нормальной математике их нет*!»

на некотором бесконечном подмножестве E множества $\mathbb{N}$, то, продолжив эту функцию на все $\mathbb{N}$, мы сможем получить последовательность, множество значений которой допускает взаимно однозначное соответствие с множеством E.

Так как последовательность (x_n) взята произвольно, то мои рассуждения автоматически охватывают все возможные варианты, в том числе и те, которые, как мой критик считает, я будто бы пропустил. В силу сказанного ясно, что ничего не пропущено, и не было необходимости что-либо постулировать.

> На это обстоятельство я указала в своем ответе ему в §35, а Решетняк в своем отзыве на мой ответ (§44) так ничего и не возразил по существу вопроса.

Действительно, не ответил. Но из сказанного выше ясно, что и отвечать не надо было.

Хотелось бы все-таки понять, где же на самом деле порочный круг в моих рассуждениях.

Пока у меня складывается впечатление, что со стороны моего критика имеет место феномен, когда гипотезу не отличают от факта, слова «для всех» и «существует» для нее – пустой звук. Когда формулируется теорема, то, пока ее доказательство не завершено, утверждение теоремы еще не факт, это только гипотеза. Утверждение теоремы станет фактом только после того, как будет закончено доказательство, если, конечно, доказательство верно.

В общем, критика моего доказательства госпожой Ипатьевой, мягко выражаясь, не очень компетентна. Мне непонятно, что тут[18] – неспособность понимать какую-либо аргументацию или желание произвести как можно больше шума. В глазах публики, тот кто громче кричит, тот и прав.[19]

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: marina.olegovna@gmail.com
дата: 1 января 2015 г., 23:16
тема: Кантор жив
отправлено через: mail.ru

Файл ipapa01.pdf:[20]

Уважаемая МОИ,

Приношу свои извинения по поводу того, что у меня плохая *pdf* программа. Программы *Word* в моем компьютере просто нет. Как я мог убедиться ранее, эта программа для набора математических текстов крайне неудобна. От разных чиновников я получаю просьбы ответ писать в системе *Word*. На это я отвечаю примерно так: «Не надо издеваться над пожилым человеком!»

Прочитал Ваш новый шедевр с ответом на мою критику Вашей критики. Преисполнившись полного почтения, цитирую Ваши слова:

> Существование такой точки может быть только постулирована – если Вы утверждаете, что Промежуток не исчерпывается тем, что генерирует Алгоритм B, а в нем есть еще что-то.
>
> Тогда Вы, значит, вводите Постулат IR, постулируете, что Промежуток (т.е. Объект E) по мощности превосходит Объект B ($\{x_n\}$), а потом «доказываете» то, что только что постулировали. Это и есть порочный круг в Ваших рассуждениях.

Интересно, и где же именно я это постулировал? Повторяю формулировку теоремы.[21]

---

[18] **МОИ 2015-08-24:** Тут налицо неспособность (настоящая или притворная) академика Решетняка оперировать различными постулатами, т.е. неспособность его к логическому мышлению, т.е. к математическому мышлению, отказ его от научных принципов и переход к принципам сектантским.

[19] **МОИ 2015-08-24:** В глазах математической публики, к сожалению, «прав» тот, кто обвешан медалями, занимает высокие посты в научной иерархии и престижное положение в их сообществе. Но это антинаучное положение должно быть разрушено, и «правота» должна вытекать из логики и аргументов. Одним из мероприятий, направленных к этому, является операция *Milliaria*.

[20] Начальная часть этого файла уже публиковалась в §43 выпуска МОИ № 27, стр.82.

[21] **МОИ 2015-08-25:** Это одно из многочисленных мест, показывающих, что с Решетняком говорить бесполезно; он даже не понимает, что такое есть постулирование и как оно проявляется. Он повторяет формулировку теоремы, как будто в этой формулировке и будет проявляться постулат. Всякое доказатель-

Теорема. Для всякой последовательности $x : \mathbb{N} \to [0, 1]$ найдется точка $p \in [0, 1]$ такая, что $p \neq x_n = x(n)$ для всех n.

Ничего приписанного мне в формулировке теоремы нет!

Доказательство выполняется рассуждением от противного. Задается произвольная последовательность (x_n). Это может быть, в частности, и та последовательность, которую рассматривает госпожа Ипатьева. По ней строится некая последовательность интервалов (Δ_n) такая, что сумма их длин равна 1/2. Доказывается утверждение более сильное, чем указано в теореме, а именно, что в промежутке [0, 1] найдется точка, не принадлежащая ни одному из этих интервалов. Допущения, что такой точки нет, означает, что эта последовательность интервалов образует открытое покрытие отрезка [0, 1]. При этом оказывается, что сумма длин этих интервалов равна 0,5. В то же время длина отрезка [0, 1] равна 1. А сумма длин интервалов Δ_n равна 0.5.

Ситуация явно парадоксальная – промежуток, имеющий длину, равную 1, нам удалось полностью накрыть одеялом, сшитым из кусочков, суммарная длина которых равна 0,5.[22]

Вы повторяете мои построения для некоторой специально выбранной Вами последовательности. Как Вы утверждаете, построенная Вами последовательность интервалов содержит все точки интервала [0, 1].[23] Отсюда, однако, с неизбежностью следует, что длина промежутка [0, 1]

ство проводится в некоторой системе постулатов, т.е. предполагает наличие определенной картины разбираемого явления. Постулаты будут проявляться в той картине, какая предполагается имеющей место при доказательстве. (Решетняк считает свою картину единственной и абсолютной, проявляя свою неспособность оперировать различными постулатами и различными картинами). В том месте моего сочинения, откуда взята цитата, разбирается вопрос «Что такое есть Промежуток [0, 1]?» (т.е. какую картину о нем мы предполагаем?). Если Промежуток есть то, что генерируется Алгоритмом B, то, как показано в цитируемом месте сочинения (§32, §33 МОИ № 27), «парадоксальная ситуация» с тем, что интервалами покрывается лишь половина Промежутка, объяснена соотношениями скоростей генерации Промежутка алгоритмом B и построения интервалов, никакого противоречия, якобы получаемого в доказательстве решетняковской теоремы, нет, и теорема несостоятельна. Если же Решетняк избирает другую картину ситуации – картину, в которой Алгоритм B генерирует лишь часть Промежутка и помимо продуктов Алгоритма B в Промежутке есть еще что-то (а именно такой картиной он на самом деле и пользуется), то самим выбором этой картины он и постулировал наличие в Промежутке тех элементов, которые дают Промежутку превосходящую мощность и которые Решетняк будет потом использовать в своем «доказательстве» (осуществленном порочным кругом, так как «доказывается» то, что только что постулировалось). Всё это сказано даже в тех словах, которые сам Решетняк процитировал. Неспособность Решетняка к логическому мышлению просто удручает.

[22] **МОИ 2015-08-25:** При картине, основанной на Эглематическом постулате (т.е. когда все математические объекты рассматриваются как продукты тех или иных процессов), во всем этом нет ничего ни парадоксального, ни таинственного. Кантористы сами себя запутывают, вводя несуразные постулаты, игнорирующие соотношения скоростей при зависимой генерации. Первым таким постулатом было классическое канторовское предположение, что четных чисел столько же, сколько натуральных, на том основании, что оба ряда выписанных чисел (1, 2, 3, ... и 2, 4, 6, ...) можно безгранично сопоставлять. Такой постулат, конечно, можно ввести, но психически нормальный человек не станет его вводить, потому что в общем-то совершенно очевидно, что противоположный постулат (что четных чисел в два раза меньше, чем натуральных) дает твердую почву под ногами, в то время как канторовский постулат (и дальнейшие подобные ему, тоже игнорирующие соотношения скоростей при зависимой генерации) неизбежно приведут ко всяким парадоксам. В самой тяге к постулатам такого рода уже есть (психически нездоровое) стремление отвернуться от простоты и ясности и обратиться к мистике и таинственности. И совсем не случайно, что это сделал именно Георг Кантор, как всем известно, психически больной маниакально-депрессивным психозом, тот самый Кантор, который сочинял и неистово пропагандировал типично маниакальные «теории» про Шекспира и Бэкона, пронизанные такой же тягой к мистике и таинственности, как и его «теория множеств». В решетняковском парадоксе с «покрытием Промежутка длиной 1 интервалами, сумма которых 0,5» мы видим одно из следствий принятия тех несуразных постулатов, игнорирующих скорости построения (повторяю, что при Эглематическом постулате никакого парадокса здесь нет). Решетняковский парадокс (как уже было проиллюстрировано на рис.26, МОИ № 27, стр.88) вызывается двумя противоречивыми актами игнорирования скоростей построения, осуществленными Решетняком. Решетняк сам и создает свое противоречие – и никто другой.

[23] **МОИ 2015-08-25:** Я не повторяю «*построения Решетняка для некоторой специально выбранной мной последовательности*» и не утверждаю, что «*построенная мной последовательность интервалов содержит все точки интервала* [0, 1]». Я утверждаю, что Решетняк (в терминах упомянутого выше рис.26) **1)** установил зависимое соответствие между Объектом B (последовательностью x_1, x_2, x_3, …) и

меньше 0,5.[24] Таким образом, Вы доказали, что 1 < 0,5. Поздравляю Вас дорогая Марина Олеговна с выдающимся математическим открытием!

Я же советовал Вам, уважаемая мадам Ипатьева, продать Ваше открытие какому-нибудь правительству, а Вы моим советом пренебрегли!

Рассуждения о процессах, скорости их протекания и т.п. не имеют значения.[25] Всякий процесс когда-нибудь заканчивается. Переходя, как Вы любите, к актуальной бесконечности, получим промежуток [0, 1] и последовательность интервалов, которая его покрывает, что и требовалось доказать: 1 < 0,5! Вместо 1/2 я мог бы, конечно, взять произвольное $\varepsilon > 0$, но побоялся, что это вызовет шквал придирок с Вашей стороны и решил взять какое-либо конкретное значение ε.

Единственный постулат, касающийся промежутка [0, 1], состоит в том, что этот отрезок представляет собой компактное подмножество множества вещественных чисел $\mathbb{R}$,[26] то есть, что из любой последовательности точек отрезка можно извлечь сходящуюся подпоследовательность. (Данное утверждение есть теорема выбора Вейерштрасса)[27]. Из него уже следует, что из всякого открытого покрытия данного промежутка можно извлечь конечное открытое покрытие промежутка.

Чтобы из вейерштрассовской теоремы выбора извлечь несчетность континуума, надо еще потрудиться,[28] что я и сделал, а более чем за сто лет до меня ту же работу выполнил Кантор. Доказательства теоремы Кантора по принятым в математике меркам – несложные. Тут главное было – догадаться, что соответствующий факт имеет место. Вейерштрасс ведь не догадался, и Дедекинду в голову теорема Кантора не пришла![29]

Обвинения, что я или другие математики заранее постулировали то, что потом доказывается, являются необоснованными.[30] Теорема о несчетности континуума, конечно, следует из

объектом D (интервалами) – соответствие такое, чтобы сумма интервалов была меньше единицы; **2)** зависимым это соответствие является потому, что интервалы строятся из последовательности, а не сами по себе; **3)** однако при этом процесс перебора последовательности происходит в арифметической прогрессии с шагом 1 (простой перебор), а изменение величины интервалов происходит экспоненциально (так выбран алгоритм конструирования интервалов); **4)** из-за разницы в характерах арифметической прогрессии и экспоненциального изменения невозможно установить одновременно одинаковое соответствие Объекта A (натуральных чисел) и с последовательностью, и с интервалами (рис.26); **5)** Решетняк эту невозможность ошибочно интерпретирует как невозможность перенумеровать Промежуток; **6)** то, что на самом деле вскрывает теорема Решетняка, есть не превосходящая мощность континуума, а разница в скоростях между изменениями при линейном переборе и при экспоненциальном изменении; **7)** «доказательство» теоремы Решетняка содержит очень грубую логическую ошибку.

[24] **МОИ 2015-08-26:** Весь вопрос у Решетняка поставлен неправильно. Его теорема на самом деле показывает, что для всякой последовательности x_1, x_2, x_3, … из Промежутка можно подобрать такой процесс P конструирования зависящего от нее объекта интервалов, который (из-за экспоненциального характера или каким-нибудь другим способом превосходящего арифметическую прогрессию по скорости изменения) будет покрывать лишь часть Промежутка. К несчетности континуума это не имеет никакого отношения.

[25] **МОИ 2015-08-26:** То есть, по Решетняку запрещается вводить Эглематический постулат.

[26] **МОИ 2015-08-26:** Нет, это не единственный постулат, используемый в рассуждениях Решетняка при «доказательстве» его теоремы. Сам по себе постулат о том, что «*этот отрезок представляет собой компактное подмножество множества вещественных чисел* $\mathbb{R}$» не противоречит Эглематическому постулату. Последний даст ему специфическую интерпретацию, и только: он не будет оспорен. Но, помимо этого постулата, Решетняк использует представление (можно назвать его постулатом), что сумма интервалов каким-то образом характеризует «мощность» Промежутка. А такое представление уже противоречит Эглематическому постулату.

[27] **МОИ 2015-08-26:** Надо полагать, здесь имеется в виду то, что у Фихтенгольца фигурирует под названием «Лемма Больцано–Вейерштрасса» (т.1, стр.87–88), а в разных интернетовских статьях как «Теорема Больцано–Вейерштрасса». Эглематический постулат, конечно, наложил бы некоторый отпечаток на интерпретацию этого математического положения, но он не вошел бы с ним в противоречие и не оспаривал бы его. Там нет характерного для канторизма манипулирования зависимым и независимым соответствием и производства ошибочных выводов путем путаницы в них.

[28] **МОИ 2015-08-26:** И вот этот «труд» и содержит ошибочные предположения; там начинаются манипуляции с зависимым и независимым соответствием, игнорируя точные обстоятельства этих вещей.

[29] **МОИ 2015-08-26:** То есть, Вейерштрасс и Дедекинд не начинали опрометчивое манипулирование зависимым и независимым соответствием, что означало бы игнорировать точные обстоятельства дела.

[30] **МОИ 2015-08-26:** Решетняк не умеет оперировать постулатами.

других аксиом множества вещественных чисел, подобно тому, как теорема Пифагора следует из аксиом геометрии, но непосредственно среди них не содержится.

Считаю, несостоятельной Вашу контркритику.

В заключение несколько капель яда с моей стороны. Совсем немного, всего двенадцать капель. Яд слабый, он даже на пищеварительный процесс не может повлиять.[31]

1) Я просмотрел тот раздел № 6 Вашего альманаха, в котором объясняется, что есть число. Сначала описывается в общих терминах программа N1. Эта программа, как я понял, вырабатывает натуральные числа.[32] Множества, имеющие одинаковое количество элементов, образуют один таксон.[33] Каждый такой таксон и есть натуральное число. Речь идет только о конечных множествах. Никаких бесконечных натуральных чисел здесь не вводится. Из постулатов Эгле следует, что все бесконечные множества войдут в один таксон, так что конструкция, описанная в этой части труда Эгле, выдает в лучшем случае одно единственное бесконечное натуральное число. Получается, что Ваши бесконечные натуральные числа на самом деле ненатуральные, даже в смысле Вашей теории.[34]

Понятие таксона у Эгле не определяется.[35] Это означает, что возражать мне в данном случае очень легко – госпожа Ипатьева будет темпераментно объяснять, что я неправильно

---

[31] **МОИ 2015-08-26:** Начинается демагогия, не относящаяся к математике.

[32] **МОИ 2015-08-26:** Это правильно. Нужно только понимать, что это не является конструкцией с целью вводить числа для математики в ее современном понимании. Это объясняет принцип того, как (первобытные) люди приходили к понятию числа (какие – в принципе – мозговые программы при этом отрабатывали в их головах).

[33] **МОИ 2015-08-26:** Нет, Решетняк не понял самой сущности «эглематики». «Множества, имеющие одинаковое количество элементов», НЕ образуют один таксон (это у Кантора они образуют некоторый объект, рассматриваемый как натуральное число; данное канторовское положение не имеет отношения к канторизму; оно, так сказать, стоит отдельно). У Эгле таксон – это потенциальный продукт программы N1, образно говоря, то «место», куда она поместит множество с определенным количеством элементов. Это (многократно подчеркиваемое Валдисом Эгле) обстоятельство чрезвычайно важно. Оно делает числовую систему независимой от существования или несуществования самих классифицируемых множеств. Таксон (т.е. число) всё равно существует – и не важно, есть в мире множества с таким количеством элементов, или нет их. Многие математики не были способны сделать тот шаг, который сделал Эгле, и перейти от рассматривания самих множеств, к рассматриванию потенциальных продуктов программ, оперирующих с этими множествами; эти математики путались в данном вопросе и то и дело приходили к мыслям о несуществовании «очень больших чисел». Уже 7 января 1984 года Подниекс начал ссылаться (CANTO.221 = МОИ № 38) на статью «Рашевский П. «О догмате натурального ряда». «Успехи математических наук», 1973, т.28, вып.4», и потом многократно к ней возвращался. Теперь Решетняк ниже ссылается на статью А.С. Есенина-Вольпина. А вопрос давно решен. Объекты математики, будучи потенциальными продуктами (мозговых) программ, не зависят от существования тех объектов, с которыми эти программы (в принципе) способны работать.

[34] **МОИ 2015-08-26:** Всё это очень примитивные рассуждения, проведенные без какого-либо понимания «эглематики». В рамках полемики с Решетняком «бесконечно большие натуральные числа» появились на стр.24, потом стр.30 выпуска МОИ № 25. Вопрос там разобран (мной) достаточно подробно, и здесь нет возможности всё это снова повторить. То, что там названо «бесконечно большими натуральными числами», представляет собой потенциальный продукт совершенно определенного алгоритма (или программы; назовем ее A1), то есть, имеет такую же природу, как и все другие математические объекты. Существует взаимно однозначное соответствие между продуктами программы N1 (генерирует таксоны классификации множеств по количеству элементов: т.е. «первичные числа»), программы N2 (генерирует нотаты – записи – чисел линейным способом: т.е. «вторичные числа», которые и рассматриваются как «числа» кантористами и другими математиками) и программы A1 (генерирует те же нотаты, но только нелинейным способом, как показано на стр.29 МОИ № 25). Пока мы находимся в конечной области, нет и тени сомнения в том, что все эти три объекта однозначно соответствуют друг другу. Ну, а как дела обстоят, когда мы «достигаем» бесконечности, я многократно описывала, и это может быть обсуждено, но только без решетняковской демагогии, а серьезно.

[35] **МОИ 2015-08-26:** В рамках альманаха МОИ понятие таксона классификации впервые появляется на стр.19 выпуска МОИ № 6. Понятие таксона не является ни специфическим термином Веданской теории, ни математики, а принадлежит к общеупотребительному фонду слов русского языка (включающего как коренные русские, так и общепринятые иностранные слова). Так, мой Словарь иностранных слов (издание 11-е, стереотипное, «Русский язык», Москва, 1984) объясняет слово «таксон» так: «ТАКСО́Н [< лат. taxare оценивать] – группа дискретных объектов, связанных той или иной степенью общности свойств и признаков и благодаря этому дающих основание для присвоения им определенной *таксономической категории*». Я не могу ориентировать свои издания на столь безграмотных людей, как академик Решетняк,

понимаю, что такое таксон. Конечно, по мнению госпожи Ипатьевой, я всегда всё понимаю неправильно, (в лучшем случае неточно) но всё же, где определение таксона? Его нет. Без этого определения данная часть труда повисает в воздухе. Действительно, точность мышления просто непревзойденная!

Программа N1, как я понял, не является основной. Основная программа, это программа R1. Алгоритм R1, как я понял, определяет все положительные рациональные числа. Рассматриваются пары конечных множеств. Описание того, как компьютер устанавливает принадлежность пар {15, 20} и {18510, 24680} одному таксону, отсутствует. Поскольку никакие операции над натуральными числами на этом этапе конструкции еще не определены, то эта задача становится нетривиальной.[36] Эгле следовало бы сказать хотя бы пару слов на этот счет. Мне приходит в голову мысль, что можно было бы использовать для этой цели классический алгоритм Евклида. Но это лишь мои догадки, а вдруг Эгле придумал что-либо более эффективное.

С иррациональными числами у Эгле абсолютная неясность. Нет определения того, что есть таксон, а тут на сцену выходят еще псевдотаксоны. В конечном итоге, господин Эгле соглашается принять дедекиндовы сечения. При этом его можно понять так, что необходимость рассматривать иррациональные числа Эгле очень не нравится. В природе, дескать, иррациональные числа не существуют.[37]

А кто сказал, что все натуральные числа в природе существуют? Одна из статей А.С. Есенина-Вольпина озаглавлена так: «Существует ли число $10^{10^{10}}$?»[38]. Действительно, попробуйте указать природный объект, в котором количество элементов выражается если не непосредственно этим числом, то числом того же порядка по величине.

Вы говорите о так называемых метрических числах. А зачем они нужны?[39] Вспоминаю фразу из старинного учебника. «Число, взятое без знака, называется модулем данного числа». Вас, как я понял, не устраивает асимметрия[40] между положительными и отрицательными числами. Так ведь асимметрии не избежать: 1×1, а $(-1) \times (-1) = 1$, а не -1.[41] Приведенное определение модуля из старого учебника, по видимому, свидетельствует о том, что концепция «метрического» в Вашем смысле числа некогда была признанной в математике.[42] Впоследствии от нее отказались ввиду ее бесполезности.

и объяснять каждое используемое слово. В МОИ № 6 общий смысл слова «таксон» совершенно понятен любому образованному человеку; программистские аспекты понятны любому человеку, хоть в какой-то степени компетентному в программировании. Кроме того, как я уже указывала на стр.56 МОИ № 29, существует определение таксона на алгоритмическом языке Эуклидол (книга NATUR3 {= МОИ № 36}, страницы 8–16), данное Валдисом Эгле еще в мае 1980 года.

[36] **МОИ 2015-08-26:** Этот алгоритм дан Валдисом Эгле в мае 1980 года на алгоритмическом языке Эуклидол и приведен в книге NATUR3 {= МОИ № 36}, страницы 8–16. Этот алгоритм не использует ни операции над числами, ни сами числа, а только ряд элементарных операций над множествами, перечень которых приведен в разных сочинениях того периода, например, в книге NATUR1 {= МОИ № 34}, стр.35. Описания на Эуклидоле не были включены в популярное сочинение, написанное на 17 лет позже и помещенное в МОИ № 6.

[37] **МОИ 2015-08-26:** «В природе» (т.е. в физическом мире) не существует никаких чисел. Все числа, как и вообще все математические объекты, являются потенциальными продуктами (мозговых) программ (что в терминах старой философии обозначалось словами «идеальные объекты»). Рациональные числа являются таксонами классификации, порожденными конечным процессом классификации. Иррациональные числа являются таксонами, порожденными бесконечным процессом классификации, и поэтому названы «псевдотаксонами».

[38] **МОИ 2015-08-26:** Это число существует ровно в такой же степени, как числа 1, 2 или 3 – все они потенциальные продукты программы N1 (или, соответственно, ее вариантов). Есть ли в физическом мире объекты с таким количеством элементов, не имеет никакого значения.

[39] **МОИ 2015-08-26:** Вопрос о том, нужны ли они, не ставится. Их существование обнаруживается анализом тех программ, которыми числа порождаются.

[40] **МОИ 2015-08-26:** Речь не идет о том, что устраивает кого-то или не устраивает. По анализу (мозговых) программ, порождающих числа, видно, что 1 и +1 – это разные таксоны разных программ. На практике они могут быть отождествлены, но при теоретическом исследовании эта разница должна учитываться.

[41] **МОИ 2015-08-26:** При строгом исследовании оснований математики нужно различать 1×1, $1 \times (+1)$, $(+1) \times 1$ и $(+1) \times (+1)$. А $(-1) \times (-1)$ дает $+1$ потому, что дважды повернув единицу (измерения) в противоположное направление, получаем исходную ориентацию.

[42] **МОИ 2015-08-26:** Да, люди чувствовали истину, хотя той ясности, которую в отношении чисел дает Веданская теория, конечно, у них не было.

Прочитав изыскания Валдиса Эгле, касающиеся того, что есть число, должен сказать, что я не понял, почему Латвия должна гордиться тем,[43] что среди ее граждан нашелся человек, способный утереть нос всяким там Вейерштрассам и Дедекиндам. Ничего ни сверхгениального, ни просто гениального я не вижу. Не очень сложное для любого профессионального математика упражнение, и ничего более.

2) Боюсь, что вызову у Вас взрыв негодования неточным цитированием. Как у Вас сказано, Веданская теория – это теория мышления. Мышление есть результат[44] работы мозговых программ. В свое время Платоны советского разлива утверждали, что «мышление есть функция человеческого мозга», и поэтому машина не может мыслить. Пока понятие мозговой программы есть своего рода кот в мешке, невозможно утверждать, что Эгле в вопросе о тайнах мышления продвинулся дальше упомянутых мною корифеев.[45]

3) От моей критики Вашего алгоритма А Вы отмахнулись, сказав, что это всё глупости. Почему глупости, я не понимаю.[46] Вероятно, это единственный аргумент, который Вы можете мне противопоставить, когда настоящих аргументов нет. Никакой это не алгоритм и построить программу, генерирующую промежуток [0, 1], Вам не удалось.[47] Переходя к актуальной бесконечности, Вы получите бесконечную матрицу, сплошь заполненную нулями, и ничего больше (см. далее п. 12). Вариант В, который предлагается сейчас, эффекта нулевой матрицы позволит избежать. Но у него другой недостаток. Все натуральные числа Вы израсходуете на двоично рациональные числа. Такие числа как 1/3, 3/7, 27/37 и т.д. у Вас окажутся без номера. Им в соответствии с прошлыми построениями будут сопоставлены Ваши фантастические бесконечные натуральные числа.[48]

---

[43] **МОИ 2015-08-26:** Тривиальное утверждение для человека, не понимающего постулаты и не способного ими оперировать. Точно так же он, не понимая и не признавая постулаты Лобачевского, будет говорить, что не понимает, почему Россия должна гордиться Лобачевским. Если же постулаты понимать и признавать, то очевидно, что Веданская теория вносит очень фундаментальные изменения в теоретическом обосновании математики. (Один разгром канторизма чего стоит!). Доказательство значимости положений Веданской теории – хотя бы то бешеное сопротивление, которое она встречает у математиков. Валдис Эгле включил слова о Латвии в свое (популярное) сочинение потому, что, находясь в тотальной изоляции, пытался апеллировать к патриотизму латышей, чтобы получить от них поддержку (впрочем, безуспешно: всем всё «пофиг»).

[44] **МОИ 2015-08-26:** Не результат, а процесс работы мозговых программ.

[45] **МОИ 2015-08-26:** Это одно из тех (абсолютно глупых) утверждений Решетняка, на которые невозможно ответить иначе, как просто обругав его. Конечно, всем очевидно, что Решетняк – полный дилетант в программировании, потому для него программы и есть «кот в мешке». Напоминаю, что Валдис Эгле был профессиональным программистом, автором многих компьютерных программ, в том числе таких сложных, как собственная операционная система. Все его рассуждения о программах понятны людям, более менее компетентным.

[46] **МОИ 2015-08-26:** Компетентные люди поймут (даже школьники, прошедшие уроки информатики). Говоря конкретно об Алгоритме А, Решетняк утверждал (§42, МОИ № 25, стр.73), что Алгоритм А создаст одни только нули (и повторяет это утверждение здесь ниже). И вот, программист, привыкший работать с реальными программами, должен поверить нашему академику, что программа, которая на первом шаге создала что-то отличное от нуля, на втором шаге еще что-то ненулевое и т.д., в конце концов создаст одни только нули – всё предыдущее ненулевое куда-то пропадет! Это глупость ТАКОГО масштаба, что ни один программист (даже школьного уровня!) просто слушать не станет.

[47] **МОИ 2015-08-27:** Решетняку были предложены два варианта того, «Что мы считаем Промежутком?»: 1) Промежуток и есть то, что генерируется алгоритмами А или В – и в таком случае Промежуток ими строится; 2) или же Промежуток помимо продукции этих алгоритмов содержит еще «что-то», не генерируемое этими алгоритмами, – и в таком случае в нем постулируется это «что-то». Но Решетняк отрицает одновременно оба эти варианта: у него и Промежуток не генерируется алгоритмами, и НЕТ постулата, предполагающего существование в нем чего-то дополнительного к продукции алгоритмов. Невозможно разговаривать с человеком, до такой степени лишенным способности логически мыслить.

[48] **МОИ 2015-08-27:** Вопрос о том, что произойдет с продуктами программ при бесконечном их продолжении, разбирался мной многократно, и он слишком обширный, чтобы здесь его разбирать еще раз. Напоминаю лишь некоторые вещи: 1) Эглематика сама по себе не нуждается в актуальной бесконечности и занимается ею лишь постольку, поскольку ею занимается канторизм; 2) ни Решетняк, ни кто другой не может указать тот последний знак, до которого алгоритмы А или В сгенерируют двоичное разложение, например, числа 1/3, и дальше уже не будет генерировать; 3) на этом основании мы считаем, что данные алгоритмы это и подобные последовательности цифр генерируют полностью; 4) возражения кантористов против этого сбивчивы, путанны, противоречивы, и кантористы не в состоянии привести их в какую-то законченную логическую систему; 5) «бесконечные натуральные числа» возникают в процессе, при

4) Картинка, в Вашем последнем тексте[49] мне тоже приходила в голову, и именно ее я имел в виду, когда писал о том, что небольшое усовершенствование алгоритма А сделает его работоспособным. Только я бы пририсовал еще стрелочки, соединяющие отдельные точки. Получится некоторое бинарное дерево – объект, хорошо знакомый математикам дискретникам и программистам. По моим впечатлениям нечто подобное Подниекс предлагал Эгле, но был с презрением отвергнут.[50] Напрасно, между прочим.

5) Когда говорят о непостижимой эффективности применения математики в естественных науках, то упускают из виду одно очевидное обстоятельство. Эта эффективность, помимо всего прочего, свидетельствует еще, что свою науку математики разрабатывают правильно.[51]

И еще насчет идеализма и материализма в математике. В не столь отдаленном прошлом находились люди, которые пытались использовать обвинения в идеализме против своих коллег математиков. Только мудрость руководителей советской математики спасла советскую математику от событий вроде тех, которые связаны с именем Лысенко в биологии и др.[52]

Я вспоминаю выступления А.А. Маркова на дискуссии, посвященной применению математическим методам в экономических науках. «Пусть лучше в наших теориях будет мало материи, лишь бы в магазинах материи было много.» (Воспроизвожу по памяти и за точность не ручаюсь, но по смыслу верно).

6) Доказывать, тот элементарный факт, что a^n/n, где $a > 1$, стремится к бесконечности при $n \to \infty$ с помощью теоремы Лопиталя не возбраняется, но это, конечно, позор.[53] Пусть $a = 1 + b$, где $b > 0$. Имеем:

$$(1+b)^n = 1 + nb + \frac{n(n-1)}{2}b^2 + \cdots + C_n^k b^k + \cdots + 1.$$

Все слагаемые в сумме справа положительны. Отбрасывая все слагаемые, кроме третьего, получим неравенство

$$(1+b)^n > \frac{n(n-1)}{2}b^2 \quad ,$$

из которого всё следует.

7) Сначала цитата.[54]

> Кантор же берет ситуацию совершенно другую. У него генерирующего алгоритма нет, все члены последовательности существовали уже заранее, ДО начала того процесса, который проводится Кантором. Кантор только отбирает эти уже ранее существовавшие объекты в свои (α_ν) и (β_ν). Конечно, он отбирает их тоже по какому-то алгоритму («закону»), но этот алгоритм не есть алгоритм генерирующий, создающий новые объекты; это алгоритм, переставляющий объект из одного места в другое.

Новое слово эглеанской математики: «переставляющий алгоритм». Такой алгоритм ничего якобы не производит.[55] В данном случае, алгоритм производит две последовательности натураль-

---

котором в конечной области эти числа однозначно соответствуют «обычным» натуральным числам, и никто не может указать, когда же они перестанут соответствовать; 6) возвращаю читателя к пункту 1).

[49] **МОИ 2015-08-27:** Надо полагать, имеется в виду рис.19 в МОИ № 27, стр.69.

[50] **МОИ 2015-08-27:** Бегло просмотрев книги «Канторианы», Решетняк увидел, что Подниекс заговорил о двоичном дереве (CANTO.48 {= МОИ № 38}, стр.12), потом увидел, что Эгле о чем-то спорит с Подниексом, и решил, что как раз двоичное дерево-то он и «с презрением отвергает». Уровень мышления просто чудовищный. Это мышление даже не ребенка; это мышление животного.

[51] **МОИ 2015-08-27:** И наоборот – когда какой-нибудь раздел математики не имеет никакого применения в естественных науках и абсолютно лишен эффективности, то это свидетельствует о том, что этот раздел разработан неправильно. Примером такого раздела является канторизм: все эти «превосходящие мощности множеств», «трансфинитные числа» и т.д. НЕ имеют никакого применения в естественных науках и – добавлю я – принципиально не могут иметь такое применение, потому что построены на абсурдных постулатах и логических ошибках.

[52] **МОИ 2015-08-27:** Веданская теория смогла бы хорошо защитить математику; жаль, что ее тогда не было.

[53] **МОИ 2015-08-27:** Позор математиков состоит в том, что они поддерживают канторизм, в котором постулируется, что $a^n = n$.

[54] **МОИ 2015-09-19:** Цитируется МОИ №25 стр.81.

[55] **МОИ 2015-08-27:** Любому программисту очевидна разница между программой, которая берет уже ранее существовавшие объекты и что-то с ними делает, и программой, которая «изнутри себя» что-то

ных чисел – номеров, которые α_ν и β_ν имеют как члены последовательности (ω). Постулат о переставляющем алгоритме в данном пункте сочинения Эгле появляется впервые.[56] Я упоминал о теореме выбора Вейерштрасса. Неужели она тоже подпадает под действие этого постулата?[57] Построения Кантора в этом месте воспроизводят с очевидными изменениями рассуждения из доказательства теоремы Вейерштрасса.

Наконец, есть еще теорема Римана о перестановке ряда, которая утверждает следующее. Если числовой ряд сходится, но не абсолютно сходится, то каково бы ни было число $L \in \mathbb{R}$ перестановкой членов этого ряда можно получить ряд, суммой которого является именно это число L. В теореме Римана мы имеем переставляющий алгоритм в чистом виде.[58]

8) Госпожа Ипатьева иногда ведет себя как трехлетний младенец – она может любую гадость говорить,[59] а самое невинное подкалывание в ее адрес воспринимает просто с невероятной обидой. Реакцией на мои слова «краткость сестра таланта, но Вы с ней в родстве не состоите», была целая страница научных изысканий. Если бы я реагировал таким же образом на гораздо более грубые выпады госпожи Ипатьевой по моему адресу, то мне и ста страниц не хватило бы. Высказывание «краткость сестра таланта» можно понимать его либо так: «у всякого таланта есть сестра по имени краткость», либо так: «существуют таланты, у которых имеется сестра по имени краткость». Последняя формулировка допускает существование талантов, не состоящих в родстве с краткостью. Я, как и Чехов, придерживаюсь второй трактовки. Наш классик не знал, как пользоваться значками $\forall$ и $\exists$, откуда и произошли все недоразумения. Марина Олеговна безусловно талант, хотя в родстве с краткостью и не состоит. Нет чтобы

генерирует. Мышление Решетняка, как и большинства других математиков, вообще очень поверхностно, и они не изучали и не понимают алгоритмы с той глубиной и точностью, с какой это знают программисты (во всяком случае программисты хорошие).

[56] **МОИ 2015-08-27:** Нет надобности здесь выделять отдельный постулат. Эглематический постулат, объявляющий математические объекты потенциальными продуктами (мозговых) программ, автоматически вводит в действие весь комплекс программистских знаний, все законы информатики. Понимание разницы между переставляющими и генерирующими программами просто является частью этого комплекса знаний.

[57] **МОИ 2015-08-27:** Разумеется, попадает, но Вейерштрасс, в отличие от Кантора, не объявляет, будто переставляющий алгоритм создал что-то новое, поэтому Вейерштрасс не входит в противоречие с Эглематическим постулатом, и к нему у нас претензий нет. Все рассуждения Вейерштрасса вполне согласуются с концепцией предела как «последнего» члена бесконечной последовательности.

[58] **МОИ 2015-09-19:** Примитивность мышления Решетняка просто потрясает. Во-первых, он говорит так, будто я вообще запрещаю использовать переставляющие алгоритмы и будто их успешное использование где-то могут мои слова опровергнуть. Во-вторых, теорема Римана не имеет никакого отношения к нашему вопросу. Всё сходство обеих ситуаций ограничивается тем, что в обоих случаях употребляется слово «переставлять», хотя природа этой «перестановки» совсем другая. (Но для мышления Решетняка схожести слов достаточно). Ряды (о которых говорится в теореме Римана) каждый представляет собой одну определенную (мозговую) программу. Перестановка членов ряда означает, что модифицируется программа. Теорема Римана, таким образом, утверждает, что для той группы программ рядов, которые математики обозначают как «условно сходящиеся», можно перестановкой элементов (блоков) программ модифицировать их так, чтобы они в качестве «конечного результата» выдавали любое $L \in \mathbb{R}$. К тем переставляющим алгоритмам, о которых мы говорим в связи с Кантором, это не имеет абсолютно никакого отношения.

[59] **МОИ 2015-08-27:** Я никому не говорю «гадости», пока человек не проявил себя преступником, а в стартовой позиции у меня действует «презумпция невиновности»: всякий человек считается порядочным до тех пор, пока он не доказал обратное. Так было и в отношении Решетняка: мой первый ответ ему (МОИ № 25, стр.10–22) преисполнен вежливости и доброжелательства (несмотря на то, что в своем письме Решетняк уже глумился над Веданской теорией и Валдисом Эгле). Но если человек отрицает логику, то он становится (моральным) преступником и подлежит наказанию, которое я осуществляю с достаточной жесткостью. Карательные меры против Решетняка (которые он обозначает словами «говорить гадости») были введены после того, как он стал отрицать, что возможны две точки зрения: 1) четных чисел столько же, сколько натуральных; 2) четных чисел в два раза меньше, чем натуральных (независимое и зависимое соответствие), и что можно отслеживать, где в рассуждениях используется одна, и где вторая точка зрения. То, что эти точки зрения существуют, отличаются, и что их можно отслеживать, – не подлежит никакому сомнению, не подлежит обсуждению, это такая же истина, как $2 \times 2 = 4$, а попытка отрицать это есть безнравственная уловка, шулерство, попытка нечестными методами вырвать себе выигрыш. Были и другие попытки Решетняка отрицать столь же очевидные вещи, которые не стану здесь перечислять. Попытки наказуемого Решетняка как-то огрызаться подавлялись мной твердой рукой. Это есть то, что имело место на самом деле, вместо рисуемой Решетняком картины с трехлетним ребенком и обидами.

спросить, какой квантор надо поставить, пишут нечто длинное как заявление в прокуратуру. Другой наш классик, кстати, сказал: «Правилу следуй упорно, чтобы словам было тесно, мыслям просторно».

Составления телефонной книги я бы госпоже Ипатьевой не доверил. В этой книге устанавливается взаимно однозначное соответствие между двумя множествами – множеством телефоновладельцев и множеством телефонных номеров.

Установление взаимно однозначных соответствий, согласно Ипатьевой, есть занятие предосудительное.[60]

9) Еще раз о теореме Кантора, которую Эгле якобы опроверг. Теорема Кантора утверждает, что не существует взаимно однозначное отображение множества натуральных чисел $\mathbb{N}$ на отрезок [0, 1]. Здесь $\mathbb{N}$ есть совокупность всех целых чисел $n > 0$, $\mathbb{N} = \{1, 2, \ldots, n, \ldots\}$. Вы пишете, что посредством линейного алгоритма построить взаимно однозначное соответствие невозможно,[61] нужен нелинейный алгоритм. Так ведь и с нелинейным алгоритмом у Вас ничего путного не получается.

Вы вводите некоторые новые математические объекты, которые называете бесконечными натуральными числами.[62] Множество всех бесконечных натуральных чисел буду обозначать символом $\mathbb{M}$ (M – по первой букве слова «mythology»). Оно действительно допускает взаимно однозначное отображение на множество [0, 1].[63] Этот результат, по Вашему мнению, опровергает теорему Кантора. Но в теореме Кантора речь идет именно о множестве $\mathbb{N}$, у Вас же рассматривается другое множество – множество $\mathbb{M}$.[64]

Малейшее ироническое замечание с моей стороны чувствительная натура госпожи Ипатьевой воспринимает как оскорбление. Тем не менее, не могу не сказать, что если на клетке с собакой написано лев, то не верь глазам своим.

В первоначальной постановке давно доказанный результат[65] о неравномощности множества [0, 1] и множества натуральных чисел $\mathbb{N}$ Вам опровергнуть не удалось.

10) Человек, который подобно М.О. Ипатьевой не отличает последовательность от множества,[66] ясным и точным мышлением обладать не может.

---

[60] **МОИ 2015-08-27:** Демагогия.

[61] **МОИ 2015-08-27:** Посредством линейного алгоритма невозможно построить <u>сам Промежуток</u> (в возрастающем порядке), и нужен нелинейный алгоритм, идущий одновременно к двум бесконечностям. Установление взаимно однозначного соответствия с $\mathbb{N}$ – дело вторичное; возможность этого доказывается тем, что $\mathbb{N}$ <u>тоже можно строить нелинейно</u>, а не только линейно. Решетняк пытается утверждать, что нелинейно построенное $\mathbb{N}$ будет нечто другое, нежели линейно построенное $\mathbb{N}$, хотя очевидно, что при конечных значениях оба эти объекта идентичны, и Решетняк не в состоянии указать, когда же эта идентичность пропадет.

[62] **МОИ 2015-09-19:** Бесконечные натуральные числа вообще-то объект не новый, и они многократно использовались различными математиками. Например, в 1891 году вышла книга Паоло Веронезе «Fondamenti di Geometria», в которой введены «актуально бесконечные числа Веронезе, система не-архимедовых чисел» (т.е. таких чисел, для которых не выполняется аксиома Архимеда: если $a > b$, то можно найти такое n, что $a < bn$). Я не изучала сочинение Веронезе и не знаю, насколько его числа окажутся похожими на «бесконечно большие числа», порождаемые алгоритмом А, но, во всяком случае, для последних тоже аксиома Архимеда не выполняется или, точнее: выполняется не всегда.

[63] **МОИ 2015-08-27:** Повторяю – на начальных этапах построения существует очевидное взаимно однозначное соответствие между $\mathbb{N}$ (которое строится линейно) и $\mathbb{M}$ (которое строится нелинейно). Решетняк (и никто другой) не в состоянии указать, на каком же шаге построения это соответствие исчезнет и перестанет существовать.

[64] **МОИ 2015-08-27:** Но между $\mathbb{N}$ и $\mathbb{M}$ существует взаимно однозначное соответствие, про которое Решетняк не смог указать, когда оно пропадет, и поэтому мы констатируем, что оно существует <u>всегда</u>. Парадокс, который здесь возникает, не больше того парадокса, что четных чисел столько же, сколько натуральных. Это обычные издержки образа мышления кантористов, игнорирующих соображения о скоростях построения и разницу между зависимым и независимым соответствием.

[65] **МОИ 2015-08-27:** Этот «результат» не доказан или, точнее, «доказан» путем ввода абсурдных постулатов (типа $a^{\mathrm{n}} = n$) и логических ошибок. Такие постулаты мы не принимаем, а логические ошибки раскрываем и отвергаем.

[66] **МОИ 2015-08-27:** В мире всё есть различные множества, в том числе и последовательность. Если кто-то ввел какие-то специфические ограничения на терминологию, то это его дело, а я не обязана эти его ограничения соблюдать. Именно непонимание условности терминологии есть признак отсутствия широкого и гибкого мышления.

11) Числовая прямая $\mathbb{R}$ в Веданской теории существует или нет?[67] На ней размещаются в линейном (в Вашем смысле линейном) порядке промежутки $[0, 1)$, $[1, 2)$, ... $[n, n + 1)$ ... Промежутков бесконечно много, и каждый из них представляет собой бесконечное множество. На числовой прямой они выложены в ряд один за другим! Но как Вы пишете, это невозможно,[68] по каковой причине и возник Ваш нелинейный процесс.

12) В заключение небольшая детективная история. Некто поселяется в гостинице с бесконечным числом номеров в комнате с номером 1. Проведя в этой комнате половину суток капризный постоялец требует, чтобы его поселили в номере 2. Но и там ему не понравилось, и по прошествии 1/4 суток он переселяется в комнату с номером 3. Он быстро понял, что снова попал не в самое лучшее место в гостинице и по прошествии 1/8 суток переселился в комнату с номером 4. И так далее – капризы этого, по мнению гостиничного персонала психа, так и остались неудовлетворенными. В какой комнате окажется капризный постоялец по прошествии суток? Сумма ряда

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \ldots$$

равна 1. По прошествии суток окажется, что какой бы номер n мы ни взяли, мы увидим, что в комнате с номером n капризного гостя нет. В то же время никто не видел, чтобы он покидал гостиницу! Таким образом, человек исчез, не покидая то место, в котором хотел найти себе приют!

Описанная ситуация – это в точности то, что происходит с Вашим алгоритмом А![69]

В порядке критики я мог бы добавить к сказанному много другого. Отложим до следующего раза, если он состоится.

Поздравляю с уже наступившим новым годом! Желаю Вам в конце концов стать на рельсы здравого смысла и заняться тем делом,[70] которое у Вас получается лучше!

Каждая функция должна знать свою область определения![71]

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: marina.olegovna@gmail.com
дата: 3 января 2015 г., 19:50
тема: эглематику геть!
отправлено через: mail.ru

Уважаемая МОИ,

Высылаю ответ на ваш §47. Получилось длинновато, но Ваш текст тоже достаточно пространен.

Два варианта текста – один pdf-овский, другой в том виде, в каком он выходит непосредственно из под моих пальцев. Третий вариант непосредственно в письме сейчас почему-то не получается. Компьютер стал превращать текст в абракадабрунать абракадабру.

Файл ipat.pdf:

---

[67] **МОИ 2015-08-27:** Понятие числовой прямой может быть введено и использовано как некоторая абстракция над потенциальными продуктами различных алгоритмов построения.

[68] **МОИ 2015-08-27:** Ничего такого я не писала. Чтобы говорить о числовой прямой более конкретно, нужно определиться, что именно мы под этим подразумеваем: какие алгоритмы берем в качестве создающих. В МОИ № 29 на стр.39–41 показан даже способ линейной генерации всей «числовой оси».

[69] **МОИ 2015-08-27:** Это не имеет никакого отношения к Алгоритму А. Вообще этот пример ничего не показывает, кроме того, что одна величина изменяется линейно (номера комнат), а вторая экспоненциально (дроби суток). Вокруг бесконечностей и пределов можно таких «историй» сочинять сколько угодно.

[70] **МОИ 2015-08-27:** Я сама знаю, чем мне заниматься, и советов ни у кого не спрашиваю.

[71] **МОИ 2015-08-27:** Математика есть «функция программирования» и действительно должна знать свою область определения. В настоящее время она это не знает, а математики, руководимые архаичными предрассудками и корпоративным высокомерием, совершают предательство по отношению к Науке и вместо научного сообщества создают религиозную секту. Любой математик, своими поступками показавший, что он примыкает к предателям Науки, подлежит моральному наказанию в виде публичного унижения, подобно тому, как был наказан академик Решетняк.

Уважаемая госпожа Ипатьева
Мелким шрифтом далее приводится Ваш текст с моими комментариями.[72]

§47. **Ошибки в отношении предела**

Анализ высказываний академика Решетняка позволяет реконструировать его представления о пределе последовательности.

Решетняковская модель предела. Согласно этим представлениям, предел – это некоторый объект, отличный от самой последовательности (т.е. не являющийся членом этой последовательности, даже «в бесконечности»).

Вообще-то высказывание «предел отличен от самой последовательности» всегда истинно, потому что это понятия разных классов. (Подобно тому как пассажир автобуса всегда отличен от самого автобуса).

Под последовательностью в математике понимается всякая функция, область определения которой есть множество всех натуральных чисел $\mathbb{N}$. Элементами множества $\mathbb{N}$ являются только конечные числа.

Последовательность называется сходящейся, если она имеет конечный предел. Определение предела приводить не буду. Если число L есть предел последовательности (x_n), то это не означает, что для всех n $x_n \neq L$. Пример: Пусть (x_n) есть последовательность, для которой $x_n = 1$ для всех n. В этом случае $\lim_{n\to\infty} x_n = 1$.

Таким образом мне приписывается заведомо абсурдное утверждение.[73]

Этот предел «существует» для всякой монотонной ограниченной последовательности и не нуждается ни в каком «создании». Его существование установлено определенной теоремой, и достаточно констатировать, что последовательность монотонна и ограничена, чтобы было доказано существование такого объекта («предела»), отличного от самой последовательности и ей не принадлежащего.

Разумеется, это представление ошибочно: оно не соответствует реалиям нашего мира, но, видимо, оно очень распространено среди математиков, раз Кантор, Медведев и множество других математиков придерживаются таких же представлений, как и Решетняк.

Данное высказывание направлено уже не против Кантора, это атака также и на доканторовскую математику.[74] Сказано столь же категорично, сколь и необоснованно. Почему не соответствует этим самым реалиям? И каким таким реалиям не соответствует?[75] Допустим, что мы имеем последовательность, которая монотонна и ограничена. И что, может оказаться, что у нее нет предела? Если Вы так считаете, то, будьте любезны, докажите это. Для доказательства достаточно привести хотя бы один пример последовательности, удовлетворяющей указанным мною условиям и не имеющей предела. Это что, один из постулатов Веданской теории? Дальнейший текст Ипатьевой, по видимому, имеет в виду обосновать сказанные утверждения о неправильности. Только цель эта оказывается не достигнутой.

---

[72] **МОИ 2015-08-28:** Цитируется МОИ № 25, стр.79.

[73] **МОИ 2015-08-28:** Представления Решетняка мною описываются правильно. Просто Решетняк (опять) не понимает, о чем речь. При Эглематическом постулате пример с (x_n), для которой $x_n = 1$ для всех n, будет выглядеть так: имеем программу, которая (одну за другой) генерирует бесконечный ряд единиц. Каждая эта единица есть отдельный объект, но в данном (вырожденном) случае все генерируемые объекты одинаковы. Предел же есть «последняя» единица в генерируемом ряду. Всё обстоит точно так же, как когда генерируются отличающиеся друг от друга объекты.

[74] **МОИ 2015-08-28:** До Кантора никто не пытался утверждать, что (говоря в наших терминах) переставляющий алгоритм создаст какой-то новый объект под названием «предел». Все ограничивались представлением, что переставляющий алгоритм создаст только то, что он переставил (как у Вейерштрасса, выше упомянутого Решетняком). Все прежние, доканторовские, рассуждения вполне согласуются с представлением о пределе как о «последнем члене» последовательности. Поэтому дискутируемый сейчас вопрос просто не возникал. Я очень сомневаюсь, что, например, Вейерштрасс или Гаусс представляли себе предел таким образом, каким его потом использовал Кантор и теперь защищает Решетняк.

[75] **МОИ 2015-08-28:** Реалия состоит в том, что алгоритм, который только берет что-то из одного места и ставит в другое, не может создать объект, которого не было в исходном множестве. Канторовский объект η либо содержался уже в исходном ω, либо Кантор его существование просто постулировал. В первом случае в «доказательстве» Кантора имеет место логическая ошибка, во втором случае порочный круг. Дальнейшие разглагольствования Решетняка в этом абзаце бессмысленны.

Читаем классика науки далее.[76]

> Решетняковская модель предела ошибочна в трех аспектах:
> 1) в аспекте принадлежности предела последовательности;
> 2) в аспекте следования из теоремы;
> 3) в аспекте существования предела.
> Ниже разберем все три аспекта. Мнение Решетняка (также Кантора, Медведева и др.), будто теорема Кантора (стр.30 выпуска МОИ №5; [§]41 настоящего тома) верна, вытекает из Решетняковской модели предела; констатация ошибочности этой модели есть тем самым констатация ошибочности «доказательства» Кантора.

Никакой решетняковской модели нет, есть общепринятая теория предела.[77]

> Аспект 1. «Принадлежит ли предел последовательности?». В Решетняковской модели предел всегда является объектом, отличным от самой последовательности (от всех ее членов).

Это неправильно, предел может благополучно совпадать с каким-либо членом последовательности. Выше я привел соответствующий пример.[78] Госпожа Ипатьева явно обнаруживает свое незнание правила отрицания квантора всеобщности.

> Это неверно. В правильной модели (соответствующей реалиям нашего мира – в данном случае это: соответствующей работе мозга и протеканию процесса мышления) предел остается внешним для последовательности объектом только до тех пор, пока мы находимся в области потенциальной бесконечности. Тогда все члены последовательности есть только приближения к пределу. Если же осуществлен переход к актуальной бесконечности (допущена «абстракция актуальной бесконечности» по Маркову и бесконечные процессы считаются завершенными), то предел становится «последним» членом последовательности и уже принадлежит ей.

Апелляция к работе мозга и законам мышления при обсуждении математической проблемы выглядит по меньшей мере странной.[79]

Вводится новое математическое понятие: «последний» член последовательности. Ни у Фихтенгольца и ни в других учебниках по математическому анализу этого понятия нет.[80]

Вводится оно уважаемой госпожой Ипатьевой для того, чтобы оправдать критику первого доказательства теоремы Кантора, которое было дано ее автором.[81]

Не выйдет, мадам! В доказательстве строятся две монотонные последовательности, строго возрастающая (α_ν), $\nu = 1, 2, \ldots$ и строго убывающая (β_ν), $\nu = 1, 2, \ldots$ Так вот, если $A = \lim_{n\to\infty} \alpha_\nu$, то для всех ν имеет место неравенство $\alpha_\nu < A$. По этой причине утверждение, что A есть «последний» член данной последовательности, решительно ничего Вам не дает.[82] Ни единый

---

[76] **МОИ 2015-09-20:** Цитируется МОИ №25, стр.80.

[77] **МОИ 2015-08-28:** В данном разбирательстве присутствуют две модели предела; одну из них преподносит нам Решетняк, поэтому она в цитируемом тексте названа «Решетняковской». Придерживается ли еще кто-нибудь этой модели, здесь не имеет значения. (Думаю, что Решетняк искажает общепринятую модель, подгоняя ее под свои сиюминутные нужды; этот вопрос может быть изучен, но не в данный момент).

[78] **МОИ 2015-08-28:** Мое высказывание правильно; в примере Решетняка тоже предел представляет собой другой объект, нежели члены последовательности, хотя и совпадает с ними по значению. Вообще здесь проявляется неспособность Решетняка мыслить точно: сохраняя в поле зрения все детали ситуации.

[79] **МОИ 2015-08-28:** Эглематический постулат объявил математику «разделом мозгового программирования» и ввел в обиход весь арсенал средств информатики. Здесь просто ведется рассуждение в рамках этого постулата. Когда Решетняк называет это «по меньшей мере странным», он просто демонстрирует свою неспособность рассуждать при другом постулате, чем его собственные.

[80] **МОИ 2015-08-28:** Не имеет никакого значения, что есть и чего нет у Фихтенгольца и в других учебниках. Нами ведется самостоятельное логическое исследование.

[81] **МОИ 2015-08-28:** Представление о пределе как «последнем» члене последовательности вытекает из Эглематического постулата. Сам же этот постулат вводится в качестве краеугольного камня новой теории оснований математики. Теория эта, в свою очередь, как всякая новая теория, создается с целью лучше понять и объяснить Мир (в данном случае математику как часть этого Мира).

[82] **МОИ 2015-08-28:** Решетняк демонстрирует свою полную неспособность понять то, что ему говорят. Предел есть «последний» член последовательности для генерирующих (а не переставляющих) алгоритмов и при принятой «абстракции актуальной бесконечности». Последовательности (α_ν) и (β_ν)

пункт в доказательстве Кантора не опровергается этой Вашей уловкой с «последним членом» последовательности. Как Вы пишете, предел содержится среди чисел α_ν и, значит, число, не принадлежащее исходной последовательности, найти не удалось.[83] Простите, но из доказательства следует, во первых, что при каждом $\nu \in \mathbb{N}$ мы имеем неравенства $\alpha_\nu < A < \beta_\nu$, так что точка A лежит в промежутке (α_ν, β_ν), а точка ω_ν этому промежутку не принадлежит, и, значит, $\omega_\nu \neq A$.[84]

Кто сказал, что Ваши представления о работе мозга верны? Это сказал Валдис Эгле, а вслед за ним госпожа Ипатьева, то есть, как я понимаю, опять же господин Валдис Эгле.[85] Характер нашей дискуссии заставляет меня усомниться в справедливости этого суждения.[86] Какими результатами Веданской теории это подтверждается?

> Умозаключение, будто из монотонности и ограниченности последовательности следует существование объекта (предела), отличного от членов последовательности, предполагает, что в отношении последовательности действует лишь потенциальная бесконечность. В случае же актуальной бесконечности такое умозаключение является логической ошибкой. Я еще раз прочитала соответствующие места Фихтенгольца. Теорема о монотонных вариантах дается на стр.71 тома I. Всё сказанное там инвариантно в отношении потенциальной или актуальной бесконечности: можно считать, что варианта содержит лишь потенциальные приближения к пределу, и тогда предел находится вне варианты, и можно считать, что предел является «последним» членом варианты; – текст Фихтенгольца всё равно остается в силе и не вызывает возражений.

Последовательность есть функция,[87] область определения которой[88] есть множество всех натуральных чисел $\mathbb{N}$. В этом множестве нет максимального элемента и, значит, независимо от того, имеет последовательность предел или нет, никакого «последнего» члена у нее нет и быть не может.[89] Представление о пределе, как конечном значении функции – это пример дилетантского суждения о математическом анализе.[90]

строятся не генерирующим, а отбирающим алгоритмом. Неравенство $\alpha_\nu < A$ означает, что здесь имеется в виду лишь потенциальная бесконечность. Разговоры Решетняка о «последнем члене» здесь вообще не к месту.

[83] **МОИ 2015-08-28:** Не пишу я такого. Я пишу, что либо объект η уже был в ω, либо Кантор его существование постулировал, потому что (α_ν) и (β_ν) строились отбирающим-переставляющим (а не генерирующим) алгоритмом, и он этот объект η создать не мог.

[84] **МОИ 2015-08-28:** Здесь постулирование Решетняком объекта *A* очевидно. Пусть принят Эглематический постулат, и все математические объекты есть продукты той или иной программы. Какой программой создан объект *A*? Нет такой программы! Программы, строящие (α_ν) и (β_ν), его не создают, а других программ, способных создать *A*, здесь нет. Кантор и Решетняк просто ожидают, что *A* будет существовать, – а это и есть постулирование. Ну, а дальше порочный круг: они «доказывают» то, что только что постулировали.

[85] **МОИ 2015-08-28:** Даже в существовании мне отказано!

[86] **МОИ 2015-08-28:** Математика есть логическая конструкция над теми или иными стартовыми предположениями (постулатами или аксиомами). Решетняку на данном этапе надлежало убедиться только в том, что при стартовом предположении, названном здесь «Эглематическим постулатом», имеют место все те следствия, о которых говорим Эгле и я. Отрицание Эглематического постулата не является доказательством против логичности конструкции над ним. Оценка Эглематического постулата с точки зрения естественных наук и всего контекста современной науки есть второй этап, который надлежит выполнить после того, как выполнен первый этап: вывод логических следствий из Эглематического постулата.

[87] **МОИ 2015-08-28:** А функция есть программа.

[88] **МОИ 2015-08-28:** А область определения есть входные данные программы.

[89] **МОИ 2015-08-28:** При потенциальной бесконечности не может. А если вводится «абстракция актуальной бесконечности», то она заключается именно в том, что бесконечный процесс рассматривается как законченный, и его «последний» продукт как созданный. Повторяю, что эглематика НЕ НУЖДАЕТСЯ в актуальной бесконечности, и это понятие целиком принадлежит канторизму. Если у Решетняка есть возражения против актуальной бесконечности, то пусть он вышвырнет в мусорник весь канторизм с его актуальной бесконечностью.

[90] **МОИ 2015-08-28:** Данное предложение есть доказательство глубокой непорядочности академика Решетняка. Понятие «абстракция актуальной бесконечности» придумано не нами; оно используется во многих книгах и энциклопедиях, используется профессиональными математиками и объясняется именно так, как я объяснила его в предыдущей сноске. Я не думаю, что Решетняк – дилетант, не знающий этого. Я полагаю, что Решетняк сознательно врёт и искажает всё.

При доказательстве данной теоремы Фихтенгольц ссылается на теорему n° 11 (стр.27), которая оперирует сечениями по Дедекинду. Там в 2° (когда предел иррационален) «пограничное» число β относится к классу A' и является там наименьшим, в то время, как множество $X = \{x\}$ (соответствующее последовательности) находится в классе A (т.е. предел самим способом сечения отделен от последовательности, – что соответствует потенциальной бесконечности для последовательности). Хотя всё это никак не противоречит правильным представлениям о пределах, но, возможно, отделение предела от последовательности при дедекиндовых сечениях повлияло на формирование Решетняковского представления о пределах.

Не Решетняковского,[91] а принятого в современной математике представления о пределе. Для определенности, пусть (x_n) есть возрастающая последовательность. Будем считать, что она строго монотонна. (Именно такие последовательности фигурируют в рассуждениях Кантора. Тогда при каждом n имеем неравенство $x_n < x_{n+1}$. Из доказательства, приведенного у Фихтенгольца, следует, что при каждом n $x_n < x_{n+1} \leq L = \lim_{n\to\infty} x_n$. Таким образом для всех $n \in \mathbb{N}$ имеем $x_n < L$ и, значит, $x_n \neq L$ для всех n.[92]

Аспект 2. «Следует ли существование предела из теоремы?». Решетняк говорит ([§]32): «Математиками, работавшими еще до меня, доказаны разнообразные теоремы, касающиеся этого объекта, и я вправе воспользоваться результатами их труда»; аналогичная мысль появляется и в других местах (например, [§]41: «*ни Кантору ни Медведеву ничего принимать не нужно было – им достаточно было воспользоваться результатом, полученным другими авторами*»). Словом, достаточно констатировать, что последовательность монотонна и ограничена, чтобы можно было применить теорему и установить существование предела (конечно же, отличного от самой последовательности).

Разумеется, можно пользоваться «результатами трудов других математиков», можно использовать ранее доказанные теоремы, но при этом нужно отдавать себе отчет в том, для какой области (для каких объектов) данная теорема доказана. Нельзя теорему, доказанную для одних объектов, переносить на другие объекты, не обладающие тем свойством, о котором говорит теорема. Такой перенос является логической ошибкой.

Слава богу, хоть это госпожа Ипатьева разрешает. Но ни один математик, доказывая теорему о пределе монотонной последовательности, не применяет понятие генерирующего алгоритма.[93] Вы ссылаетесь на Фихтентольца, который написал: «Пусть дана последовательность чисел, $x_1, x_2, \ldots x_n \ldots$ заданная по определенному закону». Вы цепляетесь к слову закон и говорите, что «по законе» в смысле Фихтенгольца, это то же самое, что по мозговой программе. Слово «закон» в данном случае есть нечто весьма неопределенное, и совершенно не обязательно понимать его так, как этого хочет уважаемая Марина Олеговна.[94]

Григорий Михайлович Фихтенгольц, вне всякого сомнения был гениальным педагогом. Его учебники – это настоящий шедевр педагогического мастерства. Но как математик он не был

---

[91] **МОИ 2015-08-28:** Повторяю, что в нашей дискуссии присутствуют две концепции предела, одна из которых представлена Решетняком и поэтому названа «решетняковской». Вопрос о том, является ли она «принятой в современной математике», может быть обсужден отдельно и не влияет на обозначение данной концепции в рамках настоящей дискуссии.

[92] **МОИ 2015-08-28:** Не понятно, почему у Решетняка стоит «$x_{n+1} \leq L$», раз потом «$x_n \neq L$ для всех n». В любом случае вся эта его тирада не имеет никакого значения. В процитированном моем тексте же сказано, что данное рассуждение Дедекинда–Фихтенгольца соответствует потенциальной бесконечности (теперь эти слова в цитате подчеркнуты зеленым). Кто же спорит с тем, что когда не введена актуальная бесконечность, предел НЕ есть «последний член» последовательности? Зря старался Решетняк.

[93] **МОИ 2015-08-28:** Конечно, в явном виде не выделяли. Но «интуитивно» чувствовали. Не делал же никто до Кантора его ошибок.

[94] **МОИ 2015-09-19:** У Решетняка какой-то схоластический взгляд на вещи, причем он пытается такой взгляд приписать и мне. Для меня ничей авторитет, ни Аристотеля, ни Фихтенгольца, ни еще кого-нибудь, не может быть никаким аргументом, при помощи которого что-то доказывается. Я упомянула Фихтенгольца и употребленное им слово «закон» лишь в качестве примера того, что люди и до меня думали в принципе так же, как я, и интуитивно чувствовали те вещи, которые Веданская теория теперь объявляет открыто. Но даже если бы никто до нас эти вещи не чувствовал бы, то ничего бы не изменилось: Веданская теория всё равно права; истинность ее устанавливается рассуждениями, не зависящими от чьего-то мнения и авторитета.

звездой первой величины. Его личные научные достижения достаточно скромны. Кроме Фихтенгольца есть ведь и другие математики.

Не буду называть современные учебники по математическому анализу.[95] Возьмем книгу Эдмунда Ландау «Введение в дифференциальное и интегральное исчисление» ИЛ, Москва 1948. Это перевод на русский язык книги, оригинал которой на немецком языке вышел в 1934-м году. В определении предела последовательности там ни слова не сказано ни о каких либо законах ни, тем более, о мозговых программах, и теорема о пределе монотонной последовательности у Ландау доказана без каких либо требований о существовании законов и т.п.[96] Доказательство фактически то же, что у Фихтенгольца.[97] Если Вы хотите узнать, что математики думают о понятии числа, то можете посмотреть другую книгу того же автора под названием «Основы анализа»[98]. (Оригинал на немецком языке издан в 1930-м году, русский перевод – в 1947-м году).

Ссылка на теорему о пределе монотонной последовательности в доказательстве Кантора абсолютно корректна и не является логической ошибкой. Все условия теоремы о пределе монотонной последовательности там выполнены. Естественно, я имею в виду теорему о пределе монотонной последовательности в той редакции, в которой она приводится в учебнике Ландау[99] и в современных руководствах по математическому анализу.

> Теорема о том, что всякая монотонная ограниченная последовательность имеет предел, относится к последовательностям, генерируемым по какому-то «закону» (т.е. на самом деле генерируемым мозговыми программами по определенному алгоритму). Эти генерирующие программы создают очередной член последовательности «из ничего» (т.е. создают сами, не беря его готовым откуда-то со стороны). Абсолютно все примеры вариант, приводимые Фихтенгольцем в этой связи, именно таковы. У всех есть «закон», есть генерирующий алгоритм – и, значит, есть предел как «последний» сгенерированный член последовательности в случае завершения бесконечного процесса.

---

[95] **МОИ 2015-09-19:** В свое время я пыталась достать в Интернете учебник самого Решетняка, но он там не доступен. Есть только библиотечные карточки с библиографическими данными. («Курс математического анализа», ч.I, кн.1: Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999. – 453 с. (Современная математика – студентам и аспирантам) – и т.д.). Я охотно бы разобрала эти вещи по учебнику Решетняка, но, к сожалению, эта книга мне недоступна.

[96] **МОИ 2015-09-19:** Ну и что? Опять схоластический образ мышления: ссылки на авторитет как на аргумент. Из учебника Ландау мы можем по данному вопросу извлечь только одно: если автор чувствовал и понимал разницу между «переставляющими» и генерирующими алгоритмами, то это отразится в его книге; если же не понимал и не чувствовал, то вопрос будет обойден молчанием. Собственно же разница между переставляющими и генерирующими алгоритмами никак не изменится от степени ее понимания у Эдмунда Ландау.

[97] **МОИ 2015-09-19:** Я скачала с Интернета и посмотрела учебник Ландау. Видимо, речь идет о теореме 27 на стр.42–44. Весь дух рассуждений Ландау такой, что все последовательности у него есть <u>генерируемые последовательности</u>. Уже в самом начале, на стр.26, где начинается разговор о пределах, стоит предложение: «Когда говорят, что последовательность чисел 1, ½, ⅓, ¼, ... стремится к нулю, то это уже потому не имеет ясного смысла, что нам даже не сообщено, какие же числа заданы и в каком порядке они заданы». Ну, и дальше такое «не имеющее ясного смысла» определение последовательности заменяется на указание алгоритма ее генерации. (А у Кантора последовательности (α_ν) и (β_ν) еще более неопределенные, чем то, что отверг Ландау). Любопытно и показательно, что Ландау везде пишет не привычное нам $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, а $\lim_{n=\infty} s_n = s$. Таким образом, согласно смыслу этих обозначений, s есть <u>последний член</u> s_n, когда $n=\infty$. Так что книга Ландау говорит в мою пользу еще больше, чем книга Фихтенгольца. Не везет бедному Решетняку.

[98] **МОИ 2015-09-19:** Я скачала с Интернета и посмотрела эту книгу. Ну, там обычное, много раз виденное, построение с аксиомами и т.д. Всё начинается словами: «Мы считаем заданным: некоторое множество, т.е. совокупность вещей, называемых натуральными числами, с перечисленными ниже свойствами, называемыми аксиомами». Но откуда берется эта «совокупность вещей», как первобытный человек начинает ее создавать – всё то, что объясняет Веданская теория, – об этом, разумеется, там нет ни слова.

[99] **МОИ 2015-09-19:** Ландау сказал бы в случае рассуждений Кантора: «это уже потому не имеет ясного смысла, что нам даже не сообщено, какие же числа заданы и в каком порядке они заданы». Если условия теоремы выполнены и предел существует, то он существовал уже в исходном множестве (ω), так как последовательности (α) и (β) создавались из него по «переставляющему» алгоритму. Выполнение условий теоремы НЕ ДАЮТ права постулировать существование НОВОГО объекта.

Это всё Ваша фантазия, уважаемая Марина Олеговна! Ни в определении предела, ни в доказательстве теоремы о пределе монотонной функции тот факт, что последовательность порождается какой-то генерирующей программой, никак не используется и выполнение этого условия не предполагается.[100] Ссылка на Фихтенгольца, как уже сказано выше, ничего не доказывает. Фихтенгольц просто следует традиции, восходящей еще к 18-му веку. Примеры, которыми Фихтенгольц иллюстрирует основной материал, приводятся в учебных целях и для чего ему их усложнять?[101]

В теореме о существовании предела у монотонной последовательности используются только следующие три условия:

D) Для всякого $n \in \mathbb{N}$ определено число x_n – n-ый член последовательности.

M) Последовательность $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ монотонна.

B) Последовательность $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ограничена.

Теорема утверждает, что если все эти три условия выполнены, то последовательность имеет конечный предел.[102] Доказательство теоремы чрезвычайно простое и воспроизводить его я не буду. Теорема применима всякий раз, когда выполняются перечисленные условия D, M и B. Тот факт, что последовательность генерируется какой-либо программой, в доказательстве не используется.[103] По этой причине запреты, которые тут вводит Марина Олеговна, будут иметь силу только если мы признаем личные капризы этой дамы частью логики.[104]

---

[100] **МОИ 2015-09-19:** Я уже показала, что и Фихтенгольц, и – в еще большей степени – Ландау придерживались именно того представления о пределе последовательности, которое имею я. (И жаль, что у меня из-за отсутствия книги в Интернете не было возможности показать, что и сам Решетняк тоже фактически придерживался тех же представлений о пределе – придерживался в то время, когда он еще не подозревал, что это смертельно опасно для канторизма). Но, как я уже отметила, мнение того или иного автора в общем-то имеет лишь иллюстративное значение. Всё решается однозначно Эглематическим постулатом. Как только он принят, так объекты математики есть продукты тех или иных процессов (программ), сразу введены в обиход все знания о программах, разница между переставляющими и генерирующими алгоритмами очевидна, и очевидно сразу, что канторовский «предел η» НЕ СУЩЕСТВУ-ЕТ – или, если предположить его существование, то оно просто постулируется.

[101] **МОИ 2015-09-19:** Как будто это вообще возможно – «усложнить» примеры и дать какую-нибудь определенную бесконечную последовательность иным способом, чем указав алгоритм ее генерации!

[102] **МОИ 2015-09-19:** Вот здесь математики и запутались. У них нет достаточно четкого представления о ситуации. А ситуацию эту можно уточнить различными путями. Один из этих путей: принять Эглематический постулат и считать, что все математические объекты есть продукты различных процессов-алгоритмов. Если введен Эглематический постулат, то очевидна разница между переставляющим и генерирующим алгоритмом; для генерируемых последовательностей рассматриваемая теорема безоговорочно в силе; для переставляющих же предел будет существовать в том случае, если он существовал уже в том множестве, откуда переставляли. А представление, что предела не было в исходном, но он (из-за условий D, M, B) появился и есть в переставленном множестве (как это у Кантора), такое представление есть логическая ошибка. (Для людей, вроде Решетняка, плохо владеющих терминологией, напоминаю, что у нас всякий потенциальный продукт алгоритма есть множество (§25, МОИ №6, стр.16 и далее); последовательность как продукция некоторого алгоритма тоже есть определенное множество). Если же Эглематический постулат не принят, то ситуация остается туманной, и в этом тумане математики не видят, что в рассуждении Кантора не доказывается, а постулируется существование того объекта, наличие которого (якобы) и доказывает превосходящую мощность континуума над счетным множеством. Математики могли бы уточнить ситуацию и своими средствами (т.е. не прибегая к Эглематическому постулату), но они этого делать не хотят и предпочитают оставаться в тумане.

[103] **МОИ 2015-09-19:** Условие, чтобы последовательность была создана именно генерирующей (а не переставляющей) программой, не требуется. Последовательность, созданная переставляющей программой, тоже может содержать предел – но только в том случае, если он содержался уже в исходной последовательности. Я сейчас смотрю на доказательство 27-й теоремы Ландау, и поражаюсь: но ведь он всё делает в <u>абсолютном</u> согласии с той концепцией предела, которую исповедую я, и совершенно вразрез с концепцией Решетняка (и Кантора с Медведевым)! Для Ландау предел s есть «последний» член последовательности s_n, когда $n=\infty$. И именно к ЭТОМУ s относится как доказательство, так и условия 27-й теоремы Ландау, и, конечно, этот s существует всегда, когда выполняются решетняковские условия D, M, B, но только из всего этого НЕ СЛЕДУЕТ, что этот s может появиться из воздуха, как это происходит у Кантора, Медведева и Решетняка. У Ландау этот s возникает из самой последовательности, он в ней – внутри. Сделать умозаключения Кантора на основе материала Ландау – абсолютно невозможно.

[104] **МОИ 2015-09-19:** Уж кому-кому, а Решетняку лучше помолчать о логике.

> Кантор же берет ситуацию совершенно другую. У него генерирующего алгоритма нет, все члены последовательности существовали уже заранее, ДО начала того процесса, который проводится Кантором. Кантор только отбирает эти уже ранее существовавшие объекты в свои (α_ν) и (β_ν). Конечно, он отбирает их тоже по какому-то алгоритму («закону»), но этот алгоритм не есть алгоритм генерирующий, создающий новые объекты; это алгоритм, переставляющий объект из одного места в другое.

Ну вот еще одно новое эглематическое понятие появилось – «переставляющий алгоритм»[105]. Исходя из последовательности, заданной, как пишет Кантор, по определенному закону (будто предвидел старик, что именно отсутствие закона ему попытаются вменить в вину)[106] и, стало быть, в понимании Эгле, генерируемая некоторой программой. С последовательностью осуществляется некоторая работа: по точно определенному алгоритму строятся две ее подпоследовательности.

Продолжим цитату.[107]

> Поэтому перенос теоремы, относящейся к генерирующим алгоритмам, на алгоритмы негенерирующие, незаконен и представляет собой логическую ошибку. На самом деле в случае «переставляющего» алгоритма предел в последовательностях (α_ν) и (β_ν) будет или не будет в зависимости от того, перенесет его «переставляющий» алгоритм, или не перенесет (что весьма условно – как считать).

Перенос незаконен только с точки зрения кодекса законов, который называется Веданской теорией. Веданская теория не является частью логики и правильнее говорить о веданических или эглематических «ошибках»[108].

В доказательстве Кантора строятся две последовательности. Алгоритм, с помощью которого они получены, ничего не переставляет.[109] Он строит две строго возрастающие последовательности номеров, λ_ν и μ_ν такие, что $\alpha_\nu = \omega_{\lambda_\nu}$ и $\beta_\nu = \omega_{\mu_\nu}$ при каждом ν.

В теории предела важную роль играет понятие подпоследовательности, то есть последовательности вида (x_{n_k}), где n_1, n_2, . . . , n_k, . . . есть строго возрастающая последовательность натуральных чисел. Что, это понятие, с точки зрения модели М, незаконно? Как быть с теоремой выбора Вейерштрасса, которая есть ключ к основным теоремам анализа о непрерывных функциях? От понятий верхнего и нижнего пределов веданисты тоже отказываются?

Кстати сказать, есть теорема Римана, о перестановке сходящегося, но не абсолютно сходящегося ряда. На эту теорему тоже налагается запрет? В этом случае мы имеем переставляющий алгоритм в чистом виде, причем такой который предел не переносит а, напротив, изменяет его. Переставлять члены ряда в Веданской теории можно или нельзя?[110]

А вот цитата из статьи Кантора,[111] которую критикует госпожа Ипатьева.

---

105 **МОИ 2015-09-19:** Знания программистов о программах весьма богаты, и в случае надобности мы можем выделить очень много различных типов программ, подразделяя их по тем или иным признакам. В данном случае нам потребовалось определить и показать разницу между такими программами, которые что-то генерируют «от себя» и такими программами, которые «от себя» ничего не создают, а только производят некоторые манипуляции над уже существующим материалом. Для этих вторых обозначение «переставляющие» было рабочим термином, придуманным на ходу, по ассоциации, что данная программа берет объект из канторовской последовательности (ω) и переставляет его в последовательности (α) и (β). Математики могут предложить вместо «переставляющие» более удачный термин.

106 **МОИ 2015-09-19:** Решетняк так и не понял, что именно «вменяется в вину» Кантору; думает, что «отсутствие закона».

107 **МОИ 2015-09-20:** Цитируется МОИ [№25](), стр.81.

108 **МОИ 2015-09-20:** Это пустая и бессильная болтовня Решетняка.

109 **МОИ 2015-09-20:** Программная реализация этого алгоритма может быть разной. Можно для объекта ω_i, когда он включается в α или в β, создавать копию структуры ω_i в другой области памяти (отведенной для α и β) – тогда программа «переставляет» ω_i; но можно копию структуры ω_i не создавать, а в полях α и β помещать лишь указатели (пойнтеры) на исходные структуры ω_i; тогда физического перемещения не будет. Но обе реализации программы логически эквивалентны. (Полагаю, что Решетняк не понял бы, что здесь было сказано, но всякому программисту ясно).

110 **МОИ 2015-09-20:** О теоремах Вейерштрасса и Римана я говорила уже выше, а всё остальное в этих тирадах Решетняка есть такая болтовня, на которую просто не стоит реагировать.

111 **МОИ 2015-09-20:** Цитируется МОИ [№5](), стр.30, §2.

Если по какому-нибудь **закону** задана бесконечная последовательность отличных друг от друга числовых величин

$$\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots, \quad (4)$$

то во всяком заданном интервале (α, β) можно определить число η (а значит, и бесконечно много таких чисел), которое не содержится в последовательности (4). Это и предстоит теперь доказать.

Когда Фихтенгольц пишет о последовательности, определенной по какому-либо закону, то Эгле и Ипатьева утверждают, что речь идет о генерирующих программах. (Чем Вы это докажете кроме ссылки на то, что употреблено слово «закон», точный смысл которого Фихтенгольц не разъясняет). Когда то же самое говорит Кантор то объявляете, что у него никаких генерирующих программ нет. Типичная политика двойных стандартов![112]

Тот факт, как получена та или иная последовательность, не имеет существенного значения, но, как видно из сказанного выше, построения Кантора не выходят даже за рамки концепции Эгле.[113]

Решетняковская модель не различает генерирующие и негенерирующие алгоритмы. Этому способствует модель Дедекинда с его сечениями, которая тоже не рассматривает алгоритмы процессов, а берет «числовую ось» целиком как «существующую». Модель Дедекинда не является неправильной, она совместима с теми взглядами, которые здесь представляю я, но она в этом отношении не точна, не определенна и позволяет дальнейшую интерпретацию как в сторону Решетняковской модели предела, так и в сторону правильной модели.

Выше уже сказано, что никакой решетняковской модели предела нет.[114] Есть общепринятая теория предела, которой Решетняк и придерживается. При всех недостатках схемы Дедекинда произвольные вещественные числа господин Эгле определяет именно по Дедекинду.

Аспект 3. «Когда существует предел?». В Решетняковской модели предел (причем отличный от членов самой последовательности – (не обязательно – Ю.Г.Р.)[115]) существует всегда, когда налицо монотонная ограниченная последовательность. Из существования (α_ν) и (β_ν) следует существование предела ξ, не принадлежащего ни (α_ν), ни (β_ν). Такой взгляд на вещи для нас предполагает:

1) что (α_ν) и (β_ν) были лишь потенциально, а не актуально бесконечными последовательностями (аспект 1), и

2) что (α_ν) и (β_ν) создавались по генерирующему алгоритму (аспект 2).

От того, что Вы многократно повторяете некое абсурдное требование, оно не становится менее абсурдным. Повторяю *n*-ый раз, в доказательстве теоремы о пределе монотонной последовательности условие, что последовательность генерируется некой программой, не используется, и потому теорема верна без предположения, что это условие выполняется.[116]

---

[112] **МОИ 2015-09-20:** Ну, это вообще такой уровень!... Не знаешь и что сказать... Ухватился за слово «закон» и ну давай им размахивать... Где нужна программа генерирующая, где переставляющая – ни малейшего понятия... Абсолютная безграмотность. Оставлю без ответа.

[113] **МОИ 2015-09-20:** Конечно, Кантор создает свои (α_ν) и (β_ν) по какому-то алгоритму («закону»). Но этот алгоритм не может быть «генерирующим», потому что если он будет генерировать (α_ν) и (β_ν) «от себя», то исходным материалом не будет (ω); а если исходным материалом является (ω), то алгоритм не есть «генерирующий», а есть «переставляющий» (как эти типы программ у нас определены).

[114] **МОИ 2015-09-20:** Выше уже сказано, что в данной дискуссии присутствуют две модели предела, одну из которых представляет Решетняк, другую Ипатьева. Поэтому первая модель в рамках этих материалов обозначается как «решетняковская», а вторая как моя. Выше уже показано, что Ландау придерживался именно моей модели, поэтому причитания Решетняка, будто его модель есть общепринятая в математике, уже опровергнуты.

[115] **МОИ 2015-09-20:** Обязательно, если под словом «отличный» понимать то, что понимаем мы, а именно: что это разные объекты как продукты генерирующей программы. Но эти разные объекты могут иметь одинаковое числовое значение (тогда они не «отличные» в понимании Решетняка).

[116] **МОИ 2015-09-20:** Решетняк постоянно пытается свести дело к механическому, бездумному применению теоремы вместо детального анализа подлинной ситуации. Это почерк вообще всего канторизма: иметь максимально туманные представления о ситуации (и ни за что не допускать никакой детализации и прояснения), и тогда в этом тумане жонглировать механически применяемыми приемами (которые на самом деле применяются не к месту и не по назначению).

Порочный круг в рассуждениях Кантора, Медведева и Решетняка, конечно, присутствует и не является никакой галлюцинацией. У них «доказывается» то, что перед этим принято (постулировано), – впрочем, это так не только в данном, но также и во всех остальных «доказательствах» кантористов. Но этому порочному кругу можно придать различные формы в зависимости от того, что мы принимаем за данное и как интерпретируем ситуацию. Модель Дедекинда, хоть и не противоречит правильным представлениям, но своей неопределенностью способствует маскировке ошибок Решетняковской модели. Рассмотрим ситуацию по возможности ближе к модели Дедекинда.

Возьмем какую-нибудь последовательность, имеющую генерирующий алгоритм, например, ту же, которую Решетняк приводил в [§]41: Пусть последовательность рациональных приближений числа √2 строится по правилу Герона, то есть $x_1 = 1$ и если x_n определено, то x_n+1 = ½ (x_n + 2/x_n). Эта последовательность сходится к √2, и притом довольно быстро.

(Тут Решетняк малость промахнулся. Надо было взять $x_1 = 2$. Остальные члены последовательности при этом не изменятся, а последовательность станет убывающей. В соответствии с этим слова «слева» и «справа» далее надо поменять местами – Ю.Г.Р.)

В модели Дедекинда {x_n} будет «открытое справа» множество, (госпожа Ипатьева постоянно отождествляет последовательность с множеством, что неправильно. Ю.Г.Р.)[117] неограниченно приближающееся к √2; сам √2 будет сечением в области рациональных чисел таким, что «слева» нет наибольшего, а «справа» нет наименьшего. (В нашей модели – «модели М»; даю ее для сравнения – √2 будет вне {x_n} при потенциальной бесконечности и членом {x_n} при актуальной бесконечности; если же имеется также и другая последовательность y_n, тоже сходящаяся к этому же пределу, то, значит, конечный результат двух алгоритмов один и тот же; обе последовательности имеют общий «последний» при актуальной бесконечности член). Последовательности (α_n) и (β_n) в модели Дедекинда выглядят так же, как и x_n, и тот факт, что первые не имеют, а вторая имеет генерирующий алгоритм, в модели Дедекинда никак не отражен (что и способствует возникновению ошибки у Кантора, Медведева и Решетняка).

Вместо потенциальной бесконечности правильнее говорить о потенциальной осуществимости. То, что Эгле называет потенциальной бесконечностью, на самом деле и есть актуальная бесконечность в смысле Маркова.[118] Актуальная бесконечность в смысле Эгле есть результат выполнения некоторой дополнительной операции после перехода к настоящей актуальной бесконечности.

Если принять Ваши измышления об актуальной бесконечности, то открытый промежуток (0, 1), то есть множество всех вещественных чисел x таких, что $0 < x < 1$, не существует. Это множество определяется какой-то генерирующей программой, и если следовать Вашей логике, эта программа в качестве крайних элементов промежутка (0, 1) обязательно выдаст числа 0 и 1.[119]

[117] **МОИ 2015-09-20:** Это может быть неправильно с точки зрения какой-то конвенции (соглашения) об употреблении терминов, участником которой является Решетняк, но ни Эгле, ни я к этой конвенции не присоединились. Мы участники другой конвенции (принятой в Веданской теории), и согласно этой конвенции всякий продукт алгоритма (программы, процесса) есть множество, и последовательность, как продукт определенного алгоритма, тоже является множеством. В моих словах возможны некоторые отождествления и упрощения, потому что если всякий раз пытаться высказываться с абсолютной точностью, то предложения получатся настолько сложными, что их никто не поймет.

[118] **МОИ 2015-09-20:** Здесь Решетняк сочиняет свою собственную «теорию бесконечностей», отличающуюся от общепринятой, и при этом начинает перевирать не только меня, но уже и Маркова. Взгляды Маркова выражены им самим (без помощи Решетняка), и не где-нибудь, а в его статьях для Большой советской энциклопедии, и я их процитировала в конце страницы 17 выпуска МОИ №25. «Актуальная бесконечность по Маркову» «*связана с рассмотрением никогда не завершаемых процессов как бесконечно продолженных и тем самым как бы завершенных*» и, вопреки Решетняку, это общепринятая в математике точка зрения, постоянно встречаемая во множестве книг. А та «дополнительная операция Эгле», о которой говорит Решетняк (имея в виду, надо полагать, бокоанализ) есть просто объяснение на программном уровне, как мозг, будучи биологическим компьютером, может осуществить «*рассмотрение никогда не завершаемых процессов как завершенных*».

[119] **МОИ 2015-09-20:** Тут нет никакой проблемы. В мозге действуют (и математику определяют) громадное количество программ. Если в качестве генерирующей избрана программа, которая всегда создает концы промежутка, то другая программа может из ее продукции отобрать «всё, кроме концов», и ее продукт тогда уже будет «открытый промежуток (0, 1)». Он может возникать и в других ситуациях как продукт программ другого характера.

Если (α_n) и (β_n) содержат только рациональные числа, то – да, они образуют сечение по Дедекинду и дают новое иррациональное число, которого нет в (α_n) и (β_n). (Всё неправильно, предел может благополучно оказаться рациональным числом – Ю.Г.Р.)[120] Но тогда заранее принято, что в (ω_n) были только рациональные числа без иррациональных, и «доказывается» по порочному кругу то же самое, что в начале было принято. Если же в (α_n) и (β_n) допускаются также и числа иррациональные, то предел ξ, который эти последовательности образуют, содержится в самих этих последовательностях как их «последний» член, (неправильно, не содержится этот предел среди членов последовательности[121] и рациональность или иррациональность тут не причем;[122] на этот счет всё сказано мною в начале этого текста – Ю.Г.Р.) и не дает нового объекта. (Не правильно это, дает, без всяких постулатов дает! – Ю.Г.Р.)[123]

А если $\xi = \lim_{n\to\infty} \alpha_n = \lim_{n\to\infty}\beta_n$ объявляется объектом новым, значит, его существование просто постулируется мифологическим образом, (единственный мифологический образ, который тут присутствует – это «последний член» последовательности – Ю.Г.Р.)[124] и тогда опять имеет место порочный круг, и «доказывается» то же самое, что в начале было принято (постулировано). (В чем состоит бредовость этой аргументации выше уже разъяснено. Повторять не буду – Ю.Г.Р.)[125] (У Кантора: «Если по какому-нибудь закону задана бесконечная последовательность отличных друг от друга числовых величин $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n, \ldots$...»; не оговорено, рациональные это числа или иррациональные тоже).

Подытоживая эту группу логических ошибок академика Решетняка, можно сказать, что они возникают из

1) неразличения ситуаций с потенциальной и актуальной бесконечностью;
2) неразличения генерирующих и негенерирующих алгоритмов;

---

[120] **МОИ 2015-09-20:** Уж, конечно, Ипатьева не знает, что предел может быть и рациональным дробным, и целым числом! В данном месте моего текста разбирается пример Фихтенгольца, когда сечение Дедекинда проводится числом $\sqrt{2}$. Никаких обобщений тут не делается.

[121] **МОИ 2015-09-20:** А вот Эдмунд Ландау считал, что содержится, и в соответствии с этим строил и свое изложение, и символику.

[122] **МОИ 2015-09-20:** Рациональность и иррациональность тут действительно ни при чем, но так проще выразиться, и в рамках избранного примера с $\sqrt{2}$ это выражение правильно. Мой текст и без того достаточно сложный, и если его еще дальше усложнять учетом всех возможных нюансов, то я рискую потерять и тех немногочисленных читателей, кто отважится в этом разбираться.

[123] **МОИ 2015-09-20:** Реагировать на это и подобные восклицания Решетняка нет смысла. Но над чем действительно можно здесь задуматься, так это: КАКИМИ должны быть представления человека, его внутренний мир, чтобы он мог нести такую ахинею? Итак, согласно представлениям Решетняка, этот предел (η Кантора или ξ Медведева) **1)** НЕ является продуктом какого-то алгоритма, не строится им; **2)** его существование НЕ постулируется теми, кто начинает о нем говорить, – и, стало быть, **3)** он существует как-то так объективно, независимо ни от деятельности каких-то процессов (пункт 1), ни от предположений субъекта (пункт 2) – существует так, как существуют материальные объекты: атомы, предметы, Земля, планеты, звезды (и как существует Бог в представлениях верующих и духи или демоны в представлениях суеверных). Разумеется, мы отвергаем эти мифологические представления академика об объектах математики. Для нас пункт 3 исключается; возможен только либо пункт 1, либо пункт 2: или математический объект генерируется алгоритмом, или же его существование постулируется. Итак, мы констатируем, что мышление академика Решетняка в своей глубинной сущности есть мышление мифологическое.

[124] **МОИ 2015-09-20:** Напоминаю, что у Эдмунда Ландау, книгу которого сам Решетняк и рекомендовал нам, предел s есть член последовательности s_n при значении $n=\infty$ (а НЕ какой-то объект вне s_n, к которому s_n может только приближаться, когда $n\to\infty$, т.е. стремится к бесконечности). Разница между этими двумя представлениями как раз и есть разница между потенциальной и актуальной бесконечностью. Если $n\to\infty$, то автор оперирует лишь потенциальной бесконечностью, избегая превращать ее в актуальную, и тогда предел не содержится в последовательности; если же $n=\infty$, то автор перешел к актуальной бесконечности, бесконечное приближение завершилось, и предел стал «последним» членом последовательности. Как мы видим, Эдмунд Ландау предпочел второй вариант. Здесь всё предельно просто, а бессильные измышления Решетняка по этому поводу могли бы вызвать смех, если бы не вызывали раздражение тем, что заставляют меня тратить огромное количество времени и сил на показ их полной бессмысленности и несостоятельности.

[125] **МОИ 2015-09-20:** Выше уже было показано, что «бредовая» (с точки зрения Решетняка) аргументация основывается на том, что допускаются (см. предпоследнюю сноску выше) пункт 1 (когда математический объект есть продукт алгоритма) и пункт 2 (когда существование объекта постулируется), но исключается пункт 3 (когда существование математического объекта приравнивается существованию материальных объектов) и использование в мышлении пункта 3 приравнивается мифологии. Вся позиция Решетняка есть типичная позиция религиозного сектанта: с точки зрения такого сектанта все научные представления являются «бредовыми».

3) переноса ко вторым того, что относится к первым;

4) неопределенности природы последовательностей (α_n) и (β_n).

Итак, мы имеем две модели объекта под названием «предел последовательности»:

1) Решетняковская модель; и

(нет никакой решетняковской модели, есть принятое в современной математике понятие предела. – Ю.Г.Р.)[126]

2) «Модель М».

Выше мы утверждали, что Решетняковская (то есть общепринятая – Ю.Г.Р.) модель неправильна. Модель – это некоторое отображение реальности. Она неправильна тогда, когда это отображение не соответствует самой реальности. Можно ли утверждать, что и в случае Решетняковской модели это имеет место? Да, я утверждаю, что это именно так, и что Решетняковская модель не соответствует фактическому процессу человеческого мышления, который и есть «реальность» в данном случае.

Правильнее говорить не о моих логических ошибках, а воинствующей некомпетентности моих критиков.[127]

Общепринятая модель теории предела отличается от эглематической, в частности, тем, что в ней исключено требование, касающееся генерирующем алгоритме, требование, которое в доказательстве основных результатов теории предела никак не используется. Почему в результате исключения некоторого никак не используемого условия теория предела стала меньше отвечать реальности? Исключение неиспользуемых условий, казалось бы, расширяет область применимости теории, так что правильнее говорить, что именно традиционная теория предела, а не эглематическая, ближе к реальности. Со стороны госпожи Ипатьевой ответом на это будут слова о непроходимой тупости академика.[128] Что можно на это ответить? Ответить можно, только надо ли?

Однако, чтобы действительно понять это утверждение, требуется очень хорошо себе представлять, как происходит человеческое мышление. Ни Решетняк, ни большинство других математиков, разумеется, это себе не представляют. И, значит, для них утверждение об ошибочности Решетняковской модели не покажется убедительным.

Сомневаюсь, что госпожа Ипатьева понимает тайны человеческого мышления.[129]

---

[126] **МОИ 2015-09-20:** После того, что мы узнали из книги Ландау, теперь можно уже точно утверждать, что Решетняк незаконно приписывает своей модели общепризнанность среди математиков.

[127] **МОИ 2015-09-20:** Если уж говорить о некомпетентности, то это, конечно, в первую очередь полная некомпетентность академика Решетняка в области программирования. Она чувствуется на каждом шагу. Академик не может представить себе всех тех программ, о которых мы говорим и о которых делаются умозаключения. Ну, а имеют или не имеют эти программы отношение к математике, определяется Эглематическим постулатом. Вся сущность данной дискуссии заключается в том, что мы должны взглянуть на вещи – как они будут выглядеть, если принят Эглематический постулат. Как вещи выглядят, если Эглематический постулат НЕ принят, нет никакой надобности обсуждать. Ну, а отрицание возможности принятия Эглематического постулата есть однозначный признак умственной убогости.

[128] **МОИ 2015-09-20:** Ну, «непроходимая тупость академика», конечно, место имеет – тут трудно не согласиться. Она проявляется уже и хотя бы в рамках данного одного абзаца. Тут всё искажено, и, чтобы перебрать все перекосы, пришлось бы исписать минимум целую страницу, а то и больше. Самое главное – отсутствие понимания того, что «эглематическую модель» отличает от Решетняковской модели (которая НЕ общепринятая!) наличие Эглематического постулата и вытекающее из него отрицание возможности мифологического существования математических объектов (пункт 3 в сносках выше). Насчет генерирующего алгоритма всё было достаточно подробно объяснено в моих комментариях раньше.

[129] **МОИ 2015-09-20:** Человеческое мышление как объект научного исследования есть часть изучаемого человечеством внешнего мира. В этом изучении применяется обычный метод исследования: строится некоторая модель изучаемого явления и потом теми или иными способами проверяется, насколько хорошо или плохо эта модель объясняет явления, и чтó нужно было бы в ней изменить или какой другой моделью ее заменить. Веданская теория преподносит одну определенную модель человеческого мышления, основанную на категориях программирования и знаниях информатики. Эта модель объясняет много такого, что до нее не было возможности никак объяснить (в том числе природу объектов математики и пути их возникновения). Добросовестные ученые должны исследовать эту модель и выводы, вытекающие из нее. В частности, в рамках математики это проявляется как исследование последствий принятия Эглематического постулата. Разговоры типа «*Сомневаюсь, что госпожа Ипатьева понимает тайны человеческого мышления*» свидетельствуют о полном отсутствии научного образа мышления. Нужно добросовестно исследовать предложенную модель, а не отрицать ее постулаты, болтая при этом о

Но даже если это и так, то причем тут теория предела?[130]

> Поэтому для них проблему можно сформулировать менее категорично. Хорошо, пусть неизвестно, какая модель ошибочна, а какая нет. Но налицо две модели. Теорема Кантора оказывается доказанной только в том случае, если принять именно Решетняковскую модель; если же принять Модель М, то данная теорема не в силе. (Отрицание этого факта, какое можно ожидать от Решетняка и других кантористов, – опять же есть просто нарушение логики и жульничество). Но принятие той или иной модели УЖЕ есть постулат. Следовательно, теорема Кантора зависит от этого постулата. Это наиболее мягкая (и щадящая кантористов) форма, какая может быть придана этой проблеме.

Математика есть точная наука. Это не история и не биология. Истина она одна. Что касается модели М, то смотреть на дело с позиций этой «модели» для меня невозможно по причине недоверия к носителям этой модели.[131] При обсуждении математических проблем носители они прибегают к разного рода абсурдным аргументам.[132]

Заранее невозможно предвидеть, какую чушь тебе поднесут, чтобы ты начал ломать голову, как этот вздор опровергнуть.[133] В ходе нашей дискуссии появились бесконечные натуральные числа, «последний» член последовательности, переставляющие алгоритмы,[134] манипулирование философскими терминами вроде актуальной и потенциальной бесконечности.[135] По своему опыту знаю, что когда в качестве аргумента предъявляют философские положения – это означает, что тебе пытаются навязать какую-то лженаучную дребедень.[136]

своих сомнениях. Модель предложена, она что-то объясняет, она может быть несовершенна (тогда надо предлагать ее усовершенствования), она может быть плохой в свете какой-то более хорошей модели (тогда нужно предлагать эту лучшую модель). Но этой конструктивной научной деятельности НЕТ – и нет уже 35 лет! Вместо этого все эти подниексы, кикусты и решетняки заняты лишь одним: делать всё возможное, чтобы модель НЕ рассматривалась, НЕ изучалась, всеми силами отрицать само ее существование, отрицать ее постулаты и саму возможность принятия таких постулатов. (Боже! – какие ничтожества – и ведь все они имеют ученые степени, зовутся профессорами и состоят в различных научных сообществах!).

[130] **МОИ 2015-09-20:** И вот, этот субъект, всем своим поведением показавший, несмотря на академические регалии, полное отсутствие у него научного образа мышления, еще и спрашивает, при чем тут теория предела?! (Ясно же, что теория предела тут при том, что все понятия о последовательностях, пределах и т.д. порождаются мышлением и, стало быть, их анализ зависит от принятой модели мышления).

[131] **МОИ 2015-09-20:** Здесь Решетняк полностью раскрывает всю свою антинаучную сущность. Он открыто и без всякого стеснения признается, что им руководят не научные и логические аргументы, а доверие или недоверие к лицам. Если он доверяет Пифагору, значит, теорема Пифагора верна. А если он считает Пифагора прохвостом, то сумма квадратов катетов не равна квадрату гипотенузы. Если он считает Лобачевского выдающимся математиком, то геометрия Лобачевского правильна. А если Лобачевский в его глазах выскочка, то и теория Лобачевского просто бредни. Если на месте Эгле и Ипатьевой стоял бы другой человек – профессор и академик, которому Решетняк «доверяет», то Веданская теория и эглематика мгновенно были бы им признаны. Откровения Решетняка по их содержанию меня ничуть не удивляют: я всегда знала, что именно так оно и есть – и не только в случае с Решетняком, но и в случае со всеми остальными математиками, с которыми мы имели дело. Именно своим «доверием и недоверием» они все и всегда и руководствовались, – а не научными доводами. Несколько удивить может разве что откровенность Решетняка. Обычно эту антинаучную позицию пытаются замаскировать.

[132] **МОИ 2015-09-20:** «Абсурдными аргументами» Решетняк называет принятие постулата, отличного от его собственных постулатов и вывод следствий из такого постулата. Что может быть абсурднее, чем говорить о пучке прямых, проходящих в плоскости через точку вне прямой и не пересекающих ее, когда «давно доказано», что такая прямая имеется только одна!

[133] **МОИ 2015-09-20:** А не надо вздор Лобачевского опровергать. Лучше принять его постулат хотя бы для того, чтобы посмотреть, что же получается при таком постулате.

[134] **МОИ 2015-09-20:** Но ведь все эти объекты четко определены и существуют в том смысле, в каком вообще существуют математические объекты. Академику Решетняку, видимо, по нраву только такие теории, в которых никаких своих объектов вообще нет. Чертов Лобачевский придумал всякие там кривизны и предельные плоскости – жуть!

[135] **МОИ 2015-09-20:** Уж эти-то термины не наши, а целиком принадлежат традиционной математике и канторизму. Веданская теория в них не нуждается и упоминает их лишь тогда, когда разбирает вещи канторизма.

[136] **МОИ 2015-09-20:** Решетняк имел дело с системой, основанной на совершенно определенном постулате, и если он не был способен понять это даже после многочисленных и явных объяснений данного факта, то это свидетельствует о его патологической неспособности к логическому и математическому мышлению (что в общем-то в ходе дискуссии было очевидно). Если в системе с определенным постулатом

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: marina.olegovna@gmail.com
дата: 13 января 2015 г., 22:16
тема: Поиск числа
отправлено через: mail.ru

Госпожа Ипатьева,

В прикрепленном файле Вы найдете доказательство того, что рассматриваемые Вами интервалы не содержат некоторые конкретные числа из промежутка [0, 1].

В завершение нашей переписке несколько замечаний.

1) Вернемся к теореме Кантора, которую Вы якобы опровергли. Что утверждает эта теорема? Она утверждает, что не существует взаимно однозначное отображение множества натуральных чисел ℕ на отрезок [0, 1]. Здесь ℕ означает совокупность всех целых чисел $n > 0$, ℕ = {1, 2, ... , n, ...}. Вы пишете, что посредством линейного алгоритма построить взаимно однозначное соответствие невозможно, нужен нелинейный алгоритм. Так ведь и с нелинейным алгоритмом у Вас ничего не получается.[137]

Вы утверждаете, что теорема Кантора не верна. Для доказательства этого факта Вы строите некоторые математические объекты, которые Вы называете бесконечными натуральными числами.[138] Множество всех бесконечных натуральных чисел обозначим символом 𝕄 (M – по первой букве слова «mythology»). Это множество действительно допускает взаимно однозначное отображение на множество [0, 1]. Этот результат, (непосредственно вытекающий из других результатов Кантора) по Вашему мнению, опровергает теорему Кантора. Простите, но в теореме Кантора речь идет именно о множестве ℕ, у Вас же рассматривается другое множество – множество 𝕄. Малейшее ироническое замечание с моей стороны Ваша чувствительная натура воспринимает как оскорбление, но тем не менее я вынужден заметить, что если на клетке с собакой написано лев, то не верь глазам своим.

Говоря Вашими же словами,[139] в первоначальной постановке проблему равномощности множества [0, 1] и множества натуральных чисел ℕ Вам решить не удалось. (Проблема, на самом деле, давно решена, но Вы считаете, что решена неправильно).

Вы многократно обозвали меня жуликом.[140] Простите, а кто тогда Вы?[141]

он способен видеть только попытки «*навязать какую-то лженаучную дребедень*», то для доктора физико-математических наук, профессора, академика РАН по Математическому отделению тут может быть только одно слово: «**Позор!**».

[137] **МОИ 2015-09-20:** Здесь Решетняк в письме от 13 января повторяет то, что он уже писал в файле, присланном 1 января, и что я уже комментировала выше. Поэтому здесь я добавляю комментарий только в том случае, если он касается какого-то нового аспекта.

[138] **МОИ 2015-09-20:** Я утверждаю не столько, что (одна какая-то) «теорема Кантора» не верна, а что ВСЁ его учение (канторизм) не верно. Т.н. «теорема Кантора» имеет множество вариантов, и ВСЕ они основаны на ошибках и путанице – и все опровергнуты в наших сочинениях. Та «теорема Кантора» и то ее доказательство и опровержение, о котором сейчас говорит Решетняк, – это лишь один небольшой эпизод (составляющий, может быть, каких-нибудь процентов пять из всего материала). И речь вообще-то НЕ идет об опровержении какой-то одной отдельной «теоремы Кантора», как это выглядит в тексте Решетняка, а речь идет о том, что мы противопоставляем всему цельному учению канторизма цельное свое учение, объясняющее те же самые вещи (тот же «кусочек мира»), что и канторизм, но объясняющее исходя из других стартовых установок (постулатов) и без характерных для канторизма логических ошибок и путаницы понятий.

[139] **МОИ 2015-09-20:** Какими это «моими словами»? Здесь Решетняк что-то путает... Никакой «проблемы равномощности множества [0, 1] и множества натуральных чисел ℕ» вообще нет. Все бесконечные множества равномощны при независимом построении, а при зависимом построении соотношения их «мощностей» можно установить как нам вздумается, подобрав соответствующим образом зависимость строящих алгоритмов. Вот и всё, что имеется в действительности на месте всех этих (высосанных из пальца) проблем о мощностях.

[140] **МОИ 2015-09-20:** Я не обозвала Решетняка жуликом, а присвоила ему квалификацию «жулик» (или в развернутом виде: «жулик физико-математических наук»). Эта квалификация присваивается профессорам математики (как этот контингент определен на стр.4 МОИ №30) в том случае, если этот профессор отрицает очевидные истины. Например, если профессор математики отрицает, что $2 \times 2 = 4$, то ему присваивается квалификация «жулик ф.-м.н.». По желанию клиента квалификация «жулик» может быть заменена на квалификацию «дурак физико-математических наук». Разница между этими квалификациями заключается в том, что жулик ф.-м.н. понимает, что $2 \times 2 = 4$, но отрицает это из-за какой-то своей

2) В процессе нашей дискуссии Вы неоднократно высказывали по моему адресу разные оскорбительные высказывания.[142] Всё это свидетельствует о Вашем глубоком плебействе, понимаемом не в социальном, а в морально этическом плане. Для плебея не может быть большего удовольствия, чем, извините за выражение, обгадить человека, занимающего хотя бы в чем-то более высокое положение.[143]

В ответ на эти слова последует очередная глава вашего «Mein Kampf»а, в которой Вы будете доказывать что плебей не Вы а, как раз, Ваш оппонент, а Вы и особенно Валдис Эгле это и есть истинные аристократы духа![144]

Просмотрел я № 27 Вашего Майнкампфа. Впечатление, что при слове Решетняк у вас начинаются нервные судороги. Мадам, против вас лично я ничего не имею и никогда не пытался как-то унизить или оскорбить вас. На все возможные претензии с Вашей стороны могу оправдаться словами, которые можно слышать на детской площадке: «Он первый начал». Отдельные иронические замечания с моей стороны относятся не к вам лично, а к той безумной теории, которую вы проповедуете.[145]

Решетняк

Далее текст, набранный в Latex-е

Файл tpat500.pdf:

выгоды, а дурак ф.-м.н. действительно искренне не понимает, что $2 \times 2 = 4$. Решетняку квалификация «жулик ф.-м.н.» была присвоена за отрицание того положения, которое теперь составляет вопрос (2) в конце стр.7 МОИ №30: «Признаете ли Вы, что можно различать две следующие точки зрения: а) четных чисел столько же, сколько натуральных; б) четных чисел в два раза меньше, чем натуральных; и что можно отслеживать, где в рассуждениях используется одна, и где другая точка зрения?». Разумеется, эти точки зрения различать МОЖНО, и отслеживать МОЖНО, это очевидная истина, Решетняк ее отрицал (предположительно не по глупости, а с корыстной целью: нечестными методами отстоять канторизм), и ему была присвоена квалификация «жулик ф.-м.н.». Согласно Уложению, лица, получившие квалификацию «жулик» или «дурак», могут обратиться ко мне (в качестве высшей инстанции) с апелляцией и просьбой отменить эту квалификацию и присвоить другую. В приложении должно быть подано письменное подтверждение той очевидной истины, которую лицо ранее отрицало. Тогда апелляция будет рассмотрена и, в зависимости от общего поведения просителя, либо просьба удовлетворена, либо в ней отказано. Такую апелляцию может подать и Решетняк. Правда, теперь ему это надо делать через какого-то посредника, т.к. на его собственные письма ко мне наложен мораторий, и я их не открываю и не читаю.

[141] **МОИ 2015-09-20:** Кто я? Я – лицо, добровольно взявшее на себя обязательство в оставшейся части жизни отстаивать Веданскую теорию и эглематику как ее часть перед научным сообществом и морально наказывать тех псевдоученых, которые, занимая достаточно высокое положение в научной иерархии, НЕ руководствуются научными принципами, а как это только что выше декларировал Решетняк, руководствуются «доверием или недоверием», то есть, своим личным отношением к «носителям теории», или другими похожими антинаучными мотивами.

[142] **МОИ 2015-09-20:** В мои обязанности, декларированные в предыдущей сноске, входит моральное наказание тех псевдоученых, которые нарушают научную этику, руководствуются не научными принципами, а другими мотивами, типа «доверия или недоверия». Это моральное наказание заключается в публичном унижении виновного. Разумеется, такой моральный преступник, подобно Решетняку, всегда будет считать, что его «невинно оскорбили». Единственное, что я могу посоветовать такому человеку – это: впредь руководствоваться научными принципами и не нарушать научную этику. Тогда и не будет никаких «оскорблений».

[143] **МОИ 2015-09-20:** Ну вот, – так моральный преступник видит ситуацию. Разумеется, виноват не он в том, что попирал научные принципы и нарушал научную этику, а виноваты другие, которые «плебеи» и «завидуют его положению». Эта ситуация вообще типична для всех преступников: не только для моральных, типа Решетняка, но также и для уголовных.

[144] **МОИ 2015-09-20:** Примитивность мышления Решетняка вообще потрясает!

[145] **МОИ 2015-09-20:** Меня практически не интересует, как Решетняк относится ко мне лично. Но он занимает достаточно высокое положение в научной иерархии (и даже сам добровольно вступил в дискуссию), и поэтому он был **ОБЯЗАН** к «безумной теории» (т.е. к теории, основанной на других постулатах, чем его собственные представления) подойти, соблюдая все научные принципы и научную этику, что он НЕ сделал. Поэтому я имею моральное право его наказывать, и разрешение на это право я ни у кого не спрашиваю. «Первым начал» ОН – совершая преступления против Науки, против научных принципов и против научной этики.

Поиск точки, не охватываемой построениями Ипатьевой

Цитируем мадам Ипатьеву.[146]

> Никакую точку p, принадлежащую Промежутку, но не входящую в Объект В, Вы никогда не найдете.[147]

Уже нашел, см. далее.[148]

Все дальнейшие рассуждения относятся к промежутку [0, 1] множества вещественных чисел $\mathbb{R}$. Далее $\mathbb{F}$ означает множеств всех двоично рациональных чисел, содержащихся в промежутке [0, 1], то есть чисел вида, $x = m/2^n$, где m и n целые числа, причем $n > 0$ и $0 \le m < 2^n$. Множество $\mathbb{F}$ с точностью до некоторых непонятных манипуляций, выполняемых госпожою Ипатьевой, совпадает с тем, что у нее обозначается символом B.[149]

В множестве $\mathbb{F}$ определим некоторые специальные подмножества. Полагаем

$$\mathrm{D}_1 = \left\{0, \frac{1}{2}\right\}, \mathrm{D}_2 = \left\{\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right\}, \mathrm{D}_3 = \left\{\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}\right\}.$$

В общем случае для $n > 1$ D_n определим как совокупность всех чисел x вида $x = (2m - 1)/2^n$, где m пробегает целочисленные значения от 1 до 2^{n-1},

---

[146] **МОИ 2015-09-21:** Цитируется МОИ №27, стр.70.

[147] **МОИ 2015-09-21:** «Объект В» – это некоторая бесконечная последовательность чисел (x_n) из Промежутка [0, 1], предположительно, ВСЕХ чисел этого промежутка, когда они перенумерованы (и, значит, когда Промежуток равномощен $\mathbb{N}$). В том месте, откуда взята цитата, показано, как Алгоритм В генерирует Промежуток линейно, присваивая числам Промежутка номера по ходу создания самих чисел. Таким образом, (x_n) есть вся продукция Алгоритма В, т.е. весь Промежуток.

[148] **МОИ 2015-09-21:** Далее Решетняк приводит некоторую умственную конструкцию, призванную доказать, что процитированные им мои слова не верны. Конструкция эта достаточно сложна, чтобы большинство наших читателей просто не стали в нее углубляться, чтобы ее понять. Поэтому я сейчас обрисую общую ситуацию вокруг этой решетняковской конструкции. Вывод ее состоит в том, что некоторые числа (1/3, 2/3, 1/5 и т.д., словом, те, которые выражаются бесконечной двоичной дробью) не будут охвачены интервалами (см. подчеркнутое мной красным цветом предложение в конце решетняковской конструкции). Интервалы по схеме рисунка 18 (стр.69 в МОИ №27) есть Объект D. В процитированном же Решетняком моем предложении речь идет об Объекте В (последовательности чисел (x_n)). Таким образом, Решетняк сходу, с первого же шага перескочил на другой предмет, и его конструкция, какова бы она ни была, принципиально не может опровергнуть мои слова. Дальнейшее уже просто дополнения к этому кардинальному заключению. Ситуация с «теоремой Решетняка» и с интервалами совершенно ясна, и была разобрана мной в том месте Альманаха, откуда Решетняк взял цитату. «Парадокс» (состоящий в том, что интервалы покрывают лишь половину Промежутка и якобы доказывающий «теорему Кантора–Решетняка») возникает из-за игнорирования скоростей построения различных множеств. Если введен Эглематический постулат и вместо туманно-расплывчатой картины Кантора–Решетняка мы имеем картину точную, то никакого парадокса нет, и, следовательно, нет и доказательства «теоремы Кантора–Решетняка». Ясно, что Решетняк в своей новой конструкции опять игнорирует скорости построения, т.е. опять пользуется расплывчатой картиной, в которой только и возможны подобные рассуждения.

[149] **МОИ 2015-09-21:** В том месте выпуска, откуда взята цитата, «символ В» использован дважды: имеется «Объект В» (рис.18) и «Алгоритм В» (создающий Промежуток, рис.19). Решетняковское «множество $\mathbb{F}$» не совпадает ни с одним из этих двух объектов, а совпадает с продукцией Алгоритма В. Можно задать вопрос, строит ли Алгоритм В те дроби, которыми интересуется Решетняк (1/3, 2/3, 1/5 и т.д., словом, те, которые выражаются бесконечной двоичной дробью)? В том виде, в каком Решетняк преподнес нам свою конструкцию, она бессмысленна, так как указывает точку, которой нет в интервалах (Объекте D) вместо того, чтобы указать точку, которой нет в последовательности (Объекте В). Если же усилия Решетняка перенаправить с Объекта D на Объект В, то задача сведется к следующему: «Указать точку Промежутка, которую не строит Алгоритм В». Некоторые предшественники Решетняка преподносили это дело именно в таком виде: «Алгоритм не строит, например, число 1/3» (т.е. они обращались к тем же числам, к которым сейчас обращается Решетняк, но только апеллировали не к тому, что эти числа не покрываются интервалами, а к тому, что они не строятся Алгоритмом). Но я повторяю: никто не в состоянии указать последний знак, до какого Алгоритм В эти дроби построит и дальше уже не будет строить. На этом основании мы принимаем, что Алгоритм В эти дроби строит полностью. Те неясности, которые при этом могут возникнуть, есть обычные издержки рассуждений о бесконечностях. Если не нравится – откажитесь от актуальной бесконечности – этого порождения канторизма.

$$\mathrm{D}_n = \left\{ \frac{1}{2^n}, \frac{3}{2^n}, \frac{5}{2^n}, \dots, \frac{2^n - 1}{2^n} \right\}.$$

Множество D_n содержит 2^{n-1} элементов. Имеем:

$$\mathbb{F} = \bigcup_{n=2}^{\infty} \mathrm{D}_n.$$

Элементы множества D_n назовем вершинами *n*-го уровня множества $\mathbb{F}$.[150]

Введем еще некоторые обозначения. Положим $T_0 = 0$ и для $n \geq 1$ пусть $T_n = 2^n$, для произвольного $n \in \mathbb{N}$ пусть Γ_n есть отрезок множества всех натуральных чисел ν таких, что $T_{n-1} < \nu \leq T_n$. Имеем: $\Gamma_1 = \{1, 2\}$. При $n > 1$ множество Γ_n имеет 2^{n-1} элементов.

Пусть x_ν есть нумерация множества $\mathbb{F}$, такая, что при каждом n эта нумерация устанавливала взаимно однозначное соответствие между множеством Γ_n и множеством D_n. Это возможно, так как при каждом n множество Γ_n имеет столько же элементов, как и множество D_n.

Для каждого $n \in \mathbb{N}$ построим интервал

$$\Delta_n = \left(x_n - \frac{1}{2^{n+2}}, x_n + \frac{1}{2^{n+2}} \right).$$

Длина интервала Δ_n равна $1/2^{n+1}$. Точку x_n будем называть центром интервала Δ_n.

Теперь определим еще некоторые вспомогательные величины, знание которых облегчит нам поиск точки $x \in [0, 1]$, не попадающей ни в один из данных интервалов. Собственно говоря существование такой точки следует из того, что сумма их длин равна 1/2, но мадам Ипатьева не верит. Она, впрочем не поверит мне и после того, как эта работа будет выполнена. «Научная мишура»[151] – таков будет ее суровый приговор.

Сначала определим некоторую функцию $\rho_n(x)$. Для произвольной точки $x \in [0, 1]$ пусть $\rho_n(x)$ есть расстояние от этой точки до ближайшей точки множества D_n. Точки множества D_n делят отрезок [0, 1] на $2^{n-1} + 1$ частичных отрезка. Точка x попадает в один из этих отрезков, и ближайшей к x точкой множества D_n является один из концов частичного отрезка. Отсюда, очевидно, вытекает, что $\rho_n(x) \leq 1/2^n$ для всякого $x \in [0, 1]$. Это неравенство нам, впрочем не понадобится.

Для всякого $n \in \mathbb{N}$ определим еще некоторое число λ_n. Полагаем $\lambda_1 = 1/8$ и при $n > 1$ пусть $\lambda_n = 2^{-(T_{n-1}+3)}$.

Рассмотрим интервал Δ_ν, где $\nu \notin \Gamma_n$, так что центр этого интервала $x_\nu \notin \mathrm{D}_\nu$. Тогда $\nu \geq T_{n-1} + 1$ и длина этого интервала равна $1/2^{\nu+1}$. Для всякой точки $x \notin \Delta_\nu$ имеем

$$|x - x_\nu| < 1/2^{\nu+2} \leq \lambda_n.$$

Отсюда следует, что если $x \notin [0, 1]$ таково, что $\rho_n(x) > \lambda_n$, то ни один из интервалов интервал Δ_ν, где $\nu \notin \Gamma_n$ данную точку x не содержит.

Применим изложенные выше общие соображения к некоторым конкретным ситуациям.

Сначала приведем значения λ_n для некоторых начальных номеров n. Получим

$$\lambda_1 = \frac{1}{8}, \lambda_2 = \frac{1}{32}, \lambda_3 = \frac{1}{128}, \lambda_4 = \frac{1}{2048}, \lambda_5 = \frac{1}{131072},$$

Теперь определим значения $\rho_n(x)$ для $x = 1/3$, $x = 2/3$, $x = 1/5$. После несложных вычислений мы получим, что

$\rho_1(1/3) = 1/6 > 1/8 = \lambda 1$,
$\rho_2(1/3) = 1/12 > 1/32 = \lambda 2$,

---

[150] **МОИ 2015-09-21:** На рисунках 18 и 19 МОИ №27 они изображены точками на различных уровнях.

[151] **МОИ 2015-09-21:** Здесь Решетняк в своем амплуа: как обычно, перевирает оппонента во всю. Слова «научная мишура» предполагают презрение к науке, и такое для меня сказать абсолютно невозможно. Я слово *Наука* обычно даже пишу с заглавной буквы. В отношении атрибутов «теоремы Решетняка» было сказано не «научная мишура», а «наукообразная мишура», т.е. НЕ-научная мишура (стр.61 МОИ №25). Жулик Решетняк повернул всё диаметрально противоположно, стараясь изобразить меня врагом науки.

$\rho_3(1/3) = 1/24 > 1/128 = \lambda 3$,
$\rho_4(1/3) = 1/48 > 1/2048 = \lambda 4$,

Рассмотрение данных частных случаев наводит на мысль, что в общем случае справедлива формула

$$\rho_n(1/3) = \frac{2^{-n}}{3} > \frac{1}{2^{(2^{n-1}+3)}} = \lambda_n.$$

Справедливость стоящего здесь равенства легко устанавливается рассмотрением представления числа 1/3 в двоичной системе счисления 1/3 = 0, 0101010101.... (Периодическая дробь, период которой есть набор цифр 01). Требуемое неравенство следует из того, что для всех n имеем $n + \log_2 3 < 2^{n-1} + 3$. Мы получаем, таким образом, что каково бы ни было n, ни один из интервалов Δ_ν, центры которых принадлежат множеству D_n, не содержит точку $x = 1/3$.

Всё сказанное справедливо также и для числа 2/3. Легко проверяется, что $\rho_n(2/3) = \rho_n(1/3)$, и поэтому все указанные выше неравенства остаются, так что 2/3 есть другое число из промежутка [0, 1], не улавливаемое капканами госпожи Ипатьевой.[152]

Проверим, что число 1/5 также не попадает ни в один из интервалов Δ_ν. После несложных вычислений находим значения для $\rho_n(1/5)$ для некоторых начальных значений n. Получим:

$\rho_1(1/5) = 1/5$,
$\rho_2(1/5) = 1/20$,
$\rho_3(1/5) = 3/40$,
$\rho_4(1/5) = 1/80$,
$\rho_5(1/5) = 3/160$,
$\rho_6(1/5) = 1/320$,
$\rho_7(1/5) = 3/640$.

Из анализа этих частных случаев можно сделать вывод, что при $n > 1$ справедливы следующие соотношения: При n нечетном $\rho_n(1/5) = (3/5)2^{-n}$, а при n четном $\rho_n(1/5) = (1/5)2^{-n}$. Доказательство этих равенств в общем случае не представляет труда. Отсюда следует, что $\rho_n(1/5) > \lambda_n$ для всех n, и таким образом мы получаем, что ни в один из интервалов Δ_ν число 1/5 не содержит.

Послесловие М.О. Ипатьевой

Итак, я теперь опубликовала (и прокомментировала) те математические письма академика Решетняка, которые не стала помещать в Альманах в конце 2014 и в начале 2015 года. Это мероприятие потребовало у меня около двух недель работы (в два приема: больше недели во второй половине августа и меньше недели во второй половине сентября). Ну, и стоил ли результат двухнедельных усилий?

Честно говоря, результат мизерный: опять всего лишь масса разоблачений всяких глупостей, преподносимых академиком. (Почему я и не хотела это печатать тогда – в районе Нового года).

[152] **МОИ 2015-09-21:** Не понятно только, зачем нужно было всё это городить. Раз сумма интервалов равна ½, то ясно, что есть точки Промежутка, которые будут вне интервалов. Но я ведь не утверждала, что таких точек нет. «Теорема Решетняка» звучала так: «**Теорема.** Для всякой последовательности $x : \mathbb{N} \to [0, 1]$ найдется точка $p \in [0, 1]$ такая, что $p \neq x_n = x(n)$ для всех $n \in \mathbb{N}$». И в соответствии с этой теоремой я утверждала, что нет точек в Промежутке, которых не было бы в (x_n) (а не вне интервалов не было бы!). Ошибочна сама идея о том, что интервалы как-то характеризуют (x_n). А конструкция Решетняка целиком основана на этой идее. Он просто сразу подменил разговор об (x_n) разговором об интервалах. Здесь есть два отображения (два акта установления взаимно однозначного соответствия): отображение $\mathbb{N} \to [0, 1]$ и отображение $\mathbb{N} \to$ [интервалы]. Оба отображения (процесса установления соответствия) между собой связаны (зависимая генерация). При зависимой генерации, как я многократно уже говорила, в том числе даже и выше в этом тексте, – при зависимой генерации можно установить какие угодно отношения между «мощностями» генерируемых множеств. В данном случае эти отношения установлены так, чтобы интервалы не покрывали Промежуток. О возможности (или невозможности) полного, 1–1 отображения $\mathbb{N} \to [0, 1]$ это не говорит абсолютно ничего. Идея о том, что это якобы показывает невозможность (полного, 1–1) отображения $\mathbb{N} \to [0, 1]$, сама по себе является грубой логической ошибкой, порожденной туманными представлениями об этих вещах. И показ точек Промежутка, находящихся вне интервалов, никак не может исправить эту фундаментальную логическую ошибку.

Всё выглядело бы гораздо лучше, если бы академик Решетняк был бы способен в этой дискуссии соблюдать научные принципы. А научные принципы здесь заклюяаются в том, чтобы поступить с эглематикой так же, как математики (тогда, как и теперь, тоже после множества долгих глупостей) поступили с геометрией Лобачевского, а именно: ПРИНЯТЬ ее основной постулат (каким бы «бредом» это ни казалось некоторым тугодумным академикам) и посмотреть, что же получается при таком постулате.

А при Эглематическом постулате получается картина, весьма осмысленная, абсолютно непротиворечивая, совершенно логичная и неизмеримо более естественная, чем у канторизма. Не говоря уже о том, что она перекидывает мосты от математики к естественным наукам – и обратно.

Нет ни малейших объективных причин испытывать к ней ту звериную ненависть, какую проявляли Решетняк и его предшественники, эту злобу, не мотивированную ничем, кроме диких предрассудков и зависти...

(«Зависть» – это не то слово, но, к сожалению, в нашем «великом и могучем» русском языке нужное слово отсутствует. Иногда мы превосходим другие языки – например, в английском языке нет даже такого простого слова, как «человек», и они вынуждены говорить «man or women» или «human being». Но иногда мы проигрываем другим, как в данном случае. «Зависть» в русском языке означает: «*Чувство досады, раздражения, вызванное превосходством, успехом, благополучием другого*»[153]. «Зависть» предполагает, что успех другого лица уже имеет место. Это соответствует английскому «envy» и латышскому «skaudība» (родной язык Валдиса Эгле). Но в обоих этих языках есть еще и другое слово, обозначающее досаду и раздражение, когда успеха другого лица еще нет, но этот успех потенциально может появиться, и означает противодействие завистника этому, его старания, чтобы успеха не было. Это латышские слова «nenovēlība» и «nenovīdība», и английское слово «grudge»[154]. На русский язык эти слова переводятся как «зависть» [155], хотя это другая зависть, чем та, когда успех уже имеется).

...Итак, эту зависть второго вида, когда успеха другого лица еще нет, но ты делаешь всё, чтобы его и не было, и мешаешь, как можешь, – эту зависть или недоброжелательство мы видим налицо у Решетняка и всех его предшественников. Для них немыслимо, чтобы какой-то выскочка Валдис Эгле – и не математик! и не доктор наук! и не профессор! и не академик! – оказался прав против всех «научных авторитетов».

Это и только это определяет их поведение.

Юрий Григорьевич Решетняк – жулик физико-математических наук

---

[153] Академия Наук СССР. Институт языкознания. *Словарь русского языка*. Том I, А–Й. Государственное издательство иностранных и национальных словарей. Москва, 1957, стр.688.

[154] Feel or show ill-will or envy, be unwilling to give a person something or to allow him to have something. (*The advanced Learner's Dictionary of current English* by A.S. Hornby, E.V. Gatenby, H. Wakefield. СПИИП «Сенгилей», г. Ставрополь, 1992. Vol.2, p.51).

[155] Иногда рядом с переводом «зависть» стоит перевод «недоброжелательство» или «недоброжелательность», хотя это несколько другое, и для этих слов есть свои более точные латышские и английские эквиваленты: «nelabvēlība», «malevolence» и др. См. словари: **1)** В.К. Мюллер. *Англо-русский словарь*. Издание 20-е, стереотипное. Москва, «Русский язык», 1985. **2)** *Русско-английский словарь* под ред. О.С. Ахмановой и Е.А.М. Уилсон. Издание тридцать первое, исправленное. Москва, издательство «Русский язык», 1981. **3)** *Латышско-русский словарь*. Составил коллектив авторов. Латгосиздат, Рига, 1953. **4)** *Русско-латышский словарь*. Второе, исправленное и дополненное издание. Составил коллектив авторов. Рига, «Авотс», 1988. **5)** Компьютерные словари Tilde и др.

Эта публикация адресована тем 999 профессорам, которые еще не получили квалификацию в рамках операции *Milliaria*, но обязательно ее получат.

Не становитесь на путь моральных преступлений, как это делал Решетняк!

Учитесь на его ошибках!

Не заставляйте меня присваивать вам унизительные квалификации и по-другому вас наказывать!

Для этого вам необходимо всего лишь соблюдать научные принципы и научную этику.

Если вам преподносится Система, основанная на каких-то своих постулатах, то рассматривайте ее именно как Систему и разбирайте ее постулаты и их следствия, а не устраивайте ту вакханалию тупого отрицания, какую устроил академик Решетняк.

Поступайте с Веданской теорией и эглематикой так, как Наука поступила с геометрией Лобачевского – ПРИНЯЛА ее основной постулат и посмотрела, что из этого получается.

Марина Ипатьева

22 сентября 2015 года

Приложение. Дополнительные сведения о Решетняке

С сайта http://mywebs.su/blog/people/18650.html:

Воспоминания блокадников. Юрий Григорьевич Решетняк: умерли две соседских девочки, умерли их братишки и сестренки, их родители…

Я родился в Ленинграде 26 сентября 1929 г. Мои родители: отец – Решетняк Григорий Семенович, мать – Решетняк (урожденная Ломовцева) Лидия Алексеевна. Перед войной жил с родителями в районе, который до революции назывался селом Смоленским (сейчас это часть Невского района Санкт-Петербурга). Наша семья проживала на Большом Смоленском проспекте в небольшом деревянном домике. Между домами были большие пустыри, на которых жители сажали картошку. Недалеко был большой ледник толщиной 3–4 метра, который наращивался зимой и покрывался опилками. А летом к нему подъезжали машины и брали лед для хозяйственных нужд. На других пустырях мальчишки играли в футбол. Один раз и я постоял у «ворот». Недалеко была школа – большое каменное здание. Жители района работали в основном на машиностроительном заводе имени Ленина, либо на текстильной фабрике, построенной еще до революции промышленником Ногиным.

Мои родители окончили Ленинградский педагогический институт имени Герцена. Они преподавали в школе сначала предмет, называвшийся «обществоведением». Затем мама переключилась на русский язык и литературу, а папа стал учить школьников математике. В 1934 г. отец решил окончить второй вуз и поступил в Ленинградский университет на математико-механический факультет. После окончания ЛГУ он работал в АНЙМИ (Артиллерийском Научно-исследовательском Морском Институте ВМФ).

Деревянные дома в блокаду были разобраны на дрова. Население было рассеяно. Мужчины ушли на войну. Многие эвакуировались. Много людей умерло в блокаду от голода.

В конце мая 1941 г. неполных 12-ти лет я сдавал экзамены за первые четыре класса средней школы. В течение года я много болел и на экзамене мне попалось стихотворение, которое я не знал. Помню, что я очень испугался и сильно покраснел. А учительница засмеялась и сказала своей коллеге: «Ой, смотрите! Он не знает, не знает!» Но мне поставили «отлично» и отпустили домой.

Будучи ребенком, я, конечно, не мог понимать всех сложностей жизни. Но некоторые эпизоды врезались мне в память. Перед войной был издан указ, по которому за опоздание на работу человека сажали в тюрьму на 3 месяца. Помню, как наш сосед дядя Петя, опоздавший на работу по вине транспорта, рассказывал о своих тюремных переживаниях, связанных с этим.

Помню чувство напряженности и тревоги, с которым окружающие встретили лето 1941-го года и особенно день объявления войны – 22 июня. В окрестностях домов строились укрытия. Были введены продовольственные карточки. Вскоре начались налеты немецкой авиации на Ленинград. Помню день, когда был налет на Бадаевские склады. Выстрелы зениток сливались в один сплошной рев. К западу от нас поднялась стена черного дыма, которая заняла собой буквально полнеба. Другой эпизод – ночной налет немецких бомбардировщиков. Возле нашего домика упали две зажигательные бомбы. Отец потушил их, высыпав на них ведро песка. А недалеко от нас вспыхнул как костер и сгорел дотла двухэтажный деревянный барак.

Уже в начале осени 41-го г. немецкие войска подошли к Ленинграду вплотную и начались артобстрелы, которые продолжались по нескольку часов. Но мы уже не прятались в убежище – даже тогда, когда стреляли по нашему микрорайону. Ночью по небу нервно шарили лучи прожекторов. Были видны разрывы зенитных снарядов. Где-то в отдалении в воздух взлетали ракеты, запускавшиеся немецкими диверсантами, которые должны были указывать немецким самолетам возможные «цели». Однажды, выйдя вечером на улицу, я с изумлением увидел редкое явление – северное сияние, правда, не цветное. Спутать его с чем-либо другим, например, с огнями удаленных прожекторов, было невозможно.

Нормы выдачи продуктов по карточкам были сведены до минимума. Жили при свете коптилок чудом сохранившейся олифы.

Умерли две соседских девочки, с которыми я играл во дворе. Умерли их братишки и сестренки, их родители… У брата моей матери – дяди Васи, жившего под Ленинградом, было четверо детей. Одна дочь умерла от аппендицита еще до войны, сын погиб на фронте, другая дочь трагически погибла в эвакуации. Осталась старшая дочь, которая перед войной училась в техническом вузе. Она ушла на фронт санитаркой. После войны, окончив медицинский институт, работала в Ленинграде врачом. Дядя Вася умер в блокаду.

Наши войска заняли Тихвин, появилась надежда на разблокирование Ленинграда. Потом разгромили немцев под Москвой. Наконец, появился выход из блокады через Ладожское озеро. В январе 1942 г. я пошел на елку в школу. Там я впервые услышал песенку «В лесу родилась елочка...»

Были попытки учиться в школе. Классы смешались. В моем классе занималось 5–6 учеников, в основном незнакомые ребята. Многие, если не большинство моих одноклассников, с которыми я проучился первые четыре года, умерли в ноябре–декабре 1941-го.

Моя мама через знакомых, работавших на текстильной фабрике Ногина, договорились об эвакуации. Папа должен был остаться, чтобы эвакуироваться позднее. Родители договорились, что потом спишутся и соединятся. Немного позже папа эвакуировался в Чувашию. У папы осталась собранная осенью картошка, спасшая всем нам жизнь. В марте 42-го г. мы отправились в путь по Ладожскому озеру, откуда началась эвакуация из Ленинграда. Вначале мы долго шли пешком к месту, откуда должны были попасть на Финляндский вокзал. Мы медленно плелись по дороге. Рядом с нами, мимо и навстречу нам шли слабо двигающиеся люди. Многие везли на саночках зашитых в одеяла покойников. Ужасное воспоминание…

Эшелон формировали на Кубань, где в станице Елизаветинской жили родители отца (это был главный аргумент для нас). На Финляндском вокзале нам дали на двоих неслыханный по размерам паек. Ночью с берега Ладожского озера – по льду – на грузовике с крытым кузовом мы доехали до пункта Борисово-Грива. Там формировался эшелон, который должен был идти на юг по восточной железнодорожной магистрали – через Киров, Сталинград. Дорога заняла целый месяц. На остановках мы получали пайки. Обычно там царил беспорядок. Люди рвались получать паек без очереди, создавая невероятную свалку. Лишь в самом начале нашего длинного пути был идеальный порядок – на станции «Волховстрой». Там было всё четко организовано, никто не лез без очереди, эвакуированных обслуживали четко и аккуратно.

Конечной остановкой эшелона был город Армавир Краснодарского края. Эвакуированных расселили по частным домам (подселили в семьи). Оттуда через какое-то время мы добрались до дедушки и бабушки…

Прошло еще много времени. Папа вернулся в Ленинград в 1945 г., получил комнату 8 кв.м. в квартире с «коридорной системой» по ул. Кирилловской в Смольнинском районе и затем в 1946-м г. приехал за нами. В Ленинграде я поступил в 10-й класс 155-й средней школы (на Греческом проспекте), которую окончил в 47-м г. Летом этого же года отец устроил меня на 4 месяца вычислителем в АНИМИ. Осенью того же года я стал студентом Ленинградского университета, математико-механического факультета. Закончил университет в четыре года и был оставлен в аспирантуре. В 1954-м г. после защиты кандидатской диссертации, я был направлен на работу в ЛОМИ им. Стеклова АН СССР. В 1957 г. вместе с женой и двумя маленькими сынишками я переехал в Новосибирск на работу в Институт математики СО АН СССР. С 1959-го г. кроме того преподаю в Новосибирском университете. В 1960 г. защитил докторскую диссертацию. В Институте математики возглавил отдел анализа и геометрии. В 1966 г. избран заведующим кафедрой математического анализа Новосибирского университета. В 1980 г. мне было присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки РСФСР», в 1981 г. избран членом-корреспондентом АН СССР, а в 1987 г. – академиком. Награжден Орденом Почета и медалями. В 1993 г. стал президентом Сибирского Независимого Университета.

Записано: Новосибирск, октябрь 1993 года

«*Авторитет сибирской школы анализа и геометрии в значительной мере связан с личными достижениями Ю.Г. Решетняка, многие из которых воспринимаются как классические*». (Акад. А.Д. Александров и др., Успехи математических наук, том 45, вып. 1(271), 1990 г.)

Глаза девчонки семилетней,
Как два померкших огонька.
На детском личике заметней
Большая, тяжкая тоска.
Она молчит, о чем ни спросишь,
Пошутишь с ней – молчит в ответ,
Как будто ей не семь, не восемь,
А много, много горьких лет.

(А. Барто)

Источник: Из книги «900 блокадных дней» Сб. воспоминаний / Отв. ред. Л.А. Волкова. – Новосибирск, 2004. – 326 с. – 300 экз.

С сайта http://www.math.nsc.ru/LBRT/u2/nauka/reshetny.html:

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
Решетняк Юрий Григорьевич
Академик РАН
Заслуженный деятель нуки РФ
Лауреат премии им. Н.А. Лобачевского
Иностранный член Академии Наук Финляндии
зав.отделом анализа и геометрии Института математики им. С.Л. Соболева

Научные интересы: Геометрия и теория функций вещественной переменной.

Ю.Г. Решетняку принадлежат фундаментальные результаты в геометрии, в теории функций, в области классического вариационного исчисления и в ряде других разделов. Он является основоположником новых направлений в математике, занимающих пограничное место между анализом и геометрией. Одно из них получило название теории пространственных отображений с ограниченным искажением (квазирегулярных отображений). Последние представляют собой многомерный вещественный аналог аналитических функций и «неоднолистное» обобщение пространственных квазиконформных отображений.

В работах Ю.Г. Решетняка заложены также важные понятия нелинейной теории потенциала, одним из которых является (l, p)-емкость. В рамках этого направления достигнуты существенные продвижения в теории функций с обобщенными производными.

Результаты Ю.Г. Решетняка являются основой исследований созданной им школы, насчитывающей несколько десятков докторов и кандидатов наук.

Авторитет сибирской математики в области анализа и геометрии в значительной мере связан с личными достижениями Юрия Григорьевича, многие из которых давно стали классическими. Здесь, прежде всего, следует назвать знаменитую теорему Ю.Г. Решетняка об изотермических координатах на двумерных многообразиях ограниченной кривизны, введенных А.Д. Александровым. Мировую известность приобрело полученное Ю.Г. Решетняком окончательное решение проблемы М.А. Лаврентьева об устойчивости конформных отображений. Классическими стали теоремы Ю.Г. Решетняка о слабой сходимости якобианов и о полунепрерывности снизу функционалов вариационного исчисления.

Ю.Г. Решетняк вложил много сил в создание, становление и формирование научного облика «Сибирского математического журнала», в котором он активно работает с первых дней организации. В том, что СМЖ является одним из наиболее популярных математических журналов – большая личная заслуга Юрия Григорьевича.

Публикации: Научные проекты Юрия Григорьевича реализованы в более ста научных статьях и пяти монографиях. За время педагогической деятельности Юрий Григорьевич Решетняк написал более 20 учебных пособий.

Список избранных статей:

Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны // Докл. АН СССР. –1954. – Т.94, № 4. – С. 631–633.

Исследование многообразий ограниченной кривизны посредством изотермических координат // Изв. Сиб. отд-ния АН СССР. –1959. – № 10. – С.15–28.

Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны. I // Сиб. мат. журн. – 1960. – Т.1, № 1. – С.88–116.

Изотермические координаты в многообразиях ограниченной кривизны. II // Сиб. мат. журн. – 1960. – Т.1, № 2. – С.248–276.

Длина кривой в многообразии ограниченной кривизны с изотермическим линейным элементом // Сиб. мат. журн. – 1963. – Т. 4, № 1. – С.212–226.

Поворот кривой в многообразии ограниченной кривизны с изотермическим линейным элементом // Сиб. мат. журн. – 1963. – Т. 4, № 4. – С. 870–911.

Пространственные отображения с ограниченным искажением / АН СССР. Сиб. отд-ние; Ин-т математики. – Новосибирск: Наука, 1982. – 285 с.

Двумерные многообразия ограниченной кривизны // Геометрия-4: Нерегулярная риманова геометрия. – М., 1989. – С. 8–189. – (Итоги науки и техники. Соврем. пробл. математики. Фундам. направления; Т.70).

Монографии:

Пространственные отображения с ограниченным искажением / АН СССР. Сиб. отд-ние; Ин-т математики. – Новосибирск: Наука, 1982 – 285 с.

Теоремы устойчивости в геометрии и анализе / АН СССР. Сиб. отд-ние; Ин-т математики. – Новосибирск: Наука, 1982. – 229 с.

Введение в теорию функций с обобщенными производными и квазиконформные отображения / АН СССР. Сиб. отд-ние; Ин-т математики. – Новосибирск: Наука, 1983. – 284 с. – Совместно с В.М. Гольдштейном.

General theory of irregular curves. – Dordrecht et al.: Kluwer, 1989. – 288 p. (Mathematics and Its Appl. Soviet Ser.; Vol. 29). With A.D. Alexandrov.

Space Mappings with Bounded Distortion. – Providence: AMS, 1989. – 362 p. – (Transl. Math. Monographs; Vol. 73).

Stability Theorems in Geometry and Analysis. – Dordrecht: Kluwer, 1994. – 394 p. (Mathematics and Its Appl.; Vol. 304).

Теоремы устойчивости в геометрии и анализе. – 2-е изд., перераб. и доп. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО РАН. – 1996. – 424 с.

Педагогическая деятельность:

Ю.Г. Решетняк работает в Новосибирском государственном университете с момента его основания. Многолетняя деятельность Юрия Григорьевича, связанная с постановкой и совершенствованием современного курса математического анализа в большой мере способствовала формированию концепции обучения в молодом университете, быстро завоевавшем прочную репутацию высококлассного центра подготовки математиков.

Лекции Ю.Г. Решетняка, его многочисленные учебные пособия по современным разделам анализа и по трудным главам основного курса уже более трех десятков лет пользуются популярностью у студентов и преподавателей как в НГУ, так и в других ведущих университетах страны. Ю.Г. Решетняком подготовлен учебник «Курс математического анализа в 4-х книгах».

Биография:

Ю.Г. Решетняк родился в г. Ленинграде 26 сентября 1929 г. В 1947 г. после окончания средней школы он поступил на математико-механический факультет Ленинградского университета. Закончил обучение в четыре года и был оставлен в аспирантуре ЛГУ. Научным руководителем Ю.Г. Решетняка стал А.Д. Александров. В годы аспирантуры был заложен фундамент плодотворного научного сотрудничества А.Д. Александрова и Ю.Г. Решетняка, продолжавшегося более полувека.

В 1954 г. Ю.Г. Решетняк защитил кандидатскую диссертацию «О длине и повороте кривой и о площади поверхности» и был направлен на работу в Ленинградское отделение Математического института им. В.А. Стеклова (ныне Санкт-Петербургское отделение МИ РАН).

В 1957 г. Советским правительством было принято решение о создании нового научного подразделения в центре России – Сибирского отделения Академии наук. Ю.Г. Решетняк в числе первых молодых ученых откликнулся на призыв организаторов СО – академиков М.А. Лаврентьева, С.Л. Соболева и С.А. Христиановича – и уже в конце 1957 г. с семьей переехал в Новосибирск, где стал работать в новом Институте математики Сибирского отделения Академии наук.

В Новосибирске Ю.Г. Решетняк продолжил начатые в Ленинграде исследования, прошел трудный путь от молодого ученого – младшего научного сотрудника до маститого академика. Именно в Сибири окончательно сформировался оригинальный стиль исследований на границе между анализом и геометрией, характерный для Юрия Григорьевича, создана и отточена его виртуозная и очень своеобразная математическая техника. В Новосибирске в 1960 г. на Объединенном ученом совете СО АН Ю.Г. Решетняк защитил докторскую диссертацию на тему «Изотермические координаты в двумерных многообразиях ограниченной кривизны» (основной результат был получен еще в аспирантуре ЛГУ).

В Институте математики им. С.Л. Соболева СО АН Юрий Григорьевич создал научное подразделение, ставшее вскоре крупным отделом анализа и геометрии. Научный авторитет Ю.Г. Решетняка был столь велик, что уже в 1966 г. по предложению академика А.И. Мальцева его избрали заведующим кафедрой математического анализа Новосибирского государственного университета, которую до этого возглавляли М.А. Лаврентьев и А.А. Ляпунов.

Научная и педагогическая деятельность Ю.Г. Решетняка получила высокую оценку. В 1980 г. ему присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки», в 1981 г. его избирают членом-корреспондентом по Отделению математики, а в 1987 г. – действительным членом по тому же Отделению, в 2000 г. Ю.Г. Решетняк получил премию им. Н.А. Лобачевского, присуждаемую Российской Академией Наук.

В последнее десятилетие в лаборатории Ю.Г. Решетняка ведутся исследования в новом направлении – теории отображений с ограниченным искажением на группах Карно–Каратеодори.

Ю.Г. Решетняк избран Иностранным членом Финской Академии наук в 1996 г. и почетным членом Московского математического общества в 1997 г. Ю.Г. Решетняк награжден орденом «Знак почета» и медалями, в 1999 г. он награжден правительственной медалью Ордена за заслуги перед Отечеством II-й степени. [156]

Адрес:
Решетняк Ю.Г.
Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН
проспект академика Коптюга, 4; 630090, Новосибирск
Тел.: (3832) 33-25-97 Fax: (3832) 33-25-98 E-mail: ugresh@math.nsc.ru

С сайта

https://books.google.lv/books/about/%D0%9A%D1%83%D1%80%D1%81_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B3%D0%BE.html?id=GTVtAAAACAAJ&hl=ru

Курс математического анализа[157]
Изд-во Ин-та математики, 2001 – Всего страниц: 443
0 Отзывы
Отзывы – Написать отзыв
Не удалось найти ни одного отзыва.
Библиографические данные
Название: Курс математического анализа
Современная математика – студентам и аспирантам

[156] **МОИ 2015-08-24:** Все эти сведения о Решетняке вызывали бы симпатию. До чего отвратительно то, что он не смог найти в себе достаточно порядочности, чтобы подойти к нашему вопросу с честных научных позиций.

[157] **МОИ 2015-08-24:** Я пыталась найти в Интернете эту книгу, но текста ее там не было; были только карточки в электронных каталогах разных библиотек.

Издатель: Изд-во Ин-та математики, 2001
ISBN 5861340897, 9785861340892
Количество страниц: Всего страниц: 443

Файл отправлен:

от: Marina Olegovna Ipatjeva <marina.olegovna@gmail.com>
Кому: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
дата: 22 сентября 2015 г., 15:02
тема: Не опубликованные ранее письма Решетняка
отправлено через: gmail.com

Два письма Ю.Г. Решетняка Е.Б. Александрову

Вчера, 7 июня 2016 года, я в своем ящике спама обнаружила два письма академика Решетняка, посланные им академику Александрову 4 апреля и 14 мая и пересланные Решетняком мне 5 июня. (Среди спама – состоящего на половину из сообщений о том, что я в той или иной лотерее выиграла миллион фунтов стерлингов, долларов или евро, или что вдовы арабских, африканских и т.д. миллионеров не знают, куда девать оставленные мужем деньги и непременно хотят поделиться ими со мной, – среди этого спама письма Решетняка оказались потому, что его адрес в моем почтовом ящике заблокирован мной, и все письма, приходящие от Решетняка, сервер автоматически отправляет прямо в спам). Если бы Решетняк писал мне, то я его писанину не стала бы даже читать и просто проигнорировала бы, как игнорировала десятки последних присланных мне его сообщений. Но в данном случае я заметила, что он пишет не мне, а академику Александрову (лишь позже переправляя свои письма также и мне), поэтому я их всё-таки открыла, прочла и сочла целесообразным ответить – конечно же, не самому Решетняку, а Евгению Борисовичу Александрову (по поводу этих писем).

Ниже публикуются оба письма Решетняка без малейшей правки с моей стороны – такими, какими они пришли в мой ящик спама. В подстрочных примечаниях даются мои комментарии к тексту Решетняка, адресованные Е.Б. Александрову.

Марина Ипатьева

8 июня 2016 года

Первое письмо

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: "marina.olegovna" <marina.olegovna@gmail.com>
дата: 5 июня 2016 г., 18:44
тема: Fwd: Eglemania
отправлено через: mail.ru

-------- Пересылаемое сообщение --------
От кого: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: ealexandrov@bk.ru
Дата: Понедельник, 4 апреля 2016, 11:13 +06:00
Тема: Eglemania

Глубокоуважаемый Евгений Борисович!

Некоторое время назад мы обменялись письмами по поводу Валдиса Эглк и Марины Ипатьевой. Я обещал написать некий текст о Веданской теории и ее авторе, но, каюсь, своего обещания так и не выполнил. Я никак не мог перестроиться со стиля ответов Ипатьевой на стиль более отвлеченный от дискуссии,[158] детали которой читателю бюллетеня <<В защиту науки>>

[158] **МОИ 2016-06-08:** Короче говоря, Решетняк оказался неспособным написать осмысленный текст, пригодный для публикации в ВЗН и выступающий против Веданской теории. (А я-то немножко всё-таки надеялась, что он или кто-нибудь из его единомышленников выступит с такой статьей. Мне и друзья давно говорили: «Скажи им, пусть они открыто, в печати разгромят эту лженаучную, вредную, коварную Веданскую теорию, и так далее!». А я, махнув рукой, отвечала: «Да они ж на это не способны!»). Конечно, и я, как только (в 2010 году) вступила в контакт с Комиссией Круглякова, взвесила вариант подачи моей статьи в Бюллетень. Но тогда я отказалась от этой мысли, главным образом по причине невозможности в одной небольшой статье изложить все обстоятельства дела так, чтобы они были понятны человеку, который раньше с этим никогда не соприкасался (а также чтобы не ставить Редколлегию перед проблемой,

могут показаться непонятными и мало интересными. Но вчера я увидел в компьютере письмо Ипатьевой, адресованное Вам и понял, что надо как то реагировать.

Может показаться, что случай Эгле - Ипатьевой не заслуживает особого внимания. Автору бредовой теории, как правило, ничего доказать невозможно,[159] а специалистам все ясно и без комментариев. Остальным российским гражданам проблемы современной абстрактной математики непонятны и абсолютно неинтересны.[160] Но есть, однако, следующее обстоятельство. Обывателю интересно в первую очередь то, что имеет характер скандала. И поэтому информация о том, что почтенные профессора, наделенные учеными степенями и званиями, на самом деле мошенники и воры, не может не вызвать со стороны обывателя самый живой интерес. Это именно то, что Эгле пытается доказать в отношении профессиональных математиков. По нынешним временам информация (диффамация) Эгле, очень <<актуальная>>.

Само письмо Ипатьевой достаточно красноречиво характеризует и автора и предлагаемую им <<теорию>>.и в комментариях, вряд ли нуждается. Но на некоторые обвинения в мой адрес я хочу ответить.

Главная задача альманаха МОИ (правильнее говорить мусоросборника МОИ) --- проталкивание так называемой Веданской теории господина Эгле.

Главным врагом господина Эгле оказываются математики. В номерах 5 и 6 указанного мусоросборника предпринято некое нападение на современную математику, который я иначе как хулиганским наскоком назвать не могу.

В своем письме Эгле-Ипатьева пишет, о птолемеевском методе опровержения тех или иных воззрений.[161] Если развивая логические следствия предлагаемых нам теорий мы получим

что же обо мне писать в разделе «Авторы статей бюллетеня №...»). Я тогда ушла по пути создания своего собственного Альманаха. Но теперь, пожалуй, можно считать, что положение изменилось. Теперь в Интернете существуют более сотни выпусков альманаха МОИ и ряд сайтов, и теперь в статье для Бюллетеня я могу свободно ссылаться на весь этот материал. Поэтому можно прежнее решение пересмотреть и теперь всё-таки подать мою статью в Ваш бюллетень, Евгений Борисович. Это поставит Редколлегию перед необходимостью ее разбирать, оценивать и принимать какое-то решение. Пожалуй, я так и сделаю, хотя бы для того, чтобы еще раз продемонстрировать превосходство моего мышления над мышлением Решетняка, о чем он говорит в этих письмах ниже. Он, вот, не смог написать статью для ВЗН, а я смогла. **P.S. 2016-06-10:** Теперь решение принято окончательно. Статья будет называться «Математика и мракобесие» и подписана будет «*Марина Ипатьева*, публицист, Рига, Латвия». Объем статьи: 20–25 страниц формата моих изданий. (До сих пор у вас в Бюллетене самая большая статья имеет длину 25 страниц – это в ВЗН № 4 статья «*Китаев Н.Н.* «Криминалистический экстрасенс» Вольф Мессинг: правда и вымысел»; две другие в № 3 и № 4 имеют длину 20 страниц; см. http://moi-vzn.narod.ru/VZN_00B.PDF).

[159] **МОИ 2016-06-08:** А мне и не надо ничего доказывать. Пусть Решетняк (или его сообщники) докажут это **ВАМ**, Евгений Борисович, и всей вашей комиссии. Пусть они убедят ВАС в том, что их доводы, методы, подход правильны, а подход, методы и доводы Веданской теории неправильны и несостоятельны. В том-то и дело, что ни Решетняк, ни какой-либо другой профессор-академик из их когорты НЕ СПОСОБНЫ это сделать перед непредвзятой, нейтральной аудиторией, которая действительно углубляется в аргументацию той и другой стороны и разбирается до конца с ней. Они не способны выдержать честное, подлинно научное и подлинно логическое состязание. Их цель всегда была (и остается теперь): ни за что не допустить такого честного разбирательства и состязания, заранее объявив Веданскую теорию ложной, – и в продолжении 35 лет им это действительно удавалось (главным образом из-за состояния тогдашних технических средств: это теперь можно разослать электронные письма в любой уголок Земного шара и без проблем опубликовать любой текст в Интернете; а что можно было сделать с пишущей машинкой, печатающей в пяти экземплярах, в которые еще и надо математические знаки вписывать от руки?). А при теперешних технических средствах и при наличии действительного честного логического состязания научных идей, при действительных разбирательстве и оценке аргументации, у Решетняка и его когорты нет ни единого шанса выиграть эту интеллектуальную битву.

[160] **МОИ 2016-06-08:** Именно это обстоятельство и дает возможность в математике существовать тому мракобесию, которое там существует (канторизм). Подавляющему большинству людей (по крайней мере 99,99%, а то и больше) абсолютно всё равно, «что там математики напридумали» (так выразился один мой читатель), и они не чувствуют у себя ни желания, ни способности в этом разбираться. А те, что остаются, как раз и есть те, кто «напридумали». Они образуют замкнутый клан, секту, масонскую ложу, жреческую касту, в которой «знания» и таинства передаются от учителя к ученикам и никакое нарушение догм не допускается. Именно духовная изолированность этой касты и обеспечивает тотальную консервацию их мировоззрения и отторжение ими любых кардинально новых идей.

[161] **МОИ 2016-06-08:** Господи! Ну какая узость и какая убогость мышления у Решетняка, у этой карикатуры ученого! Не пишу я там ни о каком «птолемеевском методе»; там говорится об элементарном логическом принципе, известном мне не то что со средней школы, а пожалуй даже и с начальной школы, с

абсурдные результаты, то, значит, эти теории доверия не заслуживают. По мнению Эгле, я должен был проделать некоторую работу и показать, что теория, которую придумал Эгле, ведет к противоречию Так как я этой работы, по его мнению, не выполнил, то, согласно Эгле, я должен признать Веданскую теорию.[162] А зачем мне делать эту работу? Все сделано самим Эгле! Я имею в виду приложения этой теории к математике. Те следствия веданской теории, которые относятся к математике --- полностью несостоятельны.[163] Объяснить что либо господину Эгле, действующему под псевдонимом Ипатьева, дело безнадежное.

Веданская теория, как пишет Эгле-Ипатьева, это теория интеллекта. Она объясняет как происходит мышление человека, робота и инопланетянина. В качестве основных областей приложения своей теории Эгле избрал психологию и математику.[164] О психологии я ничего сказать не могу, ероме того, что еогда то в Новосибирске было три психолога локтора наук и каждый из гих лвух своих коллег считал жуликами.[165] ,А что касается математики, то тайна математического мышления оказалась господину Эгле не по зубам.

Веданская теория основана, как пишет Эгле на двух постулатах. Первый постулат: <<В мире ничего не существует кроме материи>>. Второй постулат --- <<Мозг есть биологический самопрограммируемый компьютер>>[166]. Чтобы исходя из столь общих посылок получить какие

класса 5-го или 6-го. И я уверена, Евгений Борисович, что Вам тоже этот принцип понятен и ясен с детства. Ну так что тут этот Решетняк трепится?! Боже мой! – и еще математиком хочет называться! Принцип виден в любой теории, а в математике ярче всего на примере с Пятым постулатом Евклида. Принят Пятый постулат – получается евклидова геометрия. Заменил этот постулат другим – получается геометрия Лобачевского. Не хочешь допустить замененный постулат (и тем самым геометрию Лобачевского) – покажи, почему так нельзя делать! И точно так же с Эглематическим постулатом, и вообще со всеми постулатами. Обратите внимание, Евгений Борисович, что Решетняк <u>НЕ ОСМЕЛИВАЕТСЯ</u> открыто выступать против этого принципа. Ну если он не хочет соблюдать этот принцип в своем мышлении, тогда объявил бы честно: «Принцип не верен!». Мы не согласились бы с ним, но тогда по крайней мере его можно было бы уважать как человека честного. Но он принцип и не отрицает, и не соблюдает, а вместо этого начинает наводнять разговор пустопорожней болтовней не по делу и не по существу вопроса. Словом: жулик есть жулик.

[162] **МОИ 2016-06-08:** Пересказ, как обычно у Решетняка, неточный, но, по крайней мере, здесь нет открытого вранья. «Ведет к противоречию» – это стереотип математиков. Они зациклены на этом своем «поиске противоречий». Для возражения против постулата (например, Эглематического постулата: что мозг есть компьютер и в нем действуют все законы информатики) нужно не найти противоречие само по себе, а показать к каким вообще невозможным (с точки зрения науки) последствиям он ведет, например, к нарушению закона сохранения энергии, к возможности вечного двигателя, и т.п. Если же Решетняк такие невозможные последствия Эглематического постулата указать не может, то он должен не «признать Веданскую теорию» (т.е. признать ее правильность), а признать, что существуют <u>две теории</u>, одна с Эглематическим постулатом, другая без него, и что эти теории (и их постулаты) можно начинать <u>сравнивать и оценивать</u>. Здесь Решетняк, как всегда, демонстрирует свою патологическую неспособность к точному и четкому мышлению (а вся его деятельность направлена на то, чтобы никакого сравнивания и оценивания не было).

[163] **МОИ 2016-06-08:** И эта «несостоятельность» заключается в том, что при Эглематическом постулате результаты получаются другими, чем в традиционной математике. Видите, Евгений Борисович, классический *idem per idem*, порочный круг: Решетняк пытается в качестве «доказательства» привести то, что надлежит доказать.

[164] **МОИ 2016-06-08:** Ничего Эгле не избирал и никаких «приложений» Веданской теории не искал. Гелиоцентрическая модель Коперника не имела «приложений» в астрономии; она составляла фундамент принципиально нового взгляда на космологию по сравнению с системой Птолемея. Теория Дарвина не имела «приложений» в биологии; она составляла основу принципиально нового взгляда на биологию. Точно так же Веданская теория не имеет никаких «приложений» в математике или в психологии; она составляет основу принципиально нового взгляда на вещи, изучаемые названными науками.

[165] **МОИ 2016-06-08:** Скорее всего, что в этом они все трое были правы. Психология не существует как точная наука. Это всецело описательная наука плюс чистые спекуляции типа фрейдизма. Теоретическую основу психологии может дать только Веданская теория: когда мозг начинаем рассматривать как компьютер, а психические феномены – как проявления работы этого компьютера.

[166] **МОИ 2016-06-08:** Даже это Решетняк не может правильно списать с имеющихся перед ним текстов. Философская система Валдиса Эгле имеет два основных постулата: **1)** Существует только материя; **2)** Всё в мире имеет причину (МОИ № 7, стр.92–95; http://moialmanah.blogspot.com/p/7.html). Веданская теория же имеет другие два основных постулата: **1)** Мозг возник в процессе дарвинского естественного отбора; **2)** Он является самопрограммирующимся биологическим компьютером, обрабатывающим информацию об окружающей среде и об управляемой системе (МОИ № 41, стр.12;

либо конкретные результаты, к ним надо очень много еще чего то добавить. Открывается обширное поле для всяких фантазий.[167] Я бы сказал, что Веданская теория содержит еще два не формулируемых явно постулата. Постулат №3 <<Эгле всегда прав>>, постулат №4: <<Тот кто не согласен с третьим постулатом --- плохой человек>>[168]. Ознакомление с текстами, составленными Ипатьевой заставляет думать, что этот четвертый постулат и есть основной постулат Веданской теории.

Эгле пишет, что со стороны математиков он видит только тупое отрицание. Это неправда, все мои возражения тщательно аргументированы[169] (с точностью до того обстоятельства, что я не считал нужным излагать то, что можно найти в элементарных учебниках). Но, как правило, все мои аргументы отклонялись по придуманным Эгле фантастическим основаниям.[170] Так что доводы математиков наталкиваются на тупое непонимание (или нежелание понимать) со стороны Эгле.

Как пишет Ипатьева-Эгле, примерно 140 лет назад математики <<сильно набардачили>>. Из всего массива математических знаний, которым располагает человечество на данный момент

---

http://moialmanah.blogspot.com/p/41.html). Последний из этих постулатов теперь (с подачи Решетняка) называется *Эглематическим постулатом*.

[167] **МОИ 2016-06-08:** Постулаты служат для разграничения двух систем взглядов, отличающихся именно этим постулатом. Остальные же все предпосылки рассуждений в обеих системах предполагаются одинаковыми, продолжающими действовать и поэтому не нуждающимися в специальном упоминании. Поэтому, вопреки Решетняку, ничего не требуется добавлять, и никакого «обширного поля для всяких фантазий» нет. Мы берем всё, что имеется в математике, НО (!) добавляем Эглематический постулат (точнее: не добавляем, а заменяем им нечто неясное и неопределенное, имеющееся на этом месте в традиционной математике), и весь инвентарь математики согласовываем с этим постулатом.

[168] **МОИ 2016-06-08:** Разумеется, таких постулатов в Веданской теории нет, но при ее обсуждении применяется один логический и один этический принцип, которые имеются вместо выдуманных Решетняком «постулатов». Данный **логический принцип** утверждает, что существует относительная и абсолютная истина. Относительная истина выражена в постулатах. Постулаты можно принять и можно не принять, и именно поэтому выраженная в них истина относительна. Абсолютная же истина выражена в тех следствиях, которые вытекают, ЕСЛИ принят данный постулат. Объясню на примере геометрии. Пятый постулат Евклида можно принимать или не принимать. Если принимаем, имеем евклидову геометрию; если не принимаем, имеем геометрию Лобачевского или Римана (смотря, чем заменили Пятый постулат). В евклидовой геометрии теорема Пифагора в силе, в других геометриях не в силе. Поэтому утверждение «Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов» есть истина относительная; ее можно оспорить (оспорив постулат, от которого она зависит). Но утверждение «Если прият Пятый постулат, то квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов» есть истина абсолютная, и ее НЕЛЬЗЯ оспорить. Далее идет **этический принцип**. Согласно этому принципу, мы должны проявлять толерантность к людям, принимающим (или отвергающим) тот или иной постулат (т.е. руководящимся той или иной относительной истиной). Но к людям, отрицающим абсолютную истину, должны применяться жесткие карательные меры (особенно, если это люди, претендующие на то, что они якобы ученые и якобы говорят от имени Науки; я употребила слово «якобы» потому, что вообще-то люди, отрицающие абсолютную истину и даже отрицающие указанный выше логический принцип, учеными считаться не могут). Решетняк был наказан (присвоением унизительных званий и т.д.) потому, что он отрицал истину абсолютную. Он имеет право не соглашаться с Эглематическим постулатом (т.е. говорить, например, так: «Нет, мозг не является компьютером» или «Нет, математика не порождается мозговым компьютером»), но он НЕ ИМЕЕТ права отрицать, что ЕСЛИ принят Эглематический постулат и мы считаем математику порождением мозгового компьютера, то всё обстоит именно так, как утверждает Веданская теория. Эти принципы объяснялись Решетняку много раз, но он, видимо, не способен их понять (или, будучи жуликом, притворяется, что не понимает, потому что из признания таких принципов вытекали бы слишком катастрофические последствия для его догматики). Вообще я думаю, что Решетняк никогда в жизни не был сильным логиком и в общем-то никогда, даже в молодости, не мыслил строго логически. (Нет у него «врожденного», природного понимания логики).

[169] **МОИ 2016-06-08:** Так называемая «аргументация» Решетняка всегда заключалась в простом повторении тех утверждений, которые делаются в традиционной математике при отсутствии Эглематического постулата. Ни разу и никогда он не привел ни одного аргумента, который мог бы служить для выбора между системами с Эглематическим постулатом и без него.

[170] **МОИ 2016-06-08:** «Фантастическими основаниями» Решетняк называет следствия Эглематического постулата и упомянутые выше логические принципы.

90\% (если не все 99\%) были получены именно в эти 140 лет.[171] Возникли такие новые направления математики, как топология (общая и алгебраическая) функциональный анализ, математическая логика, теория динамических систем многое другое. Получили существенное развитие направления математики сформировавшихся до этого 1870-го года, такие как теория функций комплексной переменной, алгебра, дифференциальная геометрия теория обыкновенных дифференциальных уравнений и теория дифференциальных уравнений в частных производных.[172] Идеи Георга Кантора в процессе развития математики, происходившем в указанный отрезок времени играли весьма существенную роль.[173]

Эгле под псевдонимом Ипатьева жалуется на грубость с моей стороны.[174] В данном случае, он действует по принципу --- бей врага его же оружием. Как то в одном из своих писем я указал на совершенно недопустимую грубость Эгле, хамское поведение с его стороны. Стиль общения с оппонентом[175] --- это стиль надзирательницы в тюрьме для малолетних преступников (поэтому я и окрестил Ипатьеву эсэсовкой; унтершарфюрер, как я установил с помощью Интернета --- низший офицерский чин в войсках эсэс).

Эгле мог бы еще пожаловаться на то, что его пространные писания ругательного характера Решетняк совершенно неуважительным образом назвал грязноречием.[176]

---

[171] **МОИ 2016-06-10:** Если измерять количеством вылитой в публикациях воды, то, конечно, 99%. Но за эти 140 лет не было создано ничего, что можно было бы сравнивать с блестящим зданием дифференциального и интегрального исчисления.

[172] **МОИ 2016-06-08:** Предметом математики являются системы потенциальных продуктов различных мозговых программ (т.н. «структуры»). За эти 140 лет, разумеется, придумывались и изучались новые алгоритмы этих программ (новые «структуры»), изучались глубже также и старые алгоритмы. В этом смысле математика продолжала развиваться и приобретала новые ценные результаты. Однако всё это делалось в рамках той парадигмы, которая была принята в 1870-х годах. Ключевые элементы этой парадигмы: бесконечный «континуум» как множество вещественных чисел, аксиомы как «основания» математики. (До 1870-х годов, во времена Гаусса и ранее, в математике действовала другая парадигма: актуальная бесконечность не признавалась, аксиомы практически не использовались и т.д.). Парадигма, принятая в 1870-х годах, на самом деле была <u>хуже</u>, чем действовавшая ранее парадигма. Прежняя парадигма практически стопроцентно смотрела на математику как на продукцию компьютера (разумеется, в силу исторических условий, не употребляя само понятие «мозговой компьютер»). Поэтому в той математике отсутствуют ошибки – там всё правильно. Парадигма же 1870-х была попыткой «обосновать» математику, но (опять же в силу исторических условий) тогдашние деятели (Кантор, Дедекинд, Вейерштрасс, Гильберт и др., создатели парадигмы 1870-х годов) не смогли найти правильное решение проблемы и создали для математики «обоснование» ошибочное. В результате в дальнейшей математике к реальным результатам всегда примешивались фантастические выдумки, и современная математика представляет собой причудливый коктейль из реальных истин и мифологических сказок. После того, как Веданская теория станет новой (и наконец-то правильной) парадигмой математики, самим математикам предстоит «большая чистка», чтобы отделить зерна от плевел.

[173] **МОИ 2016-06-08:** Кантор был главным источником мифов в математике. Он был психически больным человеком (болел маниакально-депрессивным психозом), многократно и подолгу лечился в психиатрической клинике (там и умер), создавал свои «теории», будучи в маниакальном состоянии. Он создавал не только «теории» в математике, но и другие, например «теорию», о том, кто на самом деле скрывался за именами Шекспира и Бэкона. Эти другие его теории не были восприняты всерьез, а вот в математике по какому-то (вообще-то довольно странному) стечению обстоятельств приняты были (что свидетельствует о глубине тогдашнего кризиса математики).

[174] **МОИ 2016-06-08:** Слово «жалуется» здесь неуместно. Я ощущаю себя не потерпевшей, а судьей и далее палачом, приводящим в исполнение приговор суда. Решетняк – преступник (моральный), и ему предъявляются обвинительные акты, а не жалобы.

[175] **МОИ 2016-06-08:** «Стиль общения с оппонентом» у меня зависит от поведения оппонента. Я очень терпимый человек (гораздо толерантнее, чем люди в среднем) и позволяю устанавливать (или отрицать) любые постулаты (что очень редко кто позволяет). Но я не позволяю отрицать <u>абсолютные</u> истины. Кто это делает, тот становится (моральным) преступником, и тогда разговор с ним такой, какой может быть у прокурора с преступником. С Решетняком тоже разговор был предельно учтивым и вежливым до тех пор, пока он не стал отрицать абсолютные истины. (Не надо было, Решетняк, совершать преступления, не надо было отрицать абсолютные истины, не надо было отрицать логику. Тот, кто так делает, не оставляет оппоненту другого средства, кроме умственного террора).

[176] **МОИ 2016-06-08:** Чикатило тоже орал на судью в момент, когда тот 15 октября 1992 года провозглашал ему смертный приговор в Ростовском областном суде. Но разница между ними в том, что Андрей Чикатило убил более пятидесяти мальчиков, девочек и женщин, а судья Леонид Акубжанов никого не убил. Они не равны, и точно так же <u>не равны</u> мы с Решетняком. Положение НЕ симметрично. Решетняк

Эгле--Ипатьеву, отличает еще полное отсутствие чувства юмора.[177] Об этом свидетельствует то, что малейшее ироническое замечание с моей стороны воспринималось ею крайне болезненно.[178]

Грубость и хамство по отношению ко мне со стороны Ипатьевой выходят за рамки допустимого. <<Врет сволочь на каждом шагу>>[179], <<Ты Решетняк просто фантастический дурак>>[180] --- примеры того, как Эгле разговаривает с оппонентом. Подобным хамством многословные писания Эгле-Ипатьнвой густо начинены.

Рассуждения о превосходстве мышления Ипатьевой перед Решетняковским составляют не менее трети текстов, выданных Ипатьевой в ходе дискуссии. Дискуссия закончилась письмом, в котором мадам Ипатьева пожелала мне сдохнуть. В самом последнем письме меня обозвали неприличным словом, которое составляет вторую половину ее отчества.[181]

Как то по поводу утомительного многословия Ипатьевой я написал: <<Краткость сестра таланта, но Вы с ней в родстве не состоите>>. В ответ последовало отповедь Решетняку на целую страницу[182] и тем самым госпожа Ипатьева подтвердила, что ее выдающийся талант в родстве с краткостью не состоит

преступник (моральный), а я нет. Я не отрицала абсолютные истины. Если Решетняк сформулировал бы такой постулат, при котором мощность континуума оказывается больше мощности счетного множества, то я бы сказала: «Да, ЕСЛИ принять такой постулат, то мощность континуума больше счетного множества». (Но Решетняк не может сформулировать такой постулат и даже отрицает, что тут вообще какие-то постулаты присутствуют; это и делает его преступником, подлежащим наказанию). В этом разница между нами.

[177] **МОИ 2016-06-08:** Не Решетняку, наказанному преступнику, судить о чувстве юмора судьи.

[178] **МОИ 2016-06-08:** Правильная формулировка такая: Наглость преступника подавлялась жесткой рукой.

[179] **МОИ 2016-06-08:** Это сноска 57 на стр.55 в МОИ № 25 http://moialmanah.blogspot.com/p/25.html. Сказано (в скобках) после того, как Решетняк утверждал, будто я имею «*намерения вести дискуссию так, чтобы ему было некомфортно*». Я такого намерения не имела, и у меня не было желания и дальше терпеть подобные измышления Решетняка, так как они были систематическими. Обратите внимание, Евгений Борисович, на фундаментальную логику Решетняка: для него виновен не тот, кто врет (сам факт вранья он даже не упоминает), а тот, кто разоблачает лжеца. Аналогично будет: виновен не вор, а тот, кто ему мешает. Допустим, вор влез ночью в чужой дом, но хозяин проснулся, схватил и задержал вора, который оказал сопротивление и в потасовке получил по глазу. Когда же прибыла полиция, вор показывает свой подбитый глаз, тычет пальцем в хозяина и кричит: «Он меня избил! Арестуйте его!». Решетняк сейчас ведет себя точно так же. Он кричит, что его били, но умалчивает, за что били и что он сам и виноват во всей потасовке. Мораль типично уголовная. Я уже давно, более года назад, когда прояснился его облик, удивлялась: «Ну откуда у Решетняка эта уголовная мораль? Он что, среди уголовников рос?». Потом выяснила его биографию: вроде бы нет – сын школьных учителей. Тогда почему такая мораль?

[180] **МОИ 2016-06-08:** Это сноска 87 на стр.54 в МОИ № 29 http://moialmanah.blogspot.com/p/blog-page_16.html. В этой сноске дальше поясняется, почему именно Решетняк признан «фантастическим дураком». Когда имеешь дело с человеком такого умственного уровня, как у Решетняка, то он превращает дискуссию (которая ведь должна была быть осмысленной и продуктивной!) в пустую, абсолютно непродуктивную болтовню, и тогда я бессмысленно теряю недели, месяцы труда. Наказание Решетняку за это было вполне справедливым. (При этом необходимо помнить, что переписка была начата не мной, а Решетняком, что я многократно пыталась ее прекратить, но он всё не унимался, и снова и снова ее возобновлял. Раздражение в отношении его с каждым разом всё росло). (И сейчас опять такая же ситуация. Я даже заблокировала его адрес е-почты и известила его, что он заблокирован. Нет! Он опять присылает мне письма и добился-таки, что я опять трачу – фактически впустую! – большое количество времени и труда на разбор его галиматьи).

[181] **МОИ 2016-06-08:** Два раза Решетняк меня окончательно вывел из себя своей абсолютной беспринципностью и бессовестностью. Первый раз это было 8 июня 2015 года, когда я делала последнюю попытку поставить «дискуссию» на разумные основания (см. МОИ № 29, стр. 60–61 http://moialmanah.blogspot.com/p/blog-page_16.html). Второй раз 15 февраля 2016 года, когда я окончательно порвала переписку с ним и заблокировала его адрес в своем почтовом ящике, перед этим написав ему: «*Для меня ты давно уже не человек, а собака. Ты лаешь, рычишь и кусаешь, «защищая территорию», которую ты считаешь своей, и, как всякой собаке, тебе абсолютно всё равно, где справедливость, где общие принципы. Такие соображения собаке недоступны. Невозможно полемизировать с собакой. Отвечая тебе, я опускаюсь до твоего уровня*». Теперь, когда я вынуждена была перечитать эти места, у меня снова вскипает кровь от возмущения. Решетняк **подлец** – человек с уголовной моралью, и я НЕ ЖЕЛАЮ с ним никакого общения. Все мои слова, когда-либо сказанные о нем, – справедливы и правильны.

[182] **МОИ 2016-06-08:** См. МОИ № 25, стр.63, http://moialmanah.blogspot.com/p/25.html.

Отсутствие чувства юмора,[183] как я понимаю --- один из признаков паранойи.

Эгле в своих писаниях неоднократно высказывает свое мнение о разных математических вопросах. Делается это с амбициозностью, пропорциональной квадрату некомпетентности. Невольно вспоминается лозунг из Оруэлловскргр 1984: <<Незнание сила>>[184].

Относительно Веданской теории, как жульническом предприятии. К словам Эгле-Ипатьевой в письме к Вам я могу дать такой комментарий. Если бы я писал руководство для аферистов, то моя инструкция содержала бы такой тезис: Всякая афера должна прикрываться некоторой правдоподобной и,(если речь идет о науке) наукообразной легендой. Эгле неукоснительно следует этой ненаписанной инструкции.[185]

А в чем я вижу жульничество со стороны Эгле? Жульничество в той аргументации, к которой прибегает мистер Эгле при обсуждении чисто математических вопросов. Должен сказать, что язык у Эгле, как говорится, хорошо подвешен, но когда речь заходит о математике он демонстрирует поразительное косноязычие.[186] Для супермена, каковым мистер Эгле несомненно себя считает,[187] это совершенно непростительно.

Вот дословная цитата из ответа Эгле тому ежинственному рецензенту который в достаточно острожой манере дал положительную оценку сочинениям Эгле. В своем пространном ответе рецензентуЮ приведенному в №6 мусоросборника МОИ Эгле дает какие то объяснения рецензенту. Вот заключительная фраза ответа реценхенту:

<<.1722. Поэтому, профессор, смело вперед и никакого приспособленчества, никакого угодничества, никакого старания заполучить благосклонность! Претензия самая высокая - и ни на йоту ниже. Веданская теория - это учение мирового масштаба, равноценная учениям Коперника, Ньютона, Эйнштейна и Дарвина - и баста. Кто хочет утверждать, что это не так, пусть докажет это, - - если может.>>[188]

"Эгле под псевдонимом Ипатьева планирует провести некое нападение на профессиональных мат которое он гхывает операцией Milliarea. Операция эта рассчитана на на 15 лет и состоит в следующем. Выбранным Эгле лицам посылается некий тест. По результатам теста

---

[183] **МОИ 2016-06-08:** Нашелся юморист, мать его!

[184] **МОИ 2016-06-08:** Главным «аргументом» Решетняка на протяжении всех полутора лет переписки было тотальное невежество – в первую очередь в области компьютерного программирования, но также и в области логики, логического мышления и общего интеллектуального уровня. В этой связи мне постоянно вспоминалась фраза В.И. Ленина «*Невежество не есть аргумент*». Именно из-за этой фразы я скачала с Интернета, снова перечитала и опубликовала в альманахе МОИ «Материализм и эмпириокритицизм» Ленина. (См. МОИ № 102 http://moialmanah.blogspot.com/p/102.html; упомянутую фразу Ленин произносит там дважды: на стр. 36 и 65).

[185] **МОИ 2016-06-08:** Видите, Евгений Борисович, в этом абзаце, как мир в капле воды, отражается весь Решетняк, раскрываются все подлинные причины его аморального поведения. Он даже мысли не допускает, что перед ним может быть какая-то теория, что у этой теории могут быть свои постулаты, которые нужно рассмотреть и оценить, своя логика. Для него изначально есть только некоторая афера, «жульническое предприятие», которое «прикрывается некоторой правдоподобной и наукообразной легендой». И НИКАКИЕ аргументы во внимание не принимаются! Так что же Вы думаете, Евгений Борисович: что я этого мерзавца буду называть какими-то другими словами, чем мерзавец, подлец и негодяй?

[186] **МОИ 2016-06-08:** Ну? – и где же это «косноязычие» проявляется? Где ссылка? Где цитата? Где пример, который можно было бы разобрать и проанализировать? Как обычно, впустую мелит наш Емеля. Его невежество в области программирования не позволяет ему понять точные и правильные слова о программах – вот и всё «мое косноязычие».

[187] **МОИ 2016-06-08:** «Врет, сволочь, на каждом шагу!».

[188] **МОИ 2016-06-08:** Это МОИ № 6, стр.108, http://moialmanah.blogspot.com/p/blog-page_11.html. Ну, и зачем Решетняк это процитировал? Видимо, он полагает, что это как-то дискредитирует Валдиса Эгле? Тот ответ (ныне покойному: см. МОИ № 53, стр.32, http://moialmanah.blogspot.com/p/blog-page_8.html) профессору Тамбергу вообще был написан с некоторым веселым задором (кстати, о чувстве юмора), потому что отношения с ним были прекрасны, и этот ответ привел профессора и его друзей (докторов ф.-м. наук по физике) в восторг. Но, несмотря на этот задор, всё, что там сказано, правильно. Веданская теория предлагает новую парадигму математики, новые ее основания. Независимо от того, правильно то, что предлагается, или неправильно, – сама проблема – основания всей математики! – она сравнима с теми проблемами, которые решались Коперником, Эйнштейном, Дарвином? Ясно, что сравнима. Веданская теория предлагает здесь свое решение, следовательно, налицо претензия. Так что в процитированных словах высказана просто тавтология – само собой разумеющаяся вещь. Нужно обладать во истину феноменальной узостью и убогостью мышления, чтобы видеть здесь нечто компрометирующее.

человеку присуждается в одно из следующих званий 1) трус физико математических наук (если профессор игнорирует послание Эгле) 2) жулик физико математических наук (в случае, если профессор не согласен с Эгле,[189] Решетняку такое звание уже присвоено) и 3) разумник физико математических наук если профессор во всем согласен с Эгле.[190] Есть еще два звания --- <<дурак>> и <<околесник>>

Главным судьей[191] будет, по видимому сам Эгле выступающий под псквдонимом Ипатьева и он же будет присваивать

Информация об этих планах Эгле содержится на сайте:

http://milliaria.blogspot.com/

Другой пример террористической деятельности Эгле-Ипатьвой против математиков

В номере 24 мусоросборника МОИ в самом начале от имени доктора ф.-м. наук Е.В.Троицкого , опубликована декларация,[192] в которой ее автор от своего имени ои от имени своих коллег подтверждает ошибочность теории Кантора и неопровержимость доводов Эгле-Ипатьевой. Это есть мошеннический трюк Эгле-Ипатьевой.[193] Текст декларации Троицкого составлен Ипатьевой и предъявлен ему с обещанием опубликовать от его имени,[194] если не будет выполнено условие, состоящее в том, что Троицкий даст какой то ответ в течение определенного времени. Ответать от него, естественно,[195] не последовало.

Публиковать от чьего либо имени декларации, которые могут нанести человеку ущерб, в данном случае, ущерб деловой репутации, не имея от него явно выраженного согласия --- недопустимо. Представим себе, что вместо признания ошибочности некоторых математических теорий во всем этой истории фигурировало бы согласие передать Эгле Иптьевой половину квартиры Троицкого! В данном случае действия Эгле граничат, как я считаю, с уголовщиной.[196]

Господин Эгле, как я понимаю, видимо считает, что укрывшись за Латвийской границей он может творить любые безобразия в российском Интернете.[197]

---

[189] **МОИ 2016-06-08:** Правильно будет так: ...если профессор отрицает абсолютную истину.

[190] **МОИ 2016-06-08:** Если согласен с приведенным выше Логическим принципом.

[191] **МОИ 2016-06-08:** В данном случае никакого судьи вообще нет. Всё заранее решено, и тестируемый САМ продвигает себя к тому или иному званию. Мое дело только объявить ему, куда он пришел.

[192] **МОИ 2016-06-08:** См. МОИ № 24, стр.2–3, http://moialmanah.blogspot.com/p/24.html.

[193] **МОИ 2016-06-08:** Это есть наказание Троицкому за трусость и подлость. Дальнейшие наказания последуют, когда он будет тестирован в операции *Milliaria*. Вообще в ходе полуторагодовой «дискуссии» Решетняк иногда обращался к литературным примерам и аллегориям. Примеры были из школьного курса (Крылов, Пушкин, Чехов). Только в самом конце он процитировал Карела Чапека (МОИ № 29, стр.44; http://moialmanah.blogspot.com/p/blog-page_16.html). Я очень удивилась и подумала: «Надо же! Он даже Чапека знает!». Если бы познания Решетняка в литературе были бы пошире, то он знал бы, что литературные мистификации являются обычным делом, особенно для сатириков, желающих наказать тех, кого они находят виновными в чем-то. Например, 41-летний Джонатан Свифт в 1708 году нашел виновным (в обмане людей) некоего «астролога» Джона Партриджа, который сочинял и издавал астрологические альманахи с предсказаниями. Тогда Свифт под именем Исаака Бикерстафа выпустил свой астрологический альманах, в котором среди других предсказаний сообщил, что Партридж умрет 29 марта 1709 года. Когда названный день пришел, он 30 марта от имени Ричарда Стиля, друга Партриджа, опубликовал сообщение о смерти Партриджа (в том числе в газете *The Spectator*). В результате этих сообщений Партридж был исключен из официальных списков издателей. Возмущенный Партридж опубликовал опровержение, утверждая, что он жив. Тогда Свифт издал брошюру «Оправдание Исаака Бикерстафа», в которой привел массу доказательств, что Партридж мертв, и никак живым быть не может... Три сногсшибательных удара! Вот это класс!!! Мне бы такое проделать над математиками!

[194] **МОИ 2016-06-08:** См. МОИ № 25, стр.93–94, http://moialmanah.blogspot.com/p/25.html.

[195] **МОИ 2016-06-08:** Нет, это не естественно. Тот, кто считает, что естественно не отвечать (и это ведь при разборе проблемы всемирного значения!), тот и заслуживает такого наказания, какое получил Троицкий – и получат еще многие. Есть же и порядочные люди: например, зав. кафедрой ЛУ доктор Черан отвечал мгновенно (http://moitribunal.blogspot.com/2016/05/d014.html) и никакому наказанию подвергнут не был.

[196] **МОИ 2016-06-08:** Здесь проявляется тотальная безграмотность Решетняка в области юриспруденции. В упомянутой им ситуации нет не только основания для уголовного дела, но Троицкий (или кто другой) не может выиграть даже и гражданский иск – и НЕ потому, что нас разделяет граница. Он не мог бы это сделать и в том случае, если бы мы жили в одном городе.

[197] **МОИ 2016-06-08:** Очередная безграмотная болтовня Решетняка. За последние теперь уже скоро два года Решетняк ознакомился с многими материалами, связанными с Веданской теорией и Валдисом

С уважением, Ваш Ю.Г. Решетняк.
P.S. К письму прилагается мое последнее послания мадам Ипатьевой[198]
юрий Решетняк

Второе письмо

от: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: "marina.olegovna" <marina.olegovna@gmail.com>
дата: 5 июня 2016 г., 18:58
тема: Fwd: eglevedenie
отправлено через: mail.ru

1) Четвертый постулат веданской теории: <<Тот, кто не приемлет наш третий постулат,, тот большая сволочь и, конечно, гад/>>

2) Вохможно теерлецкий и был вполне квалифицированным физиком, , но статья Терлецкого в <<Вопросах философии>> в 1951-м году есть политический донос --- это факт и это не зависит и не понимать это может только....... Можно думать, что статью эту выложили в Интернете поклонники таланта Терлецкого.

-------- Пересылаемое сообщение --------
От кого: юрий Решетняк <doctorz29@mail.ru>
Кому: ealexandrov@bk.ru
Дата: Суббота, 14 мая 2016, 19:18 +06:00
Тема: eglevedenie

Глубокоуважаемый Евгений Борисович,

Получилось так, что я на три недели угодил в больницу и сейчас еще чувствую себя немного не в форме.Ничего серьезного, просто мои старые болячки, о которых я и думать забыл, вдруг напомнили о себе.

Небольшой комментарий к письму Л.Д. Фаддева.

Влияние исследований а области оснований математики на подавляющее большинство математических исследований ничтожно, если вообще не равно нулю. Основанием математики принято считать теорию множеств. Теория множеств строится аксиоматически. Лично я в моих работах на аксиомы теории множеств никогда не ссылался, я их даже не знаю. Мне достаточно знать, что в книжном шкафу в моем кабинете стоит книга, в которой эти аксиомы изложены (и даже не одна такая книга). Но у меня ни разу не возникала потребность одну из этих книг с полки снять. Что стоит в книжном шкафу у Людвтга Дмитриевича я не знаю, но то, что никакие сведения из оснований математики в его работе не использовались --- это, конечно, факт. Тем не менее я не согласен с тем, что работы в области оснований математики следует рассматривать как схоластические.[199]

Эгле, и вообще-то он мог бы и знать, что в 2003 году Валдис Эгле предпринял акцию против тогдашнего Президента Латвии Вайры Вике-Фрейберги (т.е. так, как если бы Решетняк предпринял бы акцию против Владимира Путина). Вайра потребовала от Полиции безопасности, чтобы против Валдиса Эгле было возбуждено уголовное дело. Началось юридическое и логическое состязание, которое закончилось полным поражением Вайры. Валдис Эгле не отступил ни в одном пункте, но Полиция безопасности дело закрыла. Валдис Эгле выиграл также и ряд других юридических дел, дошедших и не дошедших до суда. Мой опыт свидетельствует, что юристы умеют мыслить логически гораздо лучше, чем математики. За 35 лет истории Веданской теории нам не встретился ни один математик, который был бы способен к логическому мышлению. За те же 35 лет мы не видели ни одного судьи, который не принимал бы логически правильных решений. Так что болтовня Решетняка о Латвийской границе опять пуста – как всегда. Жаль, что нас разделяет граница: я с превеликим удовольствием скрестила бы шпаги с Решетняком или каким-нибудь другим академиком в судебном процессе. Его юридическое поражение было бы неизбежным, показательным и поучительным.

[198] **МОИ 2016-06-08:** Файл https://drive.google.com/open?id=0B1Iaodfse_orNUNCU3A5THVkU2c был последним посланием, но Решетняк мог и чего-нибудь напутать. С ним это часто бывает.

[199] **МОИ 2016-06-11:** Независимо от того, как дело представляют себе академики Решетняк и Фаддеев, фактическое положение здесь таково. То, что сейчас выдается за «основания математики» («теория множеств», базирующаяся на системе аксиом ZFC или похожей) – это просто вообще никакие не основания математики, а карикатура на них. Конечно, эту карикатуру совершенно справедливо можно

В то же время никакого высокомерия в словах Фаддеева я не усматриваю. <<Госпожа>> Ипатьева совершенно напрасно относит слова Фаддеева на свой счет --- специалист в области оснований математики по имени Ипатьева-Эгле миру не известен.[200]

Я ознакомился с номером 16 бюллетеня <<В защиту науки>>. Единственное замечание относится к статье Розанова. Там говорится о неком идиоте, который сначала фигурирует как Г.В. Николаев, а потом где то в середине превращается в Г.Н. Николаева.[201] Там же сказано, что он Геннадий Николаевич. Так как правильно, Г.В. или Г.Н.? Или это два разных Николаева?

В связи с этой статьей должен сказать, что Томский политехнический университет, по видимому, является своего рода гнездом лженауки. Там работает также некий А.М. Сухотин.

Он построил теорию, которая опровергает азбучные истины математического анализа --- в этом он пошел гораздо дальше Ипатьевой-Эгле. Свои сочинения Сухотин печатает в трудах Российской Академии Естествознания (Именно "естествознания", а не "естественных наук".) Российская академия естествознания --- это издательский дом, он выпускает несколько журналов и, возможно, не все, что там печатается вздор --- во всяком случае, для исследований в области гинекологии я рецензентом быть не могу, они помещаются в одном номере с работами по математике, геологии и жкологии и т.д. по . Конкретно, Сухотин публикуется в журнале:

<<Современные наукоемкие технологии, список ВАК, ИФ РИНЦ = 0.705

http://top-technologies.ru/ru/article/view?id=25814>>

Мне неизвестно, существует ли "бумажная" версия этого журнала. Один из результатов Сухотина --- утверждение, что последовательность x_n=sin{ln n} имеет предел. Последовательность y_n=ln{n} является монотонно возрастающей причем разность между двумя последовательными ее членами стремится к нулю при n стремящемся к бесконечности.

Я думаю, что писать про Ипатьеву в Вашем бюллетене --- слишком много чести для этой <<дамы>>.

Возможно для Вас представляет интерес следующий эпизод из моей дискуссии с <<мадам>> Ипатьевой. В номере 2 ее мусоросборника воспроизводится книга Я.П. Терлецкого <<Парадоесы теории относительности>>. Я написал <<мадам>>, что учитывая позицию Терлецкого в 40-е годы прошлого века я не стал бы воспроизводить его труды и тем самым делать ему рекламу. На это со стороны Ипатьевой последовал отлуп в свойственной ей жесткой (вернее сказать --- хамской) манере.[202] Тогда я не стал отвечать на ее грубость, считая этот вопрос

называть «схоластикой». Но у математики есть и другие, настоящие основания, – которые, к сожалению, математикам сейчас не известны (и о которых они по ничем не оправданным причинам ничего слышать упорно не желают). Эти, настоящие, основания-то как раз и описываются Веданской теорией. И то, что предлагается Веданской теорией, – это вовсе не схоластика.

[200] **МОИ 2016-06-11:** Дурачок Решетняк думает, что я обвинила Фаддеева в высокомерии потому, что он назвал схоластикой основания математики. На самом деле его высокомерие проявилось в том, что он велел не давать мне адреса его e-почты.

[201] **МОИ 2016-06-08:** Статья в ВЗН № 16, стр.44–46, http://moialmanah.blogspot.com/p/vzn16.html. Решетняк не понял то, что очевидно: героя рассказа зовут Геннадий Васильевич Николаев, и автор статьи так и обозначает его как Г.В., когда говорит от своего имени. Но последователь Николаева болгарин Стефан Маринов ошибочно называет его Геннадием Николаевичем (спутав, видимо, фамилию и отчество). И когда Розанов цитирует или пересказывает Маринова, он пишет так, как стоит у Маринова. Вот и всё. Чуточку сообразительности требовалось, но этой «чуточки» не было у Решетняка.

[202] **МОИ 2016-06-08:** Никакого «отлупа», ни «хамской грубости» не было. Всё это выглядело так (см. МОИ № 25, стр.26, http://moialmanah.blogspot.com/p/25.html): ««*Не вижу я и особого смысла в повторной публикации сочинения профессора Я.П. Терлецкого. В дискуссиях по поводу теории относительности, затеянных философами в сороковые–пятидесятые годы, его позиция была далеко не безупречна*». В этих Ваших словах есть что-то ненормальное. Во-первых: Альманах издается исключительно моими силами, на него не затрачивается ни гроша каких-нибудь общественных, государственных или бюджетных средств (между прочим, в отличие от преподавания канторизма). Что хочу, то и печатаю, какое Вам дело?! Во-вторых, по Терлецкому мне прояснились некоторые ранее не очень ясные вопросы теории относительности. А попался он мне в руки из-за интернетовских форумов, где эта книга упоминалась и обсуждалась. На форумы, в свою очередь, я попала через нападки на статью Е.Б. Александрова (сама на этих форумах не писала, но прошлась и почитала). В-третьих, что за разговоры: «*его позиция была далеко не безупречна*»? Конкретно – в книге что-нибудь неправильно? Тогда выступите с критикой! В-четвертых, в моих комментариях к книге Терлецкого были высказаны важные моменты Веданской теории». Если это есть «хамская грубость», то Решетняк строит из себя неженку принцессу на горошине. С точки зрения психологии, конечно, понятно, что здесь произошло. Он думал, что он – великий Решетняк, доктор, профессор, академик, орденоносец и т.д., будет определять атмосферу дискуссии,

не основным. Но вот недавно в Интернете я наткнулся на статью Терлецкого, опубликованную в 1951-и году в <<Вопросах философии>>. Статья посвящена критике книги Ландау и Лифшица по <<статистической физике>>. Согласно Терлецкому авторы книги занимаются пропагандой <<обветшалых давно разоблаченных идеалистических концепций>>. Кроме того, они повинны в космополитизме --- недостаточно отражена роль русских ученых в развитии данной области физики.[203] В ситуации 1951-го года подобного рода публикация в главном философском журнале есть политический донос.

В интернете я разыскал копию некоторой докладной записки Ю.А. Жданова от 23 октября 1950гю, адресованной М.А. Суслову. В самом конце этой записки сообщается, что Ландау и его сторонники Были охаиваягы работы профессора Терлецкого по теории индукционного ускорителя и теории происхождения космических лучей, имеющие по мнению Жданова важное практическое значение. С тех пор прошло 66 лет. Время лучший рецензент и я полагаю, сейчас уже ясно, кто прав в данном случае.

Таким образом мы видим, что что Терлецкого раскритиковали с научных позиций, а товарищ Терлецкий критикует своих оппонентов с позиций политических. (Считаю крайне маловероятным, что Ландау и Лифшиц занимались поисками идеализма в трудах Терлецкого.)

Статью Терлецкого я послал Ипатьевой. <<Она>> ознакомившись со статьей написала, что статья нормальная и не дает оснований в чем либо обвинять Терлецкого.[204] Третий постулат Ведансурй теории (Эгле всегда прав) в действии.[205]

Вся эта история с Терлецким описана в книге А.С. Сонина <<Борьба с космополитизмом в советской науке, Москва. Наука. 2011>>, докладная Жданова на стр. 20, статья в <<Вопросах философии >> --- стр. 273-274. В отличие от Эгле - Ипатьевой Сонин оценивает статью Терлецкого резко отрицательно.

Вот и все, что я хотел Вам сообщить.

Ваш Ю.Г. Решетняк

* * * * * * *

Итак, Евгений Борисович, я прошлась по двум письмам Решетняка, которые он посылал Вам 4 апреля и 14 мая, а мне переслал 5 июня, тем самым провоцируя меня на ответные действия.

Письма эти пусты, и примите мои соболезнования, что Вам пришлось их читать, а теперь еще и просматривать мои ответы. (Себе я тоже выражаю соболезнование за потерянное время).

Когда Решетняк впервые обратился ко мне 13 августа 2014 года, я очень обрадовалась, что наконец-то появился влиятельный человек, с которым можно будет по-деловому обсудить

раздавать милости и порицания, а вдруг встретился с чужой самостоятельной волей, крепкой и решительной, – и был этим ошарашен. Вот и всё.

[203] **МОИ 2016-06-08:** В статье приведен, например, такой конкретный факт: даже говоря о периодической системе химических элементов, авторы избегают называть имя Менделеева.

[204] **МОИ 2016-06-08:** Статью см. в МОИ № 2, стр.67–74, http://moialmanah.blogspot.com/p/2.html, и там же мой первый комментарий к ней. В МОИ № 33, стр.92–93, http://moialmanah.blogspot.com/p/33.html находится второй комментарий, а в http://moitribunal.blogspot.com/p/e006.html окончательный ответ Решетняку по этому вопросу. Со статьей Терлецкого можно согласиться или не согласиться, но в принципе объективно человек МОЖЕТ иметь такое мнение, какое изложено у Терлецкого, и наличие такого мнения НЕ является преступлением. Решетняк же ведет себя как старый политический интриган и опытный «стукач». Он и на меня ЗДЕСЬ (!) и сейчас «стучит», пытаясь пришить мне какое-то дело о «неправильной» политической линии, хотя в действительности у меня налицо только терпимость и толерантность к различным мнениям.

[205] **МОИ 2016-06-08:** Ну, – разве не дурак? Причем тут «третий постулат», если даже принять, что таковой существует? По мнению Решетняка я не имею права иметь свое мнение; как только мое мнение отличается от мнения Решетняка, так это сразу, значит, преступление. Я снова и снова повторяла Решетняку: «Я поместила книгу Терлецкого в Альманах как изложение Теории относительности; ни о каких дрязгах 1940-х годов мне известно не было, и они не имеют никакого отношения к правильности или неправильности данного изложения. Если изложение правильно, то всё в порядке; если изложение неправильно, укажите, что именно неправильно!». Но Решетняк с маниакальной назойливостью лезет и лезет с какой-то ерундой, не имеющей отношения к изложению теории относительности, но содержащей какие-то неясные как будто обвинения в мой адрес. При этом непонятно, чего, собственно, он хочет и требует: чтобы я удалила второй номер Альманаха? Или что? Решетняк никогда не способен говорить по существу дела – и здесь это обстоятельство ярко проявляется.

интересующие меня проблемы. Но весьма скоро обнаружилось, что с этим человеком невозможен разговор по делу, что он отрицает логику и абсолютные истины. Образно говоря, он утверждает, что 2 × 2 = 7, а когда я настаиваю, что 2 × 2 = 4 и что это абсолютная истина, которая никем не может быть оспорена, то он кричит, что я применяю постулаты «Эгле всегда прав» и «Всякий, кто не согласен, что 2 × 2 = 4, – гад!».

Уже более года назад, 8 июня 2015 года, я объявила, что больше не открываю и не читаю писем Решетняка, но он продолжал и продолжал мне писать. Его письма месяцами стояли неоткрытыми в моем почтовом ящике. Со временем я некоторые из них по тем или иным причинам всё-таки открыла, но 6 его писем так и стоят у меня неоткрытыми даже сегодня.

Решетняк не может смириться с тем, что он проиграл спор там, где ожидал легкой победы типа «закидаем шапками». То, что он проиграл, он понимает и сам, и это не дает ему покоя: гложет днем и ночью. Душа его жаждет реванша, реванша, реванша, и мести, мести, мести!

Поэтому он и не унимается.

Я не хочу больше с ним иметь дела, но я хочу иметь дело с умными и вдумчивыми людьми. Настоящий разбор двух писем Решетняка к Вам не был совсем уж безрезультатным в том смысле, что он заставил меня определиться с тем, какую форму примет обещанная мною Вам 30 марта атака на академика Людвига Дмитриевича Фаддеева и на стоящее за ним Математическое отделение РАН. Теперь эта атака (по крайней мере на первом ее этапе) примет форму статей, которые я буду подавать редколлегии бюллетеня «В защиту науки» с предложением статью опубликовать в Бюллетене, желательно вместе с ответом на нее академика Фаддеева – или кого-нибудь другого из Математического отделения.

На этом я заканчиваю настоящий разбор двух писем Решетняка и приступаю к написанию первой из статей – под названием «Математика и мракобесие»[206].

С уважением,

Марина Ипатьева

11 июня 2016 года

[206] **МОИ 2016-11-13:** Статью см. в МОИ № 108.

D015. Два письма Ю.Г. Решетняка Е.Б. Александрову

http://moitribunal.blogspot.com/2016/06/d015.html

от: Marina Olegovna Ipatjeva <marina.olegovna@gmail.com>
Кому: "E.B.Alexandrov" <ealexandrov@bk.ru>
дата: 11 июня 2016 г., 20:30
тема: Re: Математика и Комиссия РАН
отправлено через: gmail.com

Здравствуйте, Евгений Борисович!

Неделю назад академик Решетняк захотел похвастаться передо мной, какие он посылал Вам письма 4 апреля и 14 мая, и прислал эти письма мне. Раз уж он непременно хотел, чтобы я тоже поучаствовала в вашей переписке, то я его желание удовлетворила. В результате появился файл, данный в приложении. Но я считаю бессмысленными разговоры на подобном уровне собачьего лая. Поэтому я (в скором будущем прислав Вам статью) предложу бюллетеню «В защиту науки» организовать дискуссию по этим вопросам на научно-популярном уровне.

С уважением,
МОИ

Приложенный файл: 2016-06-05_D015-Resh.pdf
https://drive.google.com/open?id=0B1Iaodfse_orQ2NTZ3loc1lMTDQ

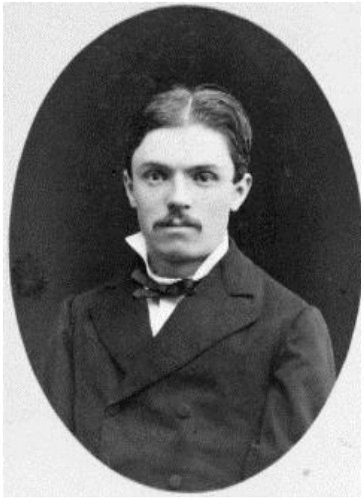
от: Евгений Александров <ealexandrov@bk.ru>
Кому: Marina Olegovna Ipatjeva <marina.olegovna@gmail.com>
дата: 12 июня 2016 г., 22:57
тема: Re[2]: Математика и Комиссия РАН
отправлено через: bk.ru

Мда... Не хотел бы я попасться Вам на язык.

Пуанкаре Ж.А.[207] Отчет о работах Д. Гильберта (1903)

OCR М. Ипатьевой 8 сентября 2015 г. со страниц 105–136 книги, имеющей следующие выпускные данные:

Библиотека современной математики
Под редакцией акад. Я.В. Успенского
Давид Гильберт, профессор Геттингенского университета
Основания геометрии
Перевод с пятого немецкого издания под редакцией заслужен. проф. А.В. Васильева
с приложением статьи редактора: «От Евклида до Гильберта»
и статьи А. Пуанкаре: «Отчет о работах Гильберта, представленных для соискания международной премии имени Лобачевского»
Книгоиздательство «Сеятель» Е.В. Высоцкого, **Петроград 1923**
Типография «Красный печатник», Петроград Международный 75
Главлит № 4343, 3000 экз.
(На титульном листе штампы: «Подарок Н.В. Ефимова библиотеке МК НМУ» и «Библиотека НМУ Математический колледж»).


Ж.А. Пуанкаре

Отчет о работах Д. Гильберта, представленных в 1903 г. Казанскому Физико-Математическому обществу для соискания международной премии имени Н.И. Лобачевского.[208]

Наши идеи о происхождении и значении геометрических истин претерпели очень быструю эволюцию в течение последнего столетия. Открытия Лобачевского, Болиаи и Риманна[209] открыли новую эру; правда, они не повлияли на тех лиц, слишком многочисленных, которые ищут доказательства постулата Евклида; на них, увы, ничто не могло повлиять; но они убедили всех истинных ученых в тщетности этих попыток. Таков был первый результат открытия неевклидовых геометрий. Но истинный смысл этого открытия не был выяснен сразу. Гельмгольц показал сперва, что предложения евклидовой геометрии не что иное, как законы движения твердых тел, тогда как предложения других геометрий суть законы, которым могли бы быть подчинены другие аналогичные тела, которые без сомнения не существуют, но существование коих можно допустить без того, чтобы это повело к малейшему противоречию; такие тела можно было бы даже изготовить при желании. Законы эти не могут быть, однако, рассматриваемы как экспериментальные, так как естественные твердые тела следуют им только с грубым

---

[207] **МОИ 2015-09-09:** Жюль Анри Пуанкаре (Jules Henri Poincaré; 1854.04.29 – 1912.07.17) – французский математик, во время написания этого отчета – зав.кафедрой Небесной механики Парижского университета; среди других академий также член-корр. Петербургской академии наук (с 1895).

[208] **МОИ 2015-09-09:** Надо полагать, что Пуанкаре этот Отчет представил Казанскому физико-математическому обществу на французском языке, и что настоящий текст, таким образом, является переводом с французского. Однако в книге переводчик не указан и факт перевода не упомянут. Судя по стилю, перевод выполнен А.В. Васильевым, который был также некоторое время председателем Казанского ф.-м. общества (возможно, что и в то время, когда оно общалось с Пуанкаре и награждало Гильберта, – в доступных мне биографиях Васильева нет точных данных о времени его председательства в назваанном Обществе).

[209] **МОИ 2015-09-09:** Написание имен Бойяи, Римана, Рассела и др. оставляю таким, как в книге; сохраняю для колорита также некоторые архаизмы русского правописания («итти» и т.п.), однако часть их устраняю, приводя в соответствие с современными нормами.

приближением; с другой же стороны воображаемые тела неевклидовой геометрии, как не существующие, не доступны опыту. Гельмгольц, однако, не высказался по этому поводу с полной ясностью.

Ли подвинул анализ значительно дальше. Он изучал, каким путем могут комбинироваться различные возможные движения некоторой системы или, говоря общее, различные возможные преобразования фигуры. Если рассматривать известное число преобразований и затем комбинировать их всеми возможными способами, то совокупность всех этих комбинаций составит то, что он называет группой. Каждой группе соответствует некоторая геометрия, и наша геометрия, соответствующая группе перемещений твердого тела, есть только весьма частный случай. Но все группы, которые можно вообразить, будут обладать некоторыми общими свойствами, и именно эти общие свойства ограничивают произвол изобретателей различных геометрий; их-то Ли и изучал в течение всей своей жизни.

Он, однако, не был вполне удовлетворен своим трудом. Он рассматривал всегда пространство, как он сам говорит, как некоторое *Zahlenmannigfaltigkeit* (числовое многообразие). Он ограничился изучением непрерывных групп в собственном смысле этого слова, групп, к которым прилагаются правила обыкновенного анализа бесконечно-малых. Таким образом не ограничил ли он себя искусственно?

Не пренебрег ли он при этом одною из необходимых аксиом геометрии (дело идет в конце концов об аксиоме Архимеда)? Не знаю, найдутся ли в его печатных трудах следы его работы мысли по этому поводу, но в своей переписке, в своих беседах он не раз выражал сожаление об этом.

Предстояло сделать еще шаг вперед, и эта честь выпала на долю Гильберта. Необходимо, однако, сказать несколько слов о работах, которые подготовили и сделали возможным этот шаг. Со времени Лобачевского математическая мысль подверглась глубокой эволюции не только в геометрии, но и в арифметике, и в анализе. Понятие числа сделалось более ясным и точным; в то же время оно подверглось разнообразным обобщениям. Наиболее ценным из этих обобщений для анализа является введение мнимых чисел, без которых современные математики не могли бы обойтись; но на этом уже не остановились, и в науку введены другие обобщения числа или, как говорят, другие категории комплексных чисел.

Операции арифметики с своей стороны были подвергнуты критике, и кватернионы Гамильтона дали нам пример операции, представляющей почти полную аналогию с умножением, которую можно назвать тем же именем и которая, однако, не коммутативна: произведение изменяется при перестановке множителей. Здесь в арифметике мы имеем революцию, совершенно подобную той, которую Лобачевский произвел в геометрии.

Наше воззрение на бесконечность тоже изменилось. Г. Кантор научил нас[210] различать степени в самой бесконечности (что, однако, не имеет ничего общего с бесконечно-малыми различных порядков, созданными Лейбницем в обыкновенном анализе бесконечно-малых). Понятие континуума, на которое издавна смотрели как на первичное, было анализировано и сведено к своим элементам.

Упоминать ли также о работах итальянских ученых, которые поставили себе целью создать всеобщий логический символизм и свести математическое рассуждение к чисто механическим правилам. Так, например, многие итальянские математики, в том числе Пеано и Падоа создали пазиграфию, т.е. род всеобщей алгебры, в которой все рассуждения заменяются символами или формулами.

Наконец, я должен упомянуть книгу Веронезе об основаниях геометрии, в которой автор впервые прилагает к геометрии трансфинитные числа Кантора; я буду еще иметь случай говорить об этом сочинении.

В 1899 г., по случаю юбилея Гаусса и Вебера, Гильберт опубликовал мемуар, под названием *Grundlagen der Geometrie,* наполненный оригинальнейшими идеями. Впрочем, это не впервые он занимался аналогичными вопросами, о чем свидетельствует его письмо к Клейну в

[210] **МОИ 2015-09-09:** Как известно, Пуанкаре сначала поддерживал теорию Кантора и даже пытался ее использовать, но потом стал ее резко отвергать и даже ввел специальный термин «канторизм», широко используемый теперь нами. Этот перелом во взглядах Пуанкаре произошел около 1903 года (вскоре после обнаружения Бертраном Расселом своего «парадокса» в 1902 году). Данное сочинение, представленное в Казань к конкурсу 1903 года и написанное, быть может, еще в 1902 году, возможно, является последним, в котором Пуанкаре еще хорошо отзывается о Канторе.

1894 г. *Üeber*[211] *die gerade Linie als kürzeste Verbindung zweier Punkte*. С тех пор он опубликовал в различных журналах ряд статей под заглавием:

Üeber den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck.

Neue Begründung der Bolyai – Lobatscheffskyschen Geometrie.

Üeber die Grundlagen der Geometrie.

Üeber Flächen von konstanter Gaussischer Krümmung.

Все эти статьи соединены во втором издании юбилейного мемуара; и я должен заменить, что это второе издание заключает ряд добавлений и усовершенствований, значительно увеличивающих его ценность.

Мы будем следовать в нашем анализе этому второму изданию,[212] сближая его с одной стороны с другими работами Гильберта, как например, с его мемуаром *Üeber den Zahlbegriff* и парижской речью о математических задачах будущего, а с другой стороны со многими диссертациями, написанными его учениками под его непосредственным влиянием и поэтому помогающими нам понять его мысль. Важнейшие из них:

Üeber die Geometrien in denen die Geraden die kürzesten sind – Hannel'я.

Die Legendre'scher Sätze ueber die Winkelsumme in Dreieck – Dehn'a.

Перечень аксиом. Гильберт начинает с установления полного перечня аксиом, стараясь не позабыть ни одной; это не так легко, как можно было бы думать, и даже Евклид применяет аксиомы, им не формулированные. Геометрическая интуиция настолько привычна нам, что мы пользуемся интуитивными истинами, так сказать, сами того не замечая. Поэтому-то для того, чтобы достигнуть цели, которую себе поставил Гильберт, необходимо не оставлять интуиции ни малейшего места.

Окончателен ли перечень Гильберта? Позволительно думать, что это так, потому, что он составлен, по-видимому, весьма тщательно. Ученый профессор распределяет аксиомы в пять групп:

I. Аксиомы *der Verknüpfuny* (предпочитаю буквальному переводу, – напр., аксиомы связи, который не мог бы быть удовлетворительным, – называть эти аксиомы – проективными).

II. Аксиомы *der Anordnung* (аксиомы порядка)

III. Аксиомы конгруэнтности или метрические аксиомы.

IV. Аксиома Евклида.

V. Аксиома Архимеда.

Между проективными аксиомами мы будем различать аксиомы плоскости и аксиомы пространства; первыми будут те, которые вытекают из весьма известного предложения: *через две точки проходит прямая и только одна*; но я предпочитаю перевести буквально текст Гильберта для того, чтобы дать возможность яснее понять его мысль.

«Вообразим три системы вещей, которые мы назовем точками, прямыми н плоскостями. Вообразим, что эти точки, прямые и плоскости связаны известными отношениями, которые мы будем выражать словами лежать на, между, и т.д.».

«I_1. Две различные точки A и B определяют всегда прямую a; что изобразим так:

$$AB = a \text{ или } BA = a.$$

Вместо слова определяют будем употреблять равным образом другие обороты, которые будем считать равнозначащими; будем говорить: A лежит на a, A есть точка a, a проходит через A, a соединяет A и B, и т.д.

I_2. Две любые точки прямой определяют эту прямую, это значит, что если $AB = a$ и $AC = a$, и если B отлична от C, то имеем также $BC = a$».

Вот замечания, которые необходимо сделать по поводу этой формулировки: выражения *лежать на, проходить через* не должны вызывать в нашем сознании какие-либо образы; эти выражения суть только синонимы слова *определять*. Точно также и слова *точка*, *прямая, плоскость* не должны возбуждать в уме никакого чувственного представления. Они могли бы безразлично обозначать предметы какой угодно природы, если только можно установить между этими предметами такое соответствие, при котором всякой системе двух предметов, называемых *точками*, соответствовал один из предметов, называемых *прямыми*, и только один. И вот почему

[211] **МОИ 2015-09-09:** Надо писать либо «*Über*», если технические средства позволяют использовать немецкие «умлауты», либо «*Ueber*» как заменяющую форму, если умлауты невозможны. Использование обоих средств одновременно является ошибкой, но именно так напечатано в книге 1923 года. Оставляю это без изменений для сохранения колорита книги.

[212] Для удобства читателей все ссылки в этой статье согласованы с последним изданием Grundlagen.

необходимо прибавить (I_2), что – если прямая, соответствующая системе двух точек *A* и *B*, та же самая, которая соответствует системе двух точек *B* и *C*, то она же соответствует и системе двух точек *A* и *C*.

Таким образом Гильберт старался, так сказать, представить аксиомы в такой форме, чтобы они могли быть прилагаемы лицом, которое не понимало бы их смысла, потому что никогда не видело ни точки, ни прямой, ни плоскости. Рассуждения должны по его мнению приводиться к чисто механическим правилам, и для того, чтобы строить геометрию, достаточно рабски прилагать эти правила к аксиомам, не зная, что они собственно выражают. Таким образом, можно было бы построить всю геометрию, я не скажу, ничего в ней не понимая, потому что будет понятно логическое сцепление предложений, но по крайней мере ничего в ней не видя. Можно было бы вставить аксиомы в логическую машину, например, в *логическое пианино* Стенли Джевонса, и из нее вышла бы вся геометрия.

Эта забота может казаться искусственной и детской, и бесполезно указывать, насколько бы это было гибельно в преподавании и вредно развитию ума; насколько бы оно действовало иссушающе на исследователей, у которых оно быстро убивало бы оригинальность. Но у Гильберта она объясняется и оправдывается, если мы припомним, какая цель преследуется. Полон ли список аксиом, или мы пропустили некоторые из них, которые мы, однако, бессознательно прилагаем? Вот, что нам нужно знать. Для этого у нас есть критерий, и такой критерий у нас только один. Нужно узнать, есть ли геометрия логическое следствие явно выраженных аксиом, т.е. могут ли эти аксиомы, вставленные в логическую машину, заставить выйти из нее весь ряд предложений.

Если да, то мы можем быть убеждены, что мы ничего не забыли. Ибо наша машина может работать только сообразно с правилами логики, для которых она построена; она не знает того смутного инстинкта, который мы называем интуицией.

Я не буду распространяться о проективных аксиомах пространства, обозначаемых автором $I_{4, 5, 6, 7, 8}$. Здесь не сделано никакого изменения в обычной формулировке.

Впрочем одно только слово об аксиомах $I_{3, 8}$. которые формулированы следующим образом:

«На всякой прямой существуют по меньшей мере две точки; на всякой плоскости – по меньшей мере три точки, не лежащие на одной прямой линии; в пространстве – по меньшей мере четыре точки, не лежащие в одной плоскости».

Эта формулировка характеристична. Тот, кто оставил бы хоть какое-нибудь место интуиции, как бы мало оно ни было, не подумал бы говорить, что на всякой прямой есть по меньшей мере две точки, или он тотчас бы прибавил, что их бесконечное множество; ибо интуиция прямой немедленно и одновременно открыла бы ему обе эти истины.

Переходим ко второй группе – группе аксиом порядка. Вот как формулированы две первые:

«Если три точки находятся на одной и той же прямой, то между ними существует некоторое отношение, которое мы выражаем, говоря, что одна из этих точек, и только одна, лежит между двумя другими. Если *C* лежит между *A* и *B*, а *D* – между *A* и *C*, то *D* лежит также и между *A* и *B*, и т.д.».

Здесь мы также не прибегаем к интуиции; мы не стараемся уяснить, что обозначает слово *между*, всякое отношение, удовлетворяющее аксиомам, может быть обозначено этим словом. Это опять очень пригодно, чтобы выяснить нам чисто формальную природу математических определений; но я не буду настаивать на этом, ибо мне пришлось бы повторять сказанное по поводу первой группы.

Но является настоятельным остановиться на другом соображении. Аксиомы порядка представлены Гильбертом, как зависящие от проективных аксиом, и они не имели бы никакого смысла, если бы мы не допустили этих последних, потому что мы не знали бы, что такое три точки, расположенные по прямой линии. И однако, существует особая геометрия, чисто качественная, абсолютно независимая от проективной геометрии, которая не предполагает известными ни понятие прямой, ни понятие плоскости, но только понятия линии и поверхности; это то, что называют *Analysis situs*. Не предпочтительнее ли было бы дать аксиомам второй группы такую формулировку, которая бы освободила их от этой зависимости и вполне обособила их от первой группы? Но вопрос в том, возможно ли это при сохранении за этими аксиомами их чисто логического характера, т.е. отказываясь вполне от всякой интуиции.

Третья группа содержит метрические аксиомы, и мы различим в ней три подгруппы. Предположения III $_1$, $_2$, $_3$ суть метрические аксиомы отрезков; эти аксиомы служат для определения длин. Условливаемся говорить, что отрезок, взятый на одной прямой, может быть конгруэнтен (равен) отрезку, взятому на другой прямой; это – аксиома III_1, но это условие не вполне произвольно, оно должно быть таково, чтобы два отрезка, конгруэнтные одному и тому же третьему, были конгруэнтны между собою (III_2), затем новым условием определяется сложение отрезков, и это условие, в свою очередь, должно быть таково, чтобы складывая равные отрезки, мы получали равные суммы; в этом состоит аксиома III_3.

Аксиома III_4 и теорема 10 суть соответствующие предложения для углов. Но этого еще недостаточно: к двум подгруппам метрических аксиом для отрезков и углов нужно присоединить метрическую аксиому для треугольников (у Гильберта III_5): если два треугольника имеют по равному углу, заключенному между равными сторонами, то другие углы этих двух треугольников будут также соответственно равны.

Мы встречаем в данном случае один из известных случаев равенства треугольников, который обыкновенно доказывается наложением и который нужно рассматривать как постулат, если мы хотим избегнуть помощи интуиции. Притом когда пользуются интуициею, т.е. наложением, то сразу видят, что третьи стороны также равны в обоих треугольниках, и два предложения связываются, так сказать, в одном восприятии; здесь, напротив, мы их разделяем; из одного мы делаем постулат, другого таковым не делаем, потому что он может логически быть выведен из первого.

Один важный вопрос здесь не затронут; нужно было бы пополнить список аксиом указанием, что отрезок *AB* конгруэнтен обратному отрезку *BA*:[213] эта аксиома влечет как следствие симметрию пространства и равенство углов при основании в равнобедренном треугольнике. Гильберт не останавливается здесь на этом вопросе, но он сделал из него предмет особого мемуара, о котором мы будем говорить далее.

Я не могу также не выразить сожаления, что в этом изложении метрических аксиом не осталось никакого следа от понятия, важность которого впервые была понята Гельмгольцем, – я говорю о перемещении неизменяющейся фигуры. Можно было бы сохранить за этим понятием его естественную роль, не жертвуя логическим характером аксиом. Таким образом было бы избегнуто искусственное введение аксиомы III_5 и постулаты были бы связаны с их истинным психологическим происхождением. В другом мемуаре, о котором будет речь дальше, Гильберт стал на эту точку зрения, которая нам кажется более удовлетворительной.

Четвертая группа содержит только постулат Евклида.

Пятая группа заключает две аксиомы; первая и наиболее важная есть аксиома Архимеда.

Пусть даны две произвольные точки *A* и *B* на прямой *D*; пусть *a* есть некоторый отрезок; построим на *D*, начиная от точки *A* и в направлении *AB*, ряд отрезков, равных между собою и равных *a*: AA_1, A_1A_2, ..., $A_{n-1}A_n$; всегда можно *n* взять настолько большим, чтобы точка *B* пришлась на один из этих отрезков.

Это значит, что, если даны две произвольные длины ℓ и *L*, всегда можно найти целое число *n* настолько большое, чтобы, складывая *n* раз длину ℓ самое с собою, получить в сумме длину большую чем *L*.

Вторая – есть аксиома der Vollständigkeit (аксиома полноты), смысл которой я выясню далее.

Независимость аксиом. После того как список аксиом составлен, нужно убедиться в том, свободен ли он от противоречий. Мы знаем, что это так, потому что геометрия существует: и Гильберт сначала ответил утвердительно построением геометрии. Но – странная вещь – эта геометрия не совсем наша, ее пространство не наше или, по крайней мере, оно только часть нашего. В пространстве Гильберта нет всех точек, которые имеются в нашем, но только те, которые можно, исходя из двух данных точек, построить с помощью линейки и циркуля. В этом пространстве, например, не было бы угла, вообще говоря, равного трети данного угла.

Я думаю, что такая концепция показалась бы Евклиду более разумной, чем наша. Во всяком случае, однако, она – не наша. Чтобы снова получить нашу геометрию, нужно было бы прибавить одну аксиому.

«Если на прямой существуют два бесконечных множества точек A_1, A_2, ..., A_n, … B_1, B_2, ... B_n ... таких, что B_q заключается между A_p и B_{q-1}, и A_p заключается между B_q и A_{p-1} каковы бы ни

[213] Как известно, в последующих изданиях Grundlagen Гильберт принял во внимание это замечание.

были p и q, то на этой прямой существует, по крайней мере, одна точка C, которая лежит между A_p и B_q, каковы бы ни были p и q».

Во втором издании Гильберт пожелал пополнить свой список так, чтобы притти к нашей геометрии и именно к ней, а не к какой-либо другой. Но вместо аксиомы, которую мы только что привели, он предпочел ввести аксиому der Vollständigkeit (аксиому полноты), которую он формулировал следующим образом:

«К системе точек, прямых и плоскостей невозможно присоединить другую систему вещей так, чтобы полная система удовлетворяла бы всем прочим аксиомам».

Тогда ясно, что пространство, о котором я только что говорил, и которое не содержит всех точек нашего пространства, не удовлетворяет этой новой аксиоме, потому что к нему можно присоединить все те точки нашего пространства, которые в нем не заключались, и оно не перестанет удовлетворять всем аксиомам.

Существует, таким образом, бесконечное множество геометрий, которые удовлетворяют всем аксиомам, кроме аксиомы полноты, но только одна из них, а именно наша, удовлетворяет сверх прочих и этой последней аксиоме.

Должно спросить себя затем, независимы ли аксиомы, то есть можно ли пожертвовать одною из пяти групп, сохранив четыре остальных, и получить, несмотря на то, логически связанную геометрию. Так, отбрасывая группу IV (постулат Евклида), получаем неевклидову геометрию Лобачевского.

Можно равным образом отбросить группу III. Гильберту удалось сохранить группы I, II, IV и V также, как две подгруппы метрических аксиом для отрезков и углов, отказавшись от метрической аксиомы для треугольников, т.е. от предложения III_5.

Вот как он этого достигает: для простоты будем рассматривать плоскую геометрию, и пусть P есть плоскость, в которой мы оперируем: мы сохраним за словами *точки* и *прямые* их обычное значение; точно также сохраним и для углов их обычное измерение, но поступим иначе с длинами. Длины, по определению, будут измеряться своею проекциею на плоскость Q, отличную от P, сохраняя для проекции ее обычное измерение. Ясно, что все аксиомы, за исключением метрических аксиом, остаются в силе. Метрические аксиомы для углов равным образом сохраняются без изменения, ибо мы ничего не изменяем в измерении углов; остаются верными и аксиомы для отрезков, потому что каждый отрезок плоскости P измеряется другим отрезком – его проекциею на плоскость Q, а этот последний отрезок измеряется обычным образом. Напротив, предложения о равенстве треугольников, напр., аксиома III_5, уже оказываются неверными. Это решение удовлетворяет меня только наполовину; углы были определены независимо от длин, при чем не было обращено внимания на то, чтобы согласовать эти два определения (вернее их намеренно сделали несогласованными). Достаточно изменить одно из двух определений для того, чтобы притти снова к классической геометрии. Я предпочел бы дать длинам такое определение, при котором было бы невозможно найти определение углов, удовлетворяющее метрическим аксиомам для углов и треугольников. Это к тому же не трудно было бы сделать.

Гильберту было бы легко построить геометрию, в которой были бы опущены аксиомы порядка, между тем, как все другие были бы сохранены. Или, вернее, такая геометрия уже существует или, еще вернее, существуют уже две таких геометрии. Есть, во-первых, геометрия Риманна, в которой, правда, отброшен и постулат Евклида (группа IV), так как в ней сумма углов треугольника более двух прямых. Чтобы яснее дать понять мою мысль, я ограничусь рассмотрением геометрии двух измерений. Геометрия Риманна для двух измерений есть не что иное, как сферическая геометрия, при одном, однако, условии: две точки сферы, диаметрально противоположные, не должны быть рассматриваемы, как различные. Элементами этой геометрии будут различные диаметры сферы. Но ведь, если мы рассматриваем три диаметра одной и той же сферы, расположенные в одной диаметральной плоскости, то ни про один из них нет никаких оснований сказать, что он находится между двумя другими. Слово *между* не имеет больше смысла, и аксиомы порядка исчезают сами собой.

Если мы хотим теперь иметь геометрию, в которой аксиомы порядка не имеют места, но в которой сохранен постулат Евклида и другие аксиомы, то нам стоит только взять за элементы мнимые точки и прямые обыкновенного пространства. Ясно, что мнимые точки пространства не даны нам, как размещенные в определенном порядке. Но более того: можно спросить – способны ли они быть размещенными таким образом; это, без сомнения, было бы возможно, как показал Г. Кантор (само собой, при условии не всегда помещать в соседстве одну с другой точки, которые мы рассматриваем как бесконечно-близкие, следовательно, при условии нарушения непрерывности пространства). Их, правда, можно было бы разместить, говорю я, но нельзя сделать этого так, чтобы этот порядок не нарушался различными операциями геометрии (перспектива, параллельное перенесение, вращение и т.п.). Аксиомы порядка, следовательно, не применимы к этой геометрии.

Не-архимедова геометрия. Но наиболее оригинальная из концепций Гильберта – это, бесспорно, не-архимедова геометрия, где все аксиомы верны, за исключением аксиомы Архимеда. Для этого нужно было построить сперва систему не-архимедовых чисел, т.е. систему элементов, между которыми можно было бы представить отношения равенства и неравенства, и к которым можно было бы применять операции, соответствующие арифметическому сложению и арифметическому умножению, при чем должно удовлетворить следующим условиям:

1°. Арифметические правила сложения и умножения (коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность и т.д., *Arithmetische Axiome der Verknüpfung*) остаются без изменения.

2°. Правила исчисления и преобразования неравенств (*Arithmetische Axiome der Anordnung*) равным образом остаются в силе.

3°. Аксиома Архимеда не верна.

К такой системе можно притти, избирая за элемент – строки следующей формы:

$$A_0\,\mathrm{t}^{\mathrm{m}} + A_1\,\mathrm{t}^{\mathrm{m}-1} + A_2\,\mathrm{t}^{\mathrm{m}-2} + \ldots\ldots,$$

где m есть целое положительное или отрицательное число, и где коэффициенты A суть вещественные числа, и условливаясь применять к этим строкам обычные правила сложения и умножения. Необходимо затем определить условия неравенства этих строк для того, чтобы иметь возможность разместить их в определенном порядке. Мы достигнем этого следующим условием: мы будем приписывать нашей строке знак числа A_0 и мы будем говорить, – что одна строка меньше другой, если вычитая ее из этой последней мы получаем разность положительную.

Ясно, что при таком условии правила исчисления неравенств остаются в силе, но аксиома Архимеда уже не верна; в самом деле, если мы возьмем два элемента I и t, то первый, сколько бы раз мы его ни складывали с самим собою останется всегда меньше второго. Всегда будем иметь $\mathrm{t} > n$, каково бы не было число n, так как разность $\mathrm{t} - n$ будет всегда положительна, ибо коэффициент первого члена t, который, по условию, определяет знак всего выражения, остается всегда равным 1.

Наши обыкновенные числа входят в виде частных случаев в систему не-архимедовых чисел. Новые числа как бы вставляются в ряд наших обыкновенных чисел, так что, напр., существует бесконечно-большое число новых чисел, меньших, чем данное обыкновенное число A и бо́льших, чем все обыкновенные числа, меньшие, чем A.

Представим теперь себе пространство трех измерений, где координаты точки измерялись бы не обыкновенными числами, а не-архимедовыми числами, но где обычные уравнения прямой и плоскости, равно как и аналитические выражения углов и длин, продолжали бы иметь место. Ясно, что в этом пространстве все аксиомы остались бы верными, за исключением аксиомы Архимеда.

На произвольной прямой, между нашими обыкновенными числами, оказались бы вставленными новые точки. Если, напр., D_0 есть обыкновенная прямая, D_1 – соответствующая прямая не-архимедова пространства, если P есть какая-либо обычная точка линии D_0 и если эта точка разделяет D_0 на две полу-прямые S и S′ (прибавлю, для большой точности, что я рассматриваю P как не принадлежащую ни к S, ни к S′), то на D_1 будет бесконечное множество новых точек, как между P и S, так и между P и S′. На D_1 будет равным образом бесконечно большое число новых точек, которые все будут лежать вправо от всех обыкновенных точек линии D_0. Резюмируя сказанное, наше обычное пространство есть только часть не-архимедова пространства.

Понятно, как велико значение этого изобретения и в каком отношении оно составляет в развитии наших идей шаг почти столь же смелый, как и тот, который мы сделали, благодаря Лобачевскому; неевклидова геометрия, можно сказать, относилась с уважением к качественной стороне концепции геометрического континуума, хотя в то же время потрясает до основания наши идеи о его измерении. Не-архимедова геометрия эту концепцию разрушает, она рассекает континуум, вводя в него новые элементы.

В этой столь смелой концепции у Гильберта был предшественник. При обосновании геометрии, Веронезе ввел аналогичную идею. Глава VI его введения есть развитие арифметики и геометрии, несомненно, не-архимедовых, где первенствующую роль играют трансфинитные числа Кантора. Тем не менее изяществом и простотой изложения, и глубиной своих философских взглядов, теми следствиями, которые он извлек из основной идеи, Гильберт, надо признать, сделал новую геометрию своим созданием.

Как бы там ни было, Гильберт до конца разрабатывает следствия своих предпосылок и ищет, как можно было бы переделать геометрию, не пользуясь аксиомою Архимеда. По отношению к тем главам, которые школьники называют *первой* и *второй* книгою, трудностей нет. Там эта аксиома нигде не встречается.

Третья глава сочинения Гильберта говорит о пропорциях и о подобии. Вот в его сущности ход, которого держался Гильберт, чтобы установить учение о них независимо от аксиомы Архимеда. Он принимает за определение пропорции обычное построение четвертой пропорциональной, но подобное определение должно быть оправдано; нужно показать, во-первых, что результат остается без изменения, каковы бы ни были вспомогательные линии, употребляемые в построении, и, во-вторых, что обычные правила исчисления применяются к пропорциям и при новом их определении. И то, и другое изложено у Гильберта удовлетворительно.

Четвертая глава говорит об измерении плоских площадей; если это измерение может быть легко установлено без помощи начала Архимеда, то потому, что два равновеликие многоугольника или могут быть разложены на треугольники так, что элементарные треугольники того и другого равны – каждый каждому соответствующему (другими словами, один может быть превращен в другой приемом китайской головоломки), или напротив, могут быть рассматриваемы, как разности многоугольников, допускающих подобный способ разложения (это всё тот же прием, но в котором допускаются не только треугольники прикладываемые, но и треугольники вычитаемые). Но мы должны заметить, что аналогичное обстоятельство уже не имеет, по-видимому, места для двух равновеликих многогранников, так что можно задать себе вопрос, – можно ли, например, определить объем пирамиды, не прибегая более или менее скрыто к помощи исчисления бесконечно-малых. Итак, не несомненно, что можно так же легко обойтись без аксиомы Архимеда при измерении объемов, как и при измерении плоских площадей. Гильберт, впрочем, этого и не пробовал. Но уже после выпуска первого издания один из его учеников доказал, что приемы китайской головоломки не приложимы к объемам.

Во всяком случае оставался еще один вопрос; если дан многоугольник, то возможно ли разложить его на треугольники и затем удалить один из них так, чтобы оставшийся многоугольник был равновелик данному, то есть так, чтобы, преобразуя этот оставшийся многоугольник по способу китайской головоломки, получить первоначальный многоугольник. Обыкновенно ограничиваются тем, что говорят, что это невозможно, так как целое больше части. Но это значит вводить новую аксиому и, какою бы очевидною она нам ни казалась, логический ум был бы более удовлетворен, если бы он мог обойтись без нее. Шур, правда, нашел доказательство, но, опираясь на аксиому Архимеда; Гильберт желал притги к этому без пользования этою аксиомою. Вот какой прием ему приходится применить; он допускает, что <u>площадь</u> треугольника есть <u>по определению</u> полу-произведение основания на высоту, и он оправдывает это определение, показывая, что два треугольника равновеликие (с точки зрения китайской головоломки) имеют одну и ту же <u>площадь</u> (понимая этот термин в смысле нового определения), и что площадь треугольника, разложимого на многие другие, равна сумме <u>площадей</u> составляющих треугольников. Как только оправдание закончено, всё остальное получается без труда. Это, значит, всё тот же прием, чтобы избегнуть постоянных обращений к интуиции, которая доставляла бы нам постоянно всё новые аксиомы, эти аксиомы преобразуют в определения, и уже после того эти определения оправдывают тем, что они оказываются свободными от противоречий.

Не-дезаргова геометрия. Основная теорема проективной геометрии есть теорема Дезарга. Два треугольника называются <u>гомологичными</u>, если прямые, соединяющие соответствующие вершины, пересекаются в одной и той же точке. Дезарг показал, что точки пересечения соответствующих сторон двух гомологичных треугольников лежат на одной и той же прямой линии; обратная теорема также справедлива.

Теорема Дезарга может быть установлена двумя путями:

1. Пользуясь проективными аксиомами плоскости и метрическими аксиомами плоскости.
2. Пользуясь проективными аксиомами не только плоскости, но и пространства.

Таким образом, теорема могла бы быть открыта животным двух измерений, которому третье измерение казалось бы столь же непонятным, как нам четвертое, которое, поэтому, не знало бы проективных аксиом пространства, но которое видело бы как в обитаемой им плоскости перемещаются неизменные фигуры, аналогичные нашим твердым телам, и которым, таким образом, были бы известны метрические аксиомы. Теорема могла бы быть открыта также и животным трех измерений, которое знало бы проективные аксиомы пространства, но, никогда не видя перемещений твердых тел, не знало бы метрических аксиом.

Но можно ли было бы доказать теорему Дезарга, не прибегая ни к проективным аксиомам пространства, ни к, метрическим аксиомам, пользуясь исключительно проективными аксиомами плоскости? Думали, что нет, но не были в этом уверены. Гильберт решил этот вопрос, построив не-дезаргову геометрию, – геометрию, разумеется, плоскую. Возьмем эллипс *E*. Вне этого эллипса слово *прямая* сохраняет свой обычный смысл; внутри – слово *прямая* принимает другой смысл и обозначает уже дугу круга, которая, при продолжении, проходит через неподвижную точку *P*, лежащую вне эллипса. Прямая, пересекающая эллипс *E*, составится таким образом из двух прямолинейных – в обычном смысле этого слова – частей, соединенных внутри эллипса дугою круга; таков луч света, который, проходя через преломляющее тело, отклоняется от своей прямолинейной траэктории.

Проективные аксиомы плоскости будут верны, если мы предположим, что точка *P* достаточно удалена от эллипса.

Поместим теперь два гомологичные треугольника вне эллипса *E* так, чтобы их стороны не встречали *E*, три прямые, которые соединяют попарно соответствующие вершины, если под ними подразумевать прямые в обычном смысле слова, по теореме Дезарга пересекутся в одной и той же точке Q: предположим, что эта точка Q лежит внутри *E*. Если теперь мы будем понимать слово *прямая* в новом смысле, то три прямые, соединяющие соответствующие вершины, отклонятся, войдя внутрь эллипса. Следовательно, они не пройдут больше через точку Q, они не встретятся больше. Теорема Дезарга не имеет места в нашей новой геометрии; это геометрия – не-дезаргова.

Не-паскалева геометрия. Гильберт не останавливается на сказанном и вводит еще новую концепцию. Чтобы лучше понять ее, необходимо на время вернуться в область арифметики. Мы видели выше, как понятие числа было расширено введением не-архимедовых чисел. Нам нужна классификация этих новых чисел и, чтобы добиться ее, мы распределим аксиомы арифметики по следующим четырем группам:

1. Законы ассоциативности и коммутативности сложения, закон ассоциативности умножения, оба закона дистрибутивности умножения; или, короче говоря, все правила сложения и умножения, за исключением закона коммутативности умножения.

2. Аксиомы порядка, т.е. правила исчисления неравенств.

3. Закон коммутативности умножения, на основании которого можно изменить порядок сомножителей, не изменяя произведения.

4. Аксиома Архимеда.

Числа, которые удовлетворяют аксиомам первых двух групп, называются дезарговыми; они могут быть паскалевыми или не-паскалевыми; смотря по тому, удовлетворяют они или нет аксиоме третьей группы; и они будут архимедовыми или не-архимедовыми, смотря по тому, удовлетворяют они или нет аксиоме четвертой группы. Мы скоро увидим основание для этих названий.

Обыкновенные числа суть в одно и то же время и дезарговы, и паскалевы, и архимедовы. Исходя из аксиом первых двух групп и из аксиомы Архимеда, можно доказать закон коммутативности; не существует, следовательно, чисел одновременно дезарговых, архимедовых и не-паскалевых.

Зато мы уже приводили пример чисел одновременно дезарговых, паскалевых и не-архимедовых; я буду называть эти числа числами системы T; я напоминаю, что каждому из этих чисел соответствует строка вида

$$A_0 t^m + A_1 t^{m-1} + ...,$$

где все *A* суть обыкновенные вещественные числа.

Нетрудно аналогичным путем составить систему чисел дезарговых, не-паскалевых и не-архимедовых. Элементами этой системы будут строки вида

$$S = T_0 s^n + T_1 s^{n-1} + ...,$$

где s есть символ, аналогичный t, *n* – целое положительное или отрицательное число, и T_0, T_1 ... суть числа системы T; заменяя, таким образом, коэффициенты T_0, T_1 .... соответствующими строками от t, мы имели бы строку, одновременно зависящую от t и от s. Строки S складываются по обыкновенным правилам; равным образом при умножении этих строк мы допустим правила дистрибутивности и ассоциативности, но вместе с тем предположим, что закон коммутативности не имеет места и что напротив st = −ts.[214]

Остается только разместить строки в определенном порядке для того, чтобы удовлетворить аксиомам порядка. Для этого присвоим строке S знак первого коэффициента T_0; одна строка будет считаться меньше другой, если, будучи вычтена из этой последней, даст положительную разность. Это, значит, всё то же самое правило: t рассматривается как чрезвычайно большое по отношению к произвольному обыкновенному вещественному числу; а s рассматривается как чрезвычайно большое по отношению ко всякому числу системы T.

Так как закон коммутативности не имеет места, то эти числа наверно суть не-паскалевы числа.

Прежде, чем итги дальше, напоминаю, что Гамильтон давно ввел уже систему комплексных чисел, где умножение не коммутативно; это – кватернионы, которые англичане так часто употребляют в математической физике. Но для кватернионов аксиомы порядка не имеют места; в концепции Гильберта оригинально именно то, что новые числа удовлетворяют аксиомам порядка, не удовлетворяя правилу коммутативности.

Возвратимся к геометрии. Допустим аксиомы трех первых групп, т.е. проективные аксиомы плоскости и пространства, аксиомы порядка и постулат Евклида; теорема Дезарга может быть выведена из них потому, что она есть следствие проективных аксиом пространства.

Мы хотим создать нашу геометрию, не пользуясь метрическими аксиомами; слово *длина* еще не имеет, значит, для нас никакого смысла, мы не имеем права пользоваться циркулем; но зато мы можем пользоваться линейкою, потому что мы допустили, что через две точки можно провести прямую, в силу одной из проективных аксиом; мы умеем равным образом проводить через точку параллельную к данной прямой, потому что мы допускаем постулат Евклида. Посмотрим, что из всего этого мы можем вывести.

Мы можем определить гомотетию двух фигур; два треугольника будут называться гомотетичными, если их стороны попарно параллельны, и мы выводим отсюда (на основании допущенной нами теоремы Дезарга), что прямые, соединяющие соответствующие вершины, сходятся в одной точке. Мы воспользуемся затем гомотетиею для того, чтобы определить пропорцию. В известной мере мы можем также определить равенство.

Две противоположные стороны параллелограмма будут равны по определению; мы умеем таким образом определять, равны ли два отрезка, лишь бы только они были параллельны.

Благодаря этим условиям, мы можем теперь сравнивать длины двух отрезков: лишь бы только эти отрезка были параллельны. Сравнение двух длин, которых направление различно, не имеет никакого смысла и нужны были бы, так сказать, различные единицы длины для каждого направления. Бесполезно прибавлять, что слово *угол* не имеет никакого смысла.

Таким образом, длины будут выражаться числами; но это будут поневоле не обычные числа. Всё, что мы можем сказать – это то, что, если теорема Дезарга верна, как мы это допустили, то эти числа принадлежат к системе, удовлетворяющей арифметическим аксиомам первых двух групп, т.е. к дезарговой системе. Обратно, если дана какая-нибудь система S дезарговых чисел, то можно построить такую геометрию, чтобы длины отрезков прямой точно выражались этими числами.

Вот, как можно осуществить это построение: точка этого нового пространства будет определяться тремя числами *x, y, z* системы S, которые будут называться координатами этой точки. Если мы прибавим к трем координатам различных точек какой-нибудь фигуры три постоянные (которые, само собою разумеется, суть дезарговы числа системы S), мы получаем другую фигуру, преобразованную из первой; при этом так, что каждому отрезку одной из фигур соответствует в другой отрезок равный и параллельный (в том значении, которое выше придано этому слову). Это преобразование есть, следовательно, параллельное перенесение, так что эти три постоянные определяют перенесение. Если теперь мы умножим три координаты всех точек

---

[214] Если положить st = −ts, то аксиомы порядка в новой геометрии не будут удовлетворены; поэтому в последующих изданиях Гильберт полагает что st = 2 ts.

одной и той же фигуры на одну и ту же постоянную, мы получим вторую фигуру, гомотетичную первой.

Уравнением плоскости будет известное линейное уравнение обыкновенной аналитической геометрии; но так как в системе S умножение, вообще говоря, будет не коммутативно, то весьма важно обратить внимание на то, что в каждом члене этою линейного уравнения координата играет роль множимого, а постоянный коэффициент – роль множителя.

Таким образом, каждой системе дезарговых чисел будет соответствовать новая геометрия, удовлетворяющая проективным аксиомам, аксиомам порядка, теореме Дезарга и постулату Евклида. В чем же теперь заключается геометрическое значение арифметической аксиомы третьей группы, т.е. правило коммутативности умножения? Геометрический перевод этого правила – теорема Паскаля, т.е. теорема о шестиугольнике, вписанном в коническое сечение, предполагая, что это коническое сечение сводится к двум прямым.

Таким образом, теорема Паскаля будет верна или ложна, смотря по тому, будет ли система S паскалевой или не-паскалевой; и так как существуют не паскалевы системы, то будут равным образом и не-паскалевы геометрии.

Теорему Паскаля можно доказать исходя из метрических аксиом, она будет, следовательно, верна, если мы допустим, что фигуры могут преобразовываться не только с помощью гомотетии и параллельного перенесения, как это мы только что допустили, но и с помощью вращения.

Теорема Паскаля может быть равным образом выведена из аксиомы Архимеда, потому что мы только что видели, что каждая система чисел дезарговых и архимедовых есть в то же самое время и паскалева система; всякая не-паскалева геометрия есть, значит, в то же время геометрия не-архимедова.

Streckenüberträger (переноситель отрезков). Перейдем к другой концепции Гильберта. Он изучает построения, которые можно было бы сделать не с помощью линейки и циркуля, а с помощью линейки и особого инструмента, который он называет *Streckenüberträger*'ом и который позволяет отложить на одной прямой отрезок, равный другому отрезку, взятому на другой прямой. *Streckenüberträger* не эквивалентен циркулю; циркуль позволяет построить пересечение двух окружностей или окружности и произвольной прямой: *Streckenüberträger* дает нам только пересечение окружности и прямой, проходящей через центр этого круга. Гильберт ищет, какие построения возможны с помощью этих двух инструментов и приходит к весьма замечательному результату.

Построения, которые могут быть сделаны с помощью линейки и циркуля могут быть произведены и с помощью линейки и *Streckenüberträger*'а, но только в том случае, если эти построения таковы, что они приводят всегда к вещественным точкам. Ясно, в самом деле, что это условие необходимо: ибо окружность всегда пересекается в двух вещественных точках прямою, проведенною через ее центр. Но трудно было предвидеть, что это условие будет в то же время достаточным.

Но это не всё; во всех этих построениях можно было бы заменить *Streckenüberträger* другим инструментом *Eichmass*'ом, позволяющим отложить на какой-либо прямой от какой-либо точки уж не произвольную длину, но длину, равную единице.

Замечание это, сделанное одним из учеников Гильберта, значительно увеличивает значение предыдущего результата.

Мемуар, который мы только что анализировали, сделал очевидною важность новой не-архимедовой геометрии; он исследовал роль аксиомы Архимеда в геометрических рассуждениях; главный результат этого исследования может быть резюмирован следующим образом: если мы откажемся от этой аксиомы и сохраним только аксиомы первых четырех групп, то существенные результаты евклидовой геометрии не потерпят ущерба: но иное получится, если мы сохраним только проективные аксиомы и аксиомы порядка, равно как и постулат Евклида, но откажемся зараз и от аксиомы Архимеда и от метрических аксиом: мы можем получить тогда не-паскалеву геометрию.

Является тогда вопрос: то, что мы только что сказали об евклидовой геометрии, верно ли и по отношению к геометрии Лобачевского? Другими словами, если мы сохраним только аксиомы первых трех групп (проективные, порядка и метрические) и заменим постулат Евклида постулатом Лобачевского, то получим ли мы основные теоремы Лобачевского, не пользуясь аксиомою Архимеда? Вот вопрос, который Гильберт решил в своей статье *Ueber eine neue Begründung der Bolyai–Lobatschefskyschen Geometrie*. Он отвечает на этот вопрос утвердительно и, в частности, показывает, что всегда существует общий перпендикуляр для двух прямых плоскости, которые не пересекаются между собою, и вместе с тем не параллельны. Я обращу внимание на формулировку постулат Лобачевского: «Если b есть произвольная прямая плоскости и A – точка, не лежащая на этой прямой, то через точку A всегда проходят две полу-прямые a_1 и a_2, не составляющие одна продолжение другой и не пересекающие прямую b, между тем, как всякая полупрямая, проходящая через A и расположенная в угле, образованном двумя полу-прямыми a_1 и a_2, встречает b».

Вот эти-то две полу-прямые a_1 и a_2 и получили название параллельных. Они не встречают прямую b, но они служат пределом, как тому углу, в котором находятся все прямые, встречающие b, так и тому углу, в котором находятся все прямые, не встречающие b.

Я укажу также на изящную теорию некоторых преобразований, относящихся к тому, что можно было бы назвать точками на бесконечности в плоскости Лобачевского, и законы которых те же, что и законы сложения и умножения вещественных чисел. Отсюда может быть получено чрезвычайно простое и очень плодотворное изложение неевклидовой геометрии.

Наши знания о теории параллельных ведут свое начало от теорем Лежандра, которые установили необходимую связь между суммою углов треугольника и выбором между тремя геометриями – Евклида, Лобачевского и Риманна. Какую роль играет аксиома Архимеда в этих теоремах?

Этот вопрос занимал Гильберта, и, под его влиянием, Dehn сделал этот вопрос предметом своей диссертации, которую я не могу обойти здесь молчанием. Результаты, полученные Dehn'ом, показывают, что без аксиомы Архимеда теоремы Лежандра уже не могут быть верными. Остается верным еще, что, если один треугольник имеет сумму углов, равную (или бóльшую или меньшую) двум прямым, то то же самое имеет место и для всех других. Остается верным также, что если эта сумма меньше двух прямых, то к прямой можно провести несколько параллельных через одну точку. Верно, что если эта сумма больше двух прямых, то постулат Евклида ложен, и что если она равна двум прямым, то невозможно, чтобы две прямые всегда встречались, но прочие теоремы Лежандра уже не верны.

Существует плоская геометрия, в которой сумма углов более двух прямых, и в которой тем не менее можно провести к прямой через одну точку бесконечное множество параллельных (я называю так прямые, ее не встречающие); эта геометрия лежандрова.

Существует геометрия, в которой сумма углов равна двум прямым и в которой можно через одну точку провести к прямой бесконечное число параллелей; это геометрия полу-евклидова.

Мне достаточно объяснить, чтó такое эта последняя, так как первая вполне ей аналогична. Для этого нужно сослаться на сказанное выше относительно не-архимедовой геометрии. Я объяснил как не-архимедова плоскость выводится из обыкновенной плоскости присоединением новых точек; как, для того, чтобы вывести не-архимедову прямую D_1 из обыкновенной прямой D_0, нужно присоединить – 1°) с одной стороны, бесконечность новых точек между двумя произвольными полу-прямыми S′ и S″, которые вместе составляют D_0, 2°) с другой стороны, бесконечность новых точек справа от всех обыкновенных точек D_0 и бесконечность новых точек слева от всех обыкновенных точек прямой D_0.

Теперь, сохраним новые точки первого сорта, т.е. те, которые находятся на конечном расстоянии, и исключим новые точки второго сорта, т.е. находящиеся на бесконечном расстоянии. Тогда пусть D будет некоторая прямая и A некоторая точка; тогда будет бесконечное множество прямых, проходящих через A, которые не встречаются с D: это те, которые встретили бы ее в одной из новых точек второго сорта, если бы эти точки не были исключены; однако, все теоремы Евклида продолжают иметь место и всякое вращение или параллельное перенесение преобразует в самое себя не-архимедову плоскость, изуродованную таким образом.

Может показаться, что в этом имеется противоречие с только что упомянутым мемуаром: *Üeber eine neue Begründung...* Если, как показал Гильберт, геометрия Лобачевского может быть выведена из его постулата без помощи аксиомы Архимеда, – как может быть построена полу-евклидова геометрия, т.е. геометрия, в которой теоремы Евклида уживаются рядом с постулатом Лобачевского?

Эта трудность происходит, по-видимому, от того, что формулировка постулата не совпадает в обоих случаях. Dehn предполагает, что через точку можно провести бесконечное число прямых, не встречающих данную прямую, и бесконечное число прямых, ее встречающих. Первые составляют ансамбль E_1, вторые – ансамбль E_2. Гильберт предполагает сверх того, что существует предельная прямая, принадлежащая ансамблю E_1, и притом такая, что всякая прямая, заключающаяся между этою предельною прямою и прямою из E_2, принадлежит равным образом к ансамблю E_1. Именно эту предельную прямую Гильберт и рассматривает, собственно говоря, как параллельную. В геометрии Dehn'a такой параллельной не существует. Здесь кроется, вероятно, интересный для ближайшего исследования вопрос. Можно ли создать не-архимедову геометрию, в которой параллельная, понимаемая в указанном смысле, существует и для которой имеют место выводы Гильберта?

Аналогичный вопрос рассматривается в другом мемуаре Гильберта: *Üeber die Gleichheit des Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck*.

В обыкновенной плоской геометрии плоскость симметрична, что и выражается равенством углов при основании равнобедренного треугольника.

Эта симметричность плоскости должна фигурировать в списке метрических аксиом. Во всех более или менее странных геометриях, о которых мы до сих пор говорили, по крайней мере в тех, в которых допускаются метрические аксиомы, в не-архимедовой метрической геометрии, в новых геометриях Dehn'a, в тех геометриях, о которых идет речь в мемуаре *Üeber eine neue Begründung...*, эта симметричность плоскости постоянно предполагается. Есть ли она следствие других метрических аксиом? Да, как показывает Гильберт, если допустить аксиому Архимеда. Нет, в противоположном случае. Существуют не-архимедовы геометрии, в которых все метрические аксиомы верны, за исключением аксиомы о симметричности плоскости. Вот пример этого.

Числа не-архимедовы, определенные выше, могут быть пли бесконечно-большими, или конечными, или бесконечно-малыми; но угол будет всегда конечным или бесконечно-малым, вследствие соотношения

$$\mathrm{Cos}^2\,\varphi + \mathrm{Sin}^2\,\varphi = 1.$$

Следовательно, угол может быть всегда представлен под формою $\Theta + \tau$, где Θ есть обыкновенное вещественное число, а τ не-архимедово бесконечно-малое число. Дадим теперь для прямоугольных координат точки, для прямых и параллельных перенесений обычные определения, вращение же определим следующим образом: пусть α, β суть координаты центра вращения; $\Theta + \tau$ – угол вращения; x, y – координаты произвольной точки до вращения; x', y' – координаты ее после вращения; мы будем иметь

$$(x' - \alpha) + \mathrm{i}(y' - \beta) = e^{\,\mathrm{i}\Theta + \tau + \mathrm{i}\tau}.$$

Рассмотрим группу, составленную из вращений вокруг начала координат, эта группа не будет способна к перестановке ни с преобразованием, изменяющим y в $-y$, ни с каким-либо другим преобразованием, сохраняющим начало, изменяющим прямые в прямые и квадрат которых приводится к тождественному преобразованию. Плоскость, значит, не симметрична.

Все прочие метрические аксиомы, однако, сохраняются, равно как и постулат Евклида, и даже имеется новая аксиома, которую Гильберт называет *Axiom der Nachbarschaft* (аксиомою соседства) и которую он формулирует следующим образом:

«Если дан произвольный отрезок S, то можно найти треугольник, внутри которого нельзя поместить никакого отрезка, конгруэнтного с S».

Это легко вытекает из уравнения круга. Уравнение круга радиуса ρ, имеющего центр в точке α, β, есть действительно

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = \rho^2\, e^{2\tau}; \qquad (x - \beta) / (y - \alpha) = \mathrm{tg}\,(\Theta + \tau).$$

Но за то: не верно, что углы при основании равнобедренного треугольника равны; не верно, что в треугольнике одна сторона меньше суммы двух других; наконец, не верна теорема Пифагора о квадрате гипотенузы. По этой-то причине эта геометрия называется не-пифагоровой.

Я перехожу теперь к мемуару, озаглавленному *Üeber die gerade Linie als kürzeste Verbindung zweier Punkte*, который я не могу отделить от диссертации на тот же предмет, написанной Hammel'ем под влиянием Гильберта. Здесь мы не так выбиты из обычной колеи; не только нет необходимости отказаться от аксиомы Архимеда, но мы не встречаем никаких иных функций, кроме аналитических, которые могут быть и дифференцируемы и интегрируемы.

Предположим, что прямые определены обычным способом и что допускаются проективные аксиомы, аксиомы порядка и теоремы Дезарга и Паскаля. Дадим теперь определение длины дуги какой-либо кривой; не необходимо выбрать это определение так, чтобы можно было удовлетворить метрическим аксиомам, то есть так, чтобы сделать возможным движение неизменной фигуры.

Возможно ли это сделать так, чтобы прямая линия оставалась кратчайшим путем от одной точки до другой? Определение прямой не изменяется, но определение круга остается произвольным в очень широких границах; необходимо только, чтобы все круги, имеющие центр на одной прямой линии и проходящие через некоторую точку этой прямой, имели в этой точке одну и ту же касательную. Эта задача допускает бесконечное множество решений. Минковский, преследуя арифметическую цель, развил такое решение, в котором все круги суть кривые, подобные друг другу в обычном смысле этого слова. Гильберт уже в 1894 г. дал другое решение, которое можно характеризовать следующим образом: рассмотрим замкнутую связную кривую, которая будет служить основною кривою. Пусть D есть некоторая прямая, M – точка этой прямой; все круги, центр которых лежит на D и которые проходят через точку M, имеют одну и ту же касательную T и эта касательная, когда точка M описывает прямую D, поворачивается около неподвижной точки, а именно точки пересечения двух линий, касательных к C в тех точках, в которых эта кривая пересекается прямой D. Наконец, Гамель в своей диссертации дал общее решение вопроса, но его решение слишком сложно, чтобы могло быть изложено в немногих словах.

Я перехожу к важному мемуару Гильберта, озаглавленному *Üeber die Grundlagen der Geometrie*, который имеет, значит, тот же заголовок, что и его Festschrift (основное сочинение), но в котором он становится на совершенно иную точку зрения. Действительно, в своей Festschrift, как мы видели в предыдущем анализе этой работы, отношения понятий пространства и группы, в том виде, в каком они получаются из работ Ли, или оставлены совершенно без внимания, или отодвинуты на второй план. Общие свойства групп не фигурируют в списке основных аксиом. Совсем иное отношение к ним в мемуаре, о котором мы будем теперь говорить.

Гильберт предполагает плоскость, относительно которой он устанавливает следующие условия.

1°. Точки этой плоскости соответствуют однозначно точкам обыкновенной плоскости или части этих точек. Таким образом каждая точка новой плоскости имеет себе соответствующую в обыкновенной плоскости; но на обыкновенной плоскости могут быть и точки, не имеющие соответствующих на новой плоскости. Таким образом новая плоскость имеет, так сказать, меньше точек, чем обыкновенная плоскость; в противоположность тому, что имело место для неархимедовой плоскости. Точки обыкновенной плоскости, имеющие соответствующие на новой плоскости, называются Bildpunkte. Совокупность этих Bildpunkte образует на обыкновенной плоскости область, которую Гильберт предполагает непрерывною и связною так, что вокруг каждой точки этой области можно описать круг радиуса достаточно малого для того, чтобы весь круг находился в этой области и чтобы можно было перейти от одной точки области к другой по непрерывной кривой, не выходя из области.

2°. Точки этой новой плоскости могут подвергаться преобразованиям, которые называются <u>движением</u> и которые составляют <u>группу</u>.

3°. Между этими движениями существует бесконечное множество движений, оставляющих неподвижною некоторую точку M; эти движения называются вращением около M. Ансамбль всех точек, которые получаются из одной точки A всеми этими вращениями, называется окружностью. Всякая окружность имеет бесконечное множество точек.

4°. Группа движений образует <u>замкнутую систему</u>; вот, что это значит: если мы имеем бесконечное множество движений, изменяющих точки A_0 и B_0, первое – A_1 и B_1, второе – в A_2 и B_2, $n^{\text{ое}}$ – в A_n и B_n, если точка A_n стремится к A, а точка B_n к B, когда n возрастает неопределенно, то в группе будет и такое движение, которое точно изменит A_0 и B_0 в A и B; то же самое имеет место и в том случае, если вместо двух точек мы будем рассматривать их или три или только одну.

Я сократил несколько положения Гильберта немного, правда, в ущерб точности, но не жертвуя ничем существенным. Мне придется в дальнейшем сделать по их поводу несколько замечаний.

В сущности дело в том, чтобы найти все группы преобразований плоскости или части плоскости самое в себя, при чем эти группы подчинены только условиям, по-видимому, очень мало ограничительным. Как можно при этом притти к столь точным выводам? Это находится в зависимости от того определения, которое Гильберт дает для движения. Преобразование должно удовлетворять многим условиям для того, чтобы быть движением; во-первых оно должно быть непрерывным и преобразовать две бесконечно-близкие точки в две другие также бесконечно-близкие точки; далее, оно должно быть одно-однозначно, т.е. каждая точка плоскости должна иметь одну преобразованную точку и только одну, – и быть преобразованной одной и только одной точки.

Этими ограничениями исключаются очень многие группы; например, группа проективных преобразований и группа гомотетий, т.е. преобразований, изменяющих всякую плоскую фигуру в фигуру гомотетичную. Почему? Возьмем, напр., группу гомотетий и увидим, что она содержит и вырождающиеся преобразования, т.е. такие, для которых, при произвольном центре гомотетии, отношение гомотетии равно нулю или бесконечности. В этих преобразованиях центр гомотетии имеет бесконечное множество преобразованных или есть преобразованная для бесконечного числа точек. Эти вырождающиеся преобразования нельзя исключить, потому что иначе группа не была бы <u>системою замкнутою</u>, но нельзя их и сохранить, потому что они не соответствуют определению движения.

Подобным же образом видно, что окружность не может заключать все точки плоскости; иначе между вращениями вокруг центра этой окружности, было бы и такое, которое привело бы к центру точку плоскости, отличную от центра, так что центр был бы точкой, преобразованной из двух точек – из этой точки и из себя самого. Это подразумевает существование инварианта аналогичного расстоянию. Мы видим, таким образом, что условия в действительности гораздо более ограничительны, чем это кажется с первого раза.

По отношению к идеям Ли, прогресс, достигнутый Гильбертом, значителен. Ли предполагал, что его группы определяются аналитическими уравнениями. Гипотезы Гильберта значительно более общи. Без сомнения, и они еще не вполне удовлетворяют, потому что, если <u>форма</u> группы стала произвольною, то материал, т.е. плоскость, подвергающаяся преобразованиям, по-прежнему принуждена оставаться неким *Zahlenmannigfaltigkeit* в смысле Ли. Но тем не менее сделан уже шаг вперед, и притом Гильберт анализирует лучше, чем это делалось до него, понятие о *Zahlenmannigfaltigkeit* и дает такие перспективы, которые могут сделаться зародышем аксиоматической теории *Analysis situs* (анализа положения).

Я могу только резюмировать здесь общий ход идей Гильберта. Он показывает сначала, что точки окружности могут быть размещены в определенном круговом порядке и что этот порядок не нарушается вращениями; он показывает затем, что этот порядок входит в тот же <u>тип порядка</u>, как и соответствующий порядок обыкновенной окружности, т.е. в тип континуума. Он выводит отсюда то следствие, что окружность есть замкнутая непрерывная кривая, так как она должна точкой за точку соответствовать обыкновенной окружности.

Далее видно, что, если вращение не перемещает одну из точек круга, то оно не переместит и никакой другой точки этого круга. Отсюда можно вывести, что если вращение не перемещает ни одной точки, кроме центра, то оно не переместит ни одной точки плоскости и, следовательно, сводится к тождеству. Наконец, отсюда вытекает, что группа вращений вокруг некоторой точки *M* имеет ту же структуру, как и группа обыкновенных вращений.

В то же время видно, что нет движения, которое оставляло бы неподвижными две точки плоскости, и что можно вращениями перейти от одной точки плоскости к другой произвольной точке той же плоскости.

Все эти доказательства крайне деликатны; они нуждаются в многократном пользовании теоремами Кантора, это значит, что по необходимости они очень длинны и что цель, которая видна сразу и которой, кажется, касаешься, может быть достигнута только после долгих усилий.

Но главное уже достигнуто; мы знаем, что наша группа есть группа производная от некоторых подгрупп, подгрупп вращений, структуру которых мы знаем; и эта структура вводит их в категорию непрерывных групп Ли.

Нам остается победить еще немногие трудности, но Гильберт хочет определить сначала прямую, и он делает это чрезвычайно оригинально. Он отбрасывает сначала проективные определения прямой, которые потребовали бы соображений, чуждых его предпосылкам. С другой стороны, его геометрия есть <u>геометрия плоская</u>. Если бы мы могли располагать пространством трех измерений, то теория групп естественно привела бы нас к очень простому определению прямой, рассматриваемой, как ось вращения; но здесь мы не можем этим пользоваться, потому что мы не можем выйти из плоскости.

Гильберт идет по совершенно иному пути. Пусть имеются две точки A и B; определим серединy M этих двух точек, т.е. центр вращения, переводящего A в B и B в A. Гильберт начинает с доказательства того, что две точки всегда имеют середину и притом – только одну. Здесь-то и является на помощь то условие, которое раньше должно было удивить читателя; было предположено, что последняя аксиома (та, которая вкратце формулируется словами, что группа движений есть замкнутая система) применяется не только к двум точкам, но и к трем точкам. Потому-то и введена была гипотеза более ограничительная, чем та, которая имела бы место в случае, если бы ограничились рассмотрением только двух точек A_0 и B_0. Очень ли необходимо было это ограничение?

В этой-то части теории оно и сыгрывает свою роль. Мы имеем бесконечность точек B_1, B_2, ..., B_n и середины M_1, M_2, ..., M_n отрезков AB_1, AB_2, ..., AB_n; когда n растет неопределенно, B_n стремится к B и M_n к M, и условием, о котором идет речь, пользуются, чтобы показать, что M есть середина отрезка AB. Было ли невозможно обойтись без него, в этом можно убедиться только построив специальную псевдо-геометрию.

Как бы то ни было, когда даны две точки A и B, Гильберт строит середину отрезка AB, потом середины отрезков MA и MB и так далее. Он получает таким образом бесконечное множество точек, составляющих ансамбль E; он рассматривает производную этого ансамбля E, т.е. ансамбль точек, в соседстве которых имеется бесконечность точек ансамбля E. Он показывает, что эта производная есть непрерывная линия, и вот эту-то линию он называет прямою.

Основные начала геометрии евклидовой или не-евклидовой обыкновенной и, в частности, метрические аксиомы могут быть тогда легко установлены.

Нельзя не быть пораженным контрастом между точкою зрения Гильберта в этом мемуаре и тою, которую он предпочел в своей Festschrift. В этой последней аксиомы непрерывности занимают последнее место, и громадное значение имел вопрос, что делается с геометриею, если мы от них отказываемся. Здесь, наоборот, исходною точкою является непрерывность, и Гильберт занят преимущественно вопросом, что можно извлечь из одной непрерывности, связанной с понятием о группе.

Нам остается еще говорить о мемуаре: *Üeber Flächen von Konstanter Gausscher Krümmung*. Бельтрами, как известно, показал, что в обыкновенном пространстве имеются поверхности, которые являются изображением плоскости Лобачевского; таковы поверхности с постоянною отрицательною кривизною; известно, какой толчок дало это открытие не-евклидовой геометрии. Но возможно ли представить всю плоскость Лобачевского целиком на некоторой поверхности Бельтрами без особенных точек?

Гильберт доказывает, что это невозможно; он опирается при этом на следующие теоремы, относящиеся к поверхностям Бельтрами:

В четырехстороннике, составленном ассимптотическими линиями, противоположные стороны равны.

Поверхность многоугольника, составленного ассимптотическими линиями, пропорциональна сферическому избытку; то же самое имеет место и по отношению к многоугольнику, составленному геодезическими линиями; только в первом случае сферический избыток положителен, во втором он отрицателен.

Автор показывает затем, что на поверхности Бельтрами без особенной точки нельзя начертить замкнутую ассимптотическую линию, что ассимптотическая линия не может ни пересекаться сама с собою, ни пересекать другую ассимптотическую линию более, чем в одной точке. Всякая другая гипотеза привела бы к многоугольникам, которых сферический избыток равен нулю. Отсюда вытекает то следствие, что если подобная поверхность соответствует точкой за точку не евклидовой плоскости, то соответствие должно быть одно-однозначно.

Но тогда, определяя величину площади всей поверхности, исходя один раз из площади многоугольника, образованного ассимптодическими линиями, другой раз из площади геодезического многоугольника, находим, что в первом случае эта площадь конечна, во втором случае – бесконечна. Это-то противоречие и доказывает теорему.

Что касается до поверхностей с постоянною положительною кривизною, к которым применима геометрия Риманна, то Гильберт доказывает, что кроме сферы нет других замкнутых поверхностей такого рода. В самом деле, если мы будем рассматривать часть поверхности с постоянною положительною кривизною, то максимум большого радиуса кривизны не может быть достигнут внутри этой части, но только на контуре. Мы имеем в этом предложение, совершенно аналогичное известной теореме, касающейся потенциала.

Отсюда непосредственно следует, что если поверхность есть поверхность замкнутая, то максимум не может быть нигде достигнут и что, следовательно, радиус кривизны имеет постоянную величину. Таким образом мы без труда приходим к сфере.

*

После сделанного анализа нет необходимости в каком-либо комментарии. Мы видим, как разнообразны точки зрения, исходя из которых ведет свои исследования Гильберт, какова глубина его анализа. Его работы знаменуют эпоху, и он кажется вполне достойным премии имени Лобачевского.

Г. Пуанкаре.

Васильев А.В.[215] От Евклида до Гильберта (1922)

OCR М. Ипатьевой 6–7 сентября 2015 г. со страниц VII–XXXII книги, имеющей следующие выпускные данные:

Библиотека современной математики
Под редакцией акад. Я.В. Успенского
Давид Гильберт, профессор Геттингенского университета
Основания геометрии
Перевод с пятого немецкого издания под редакцией заслужен. проф. А.В. Васильева
с приложением статьи редактора: «От Евклида до Гильберта»
и статьи А. Пуанкаре: «Отчет о работах Гильберта, представленных для соискания международной премии имени Лобачевского»
Книгоиздательство «Сеятель» Е.В. Высоцкого, **Петроград 1923**
Типография «Красный печатник», Петроград Международный 75
Главлит № 4343, 3000 экз.
(На титульном листе штампы: «Подарок Н.В. Ефимова библиотеке МК НМУ» и «Библиотека НМУ Математический колледж»).

А.В. Васильев

От редактора.

Книга Д. Гильберта, одного из самых выдающихся современных математиков, «Grundlagen der Geometrie», перевод которой сейчас предлагается русским читателям, представляет собой выдающееся явление в мировой литературе. Первое издание ее, вышедшее в 1899 г., было восторженно встречено математическим миром и дало ни с чем несравнимый могучий толчок исследованиям об основах геометрии.[216] Не будет преувеличенно, если мы скажем, что едва ли после 1899 года вышла хотя бы одна работа по этому вопросу, которая в той или иной степени не опиралась бы на работы Гильберта.

Кроме этой основной работы Гильберт написал еще несколько статей об основах геометрии, арифметики и логики, которые собраны в качестве приложений в немецком издании. Мы не даем перевода этих приложений, так как они по большей части слишком трудны для неспециалистов и не имеют, разумеется, того широкого интереса, как его Festschrift.[217] С содержанием главнейших из этих статей читатель познакомится по отчету А. Пуанкаре, написанному им для Казанского Физико-Математического Общества по поводу представления работ

---

[215] **МОИ 2015-09-07:** Васильев Александр Васильевич (1853.08.05 – 1929.10.09) – русский математик, историк математики, профессор Казанского университета (1887), член-корреспондент Международной академии истории наук (1929). Родился в Казани; отец – профессор китайской словесности В.П. Васильев. Окончил Казанскую гимназию и ф.-м. факультет СПб. университета. Будучи приват-доцентом Казанского ун-та в 1879 году командирован в Европу, где слушал в Берлине лекции Вейерштрасса, Кронекера и Клейна, а в Париже Эрмита. С 1884 года председатель Секции ф.-м. наук Общества естествоиспытателей, преобразованной в 1890 году в Казанское ф.-м. общество.

[216] Последующие издания вышли в 1903, 1909, 1913 и в 1922 гг. В 1900 и 1902 гг. появились переводы на французском и английском языках.

[217] Вот перечень этих работ: I. Прямая линия, как кратчайшее расстояние между двумя точками. II. Теорема о равенстве углов при основании в равнобедренном треугольнике. III. Новое обоснование геометрии Болиаи–Лобачевского. IV. Об основаниях геометрии. V. О поверхностях постоянной Гауссовой кривизны. VI. Понятие о числе (русский перевод этого приложения, сделанный мною, помещен в сборнике «Об основаниях арифметики», изданном Казанским студенческим физико-математическим кружком». VII. Об основаниях логики и арифметики.

Гильберта на соискание международной премии имени Лобачевского.[218] Этот отчет, который может служить блестящим комментарием к Гильберту, мы приложили к предлагаемому переводу Grundlagen.

Выяснению места работы Гильберта среди других работ об обоснованиях геометрии мы посвятили нашу вступительную статью – «От Евклида до Гильберта».

За почти четверть века, которая прошла с момента выхода в свет первого издания Grundlagen, появилось большое количество статей, посвященных вопросам, затронутым в работе Гильберта. Эти критические исследования внесли некоторые частичные поправки и дополнения к работе Гильберта. Большинство из них приняты были Гильбертом во внимание в последующих изданиях. Тем не менее многие из таких поправок и дополнений только указаны в подлиннике, а некоторые и вовсе не отразились даже на последнем 5-ом немецком издании (1922-го года).

Поэтому мы сочли полезным дать примечания, в которых эти поправки рассмотрены более подробно. В этих же примечаниях читатель найдет пояснения к более трудным местам Grundlagen. Примечания к русскому изданию составлении О.А. Вольбергом.

Все примечания подлинника помещены в качестве подстрочных и отмечены звездочками [*), **)]. Примечания к русскому переводу отмечены цифрами [[1]), [2])], и помещены в конце книги.

Разумеется, перевод сделан без всяких отступлений от подлинника, если не считать исправления нескольких явных описок, оговоренных, впрочем, в примечаниях.

Пользуюсь случаем принести благодарность О.А. Вольбергу и А.А. Чебышеву-Дмитриеву за ценную помощь, оказанную ими при издании книги.

А. В.

От Евклида до Гильберта.

(Вступительная статья).
А.В. Васильева.

В течение двух тысячелетий «Начала» Евклида считались неподражаемым образцом научного изложения. Из небольшого числа первоначальных понятий и основных положений (аксиом и постулатов) развивается путем логической дедукции ряд теорем, выражающих собою свойства и отношения геометрических фигур и тел.

Для основоположников современного математического естествознания, для Леонарда-да-Винчи, для Кеплера, для Галилея изложение Евклида являлось недосягаемым образцом точности (certezza), математические символы и фигуры, изучаемые в «Началах», – иероглифами, которыми написаны законы природы. По образцу «Начал» не только Спиноза писал Этику more geometrico, но и великий основатель классической и небесной механики изложил в «Математических началах естественной философии» на подобие теорем синтетической геометрии результаты, выведенные им с помощью метода флюксий. Для Канта аксиомы Евклидовой геометрии суть синтетические априорные суждения, и так как мы не можем представить себе пространства, в котором эти аксиомы не имели бы места, то не только пространство есть трансцедентная, независящая от опыта форма чистого воззрения, но и аксиомы геометрии Евклида имеют такое же трансцедентное происхождение. Таков исходный пункт «Критики чистого разума», имевшей такое влияние на философию XIX века.

До сих пор изучение Евклида является, по нашему мнению, необходимым для всякого преподавателя геометрии, который желает сделать из изучения этой науки школу логического мышления. В Англии, в Италии до последнего времени первые книги Евклида с небольшими изменениями являются учебниками геометрии.

Такое громадное значение творения одного из великих греческих геометров Александрийского периода объясняется тем, что Евклид построил здание геометрии на основаниях, заложенных трудами нескольких поколений греческих мыслителей, математиков и философов. Восточные цивилизации (Египетская, Вавилонская, Индийская, Эгейская) накопили для целей землемерия и архитектуры, для измерения полей в долине Нила, для постройки алтарей и дворцов в долинах Ганга и Евфрата многочисленные геометрические факты и правила, но только греческому гению удалось создать из них науку геометрии.

[218] Как известно, премия была присуждена Гильберту в 1903 г.

Едва ли когда-нибудь из разрозненных сведений, дошедших до нас в греческой математической и философской литературе, удастся воссоздать историю греческой геометрии до Евклида.[219] Достоверным можно считать, однако, то значение, которое имела в этой истории та философская греческая школа, которая искала гармонию мира и в свойствах целых чисел, и в свойствах правильных многогранников. Французский историк математики Поль Таннери считает несомненным, что в Пифагорейской школе уже была сделана и первая попытка создать систему геометрии в сочинении, носившем название «Предание по Пифагору». Несомненно такое влияние Пифагорейской школы и на творца атомистической гипотезы Демокрита, которого можно считать изобретателем метода неделимых, и на Платона, диалоги которого придают такое значение геометрии («геометрия есть учение о вечном») и в школе которого была разработана теория конических сечений.

Диалектическая борьба теорий единого и многого, возникшая, по-видимому, в Пифагорейской школе, направила философскую мысль греков уже в пятом веке на те вопросы об отношении между прерывным и непрерывным, конечным и бесконечным, которые возникли снова в XVII и XVIII веках, в связи с открытием анализа бесконечно-малых, и в последнее время приобрели такое значение в философии математики, благодаря гениальным идеям Георга Кантора. Доказательством той глубины мысли, которою отличались воззрения греков на эти вопросы, служат знаменитые апории Зенона. Но в то же время та же диалектическая борьба не могла не повести и к тому критицизму по отношению ко всем отвлечениям, представителем которого явился Протагор. Апории Зенона, нападки на математиков Протагора и способствовали той строгости и точности понятий и выводов, которая отличает и Начала Евклида, и сочинения других великих геометров Александрийского периода, Архимеда и Аполлония.

О жизни Евклида дошли до нас только скудные сведения. В историческом отрывке, сохранившемся в сочинении одного из комментаторов Евклида Прокла (410–485 по Р.Х.), мы узнаем об Евклиде, что он был моложе учеников Платона, но старше и Архимеда и Эратосфена. (Отсюда можно заключить, что «акме» – расцвет деятельности Евклида – относится к 305–283 г. до Р.Х., к времени царствования Птоломея I). Из того же отрывка мы узнаем, что Евклид по своим философским воззрениям принадлежал к школе Платона, что он составил «Начала», собрал в одно целое многое, принадлежащее Евдоксу Книдскому, закончил начатое Феэтетом и дал «неоспоримые доказательства тому, что было недостаточно точно доказано его предшественниками».

Если в общем Начала Евклида представляют образец глубоко продуманного и выдержанного сочинения, то изучение их обнаружило в них и крупные недостатки. Одним из них является то, что Евклид во многих доказательствах обращается к интуиции или пользуется понятиями, неформулированными в основных определениях и положениях. Так, например, уже в первом предложении первой книги Евклид допускает почерпнутое из интуиции предположение, что две окружности пересекаются всегда в точке, – предположение, как мы теперь знаем, связанное с вопросом о непрерывности линий. В четвертом предложении той же книги он прибегает к движению для доказательства равенства треугольников. К интуиции он обращается и тогда, когда вводит понятие о точке, лежащей между двумя точками на прямой, и не считает нужным давать какие-либо указания относительно расположения фигур в плоскости. Другим недостатком является формулировка определений и основных положений.[220] Так, напр., формулировки определения точки, прямой, плоскости, положения о равенстве совмещающихся фигур не отличаются ни ясностью, ни определенностью.

Таковы некоторые «пятна» в бессмертном творении Александрийского ученого. Многие из «пятен» открылись критическому уму математиков только в XIX столетии. Но некоторые из них

---

[219] В настоящее время наилучшими источниками для истории геометрии до Евклида могут служить следующие книги: O.A. Bretschneider, *Die Geometrie und die Geometer vor Euklides*. Leipz. Teubner 1870 г.; – M. Cantor. *Geschichte der Mathematik*. Leipzig, Teubner, 3-te Auflage, Bd. I. 1907 г.; – P. Tannery, – *Mèmoires Scientifiques*. Vol. I et II. Paris 1912; – G. Eoria. *Le Scienze esatte nell'antica Grecia*. II ed. Milano. Hoepli 1914.

[220] Необходимо, впрочем, отметить, что многие из недостатков объясняются, может быть, неточностью дошедших до нас переводов и копий греческого первоначального текста. Наилучшие издания Евклида в настоящее время суть: I.L. Heiberg, – Euclidis Opera omnia, Leipzig, Teubner 1883–1888 (7 томов) и английское издание Heath'a (Cambridge. University Press. 1908) в трех томах, снабженное комментариями. На русский язык «Начала» Евклида были переведены в 1739, 1769 и 1789 гг. и затем в 1819 и 1835 гг. Петрушевским. Новейший перевод принадлежит проф. Ващенко-Захарченко в 1880 г. (в нем отсутствуют 7, 8 и 9 книги).

обратили на себя внимание и великих греческих геометров, работавших непосредственно после Евклида (Архимеда, Аполлония, Эратосфена, Птолемея), и первых его комментаторов.

Так, Архимед в своем сочинении «О сфере и цилиндре» считает нужным для теории измерения площадей и объемов определить прямую линию как кратчайшее расстояние между двумя точками, и выставить новый постулат, существенное значение которого уяснено только в XIX столетии. Этот постулат Архимеда формулирован им в следующих словах[221]: «из двух неравных линий, двух неравных поверхностей или двух неравных тел бóльшая величина может оказаться меньше той величины, которую мы получим, если повторим меньшую надлежащее число раз».

Знаменитый астроном Птолемей основывал свое доказательство постулата о параллельных прямых, заменяя его другим, по которому если две прямые параллельны в одном направлении, то они параллельны и в другом.

Сочинения, посвященные истолкованию «Начал» Евклида, появились чрезвычайно рано. Так, уже во втором столетии до Р.Х. появились комментарии Геминуса Родосского. К сожалению, ни комментарии Геминуса, ни комментарии Герона Александрийского, Паппуса, Теона, Симнлиция или вовсе не дошли до нас, или дошли в виде отрывков в передаче Прокла и Анариция.[222] В сочинении Прокла, жившего в пятом столетии по Р.Х., изложены попытки греческих геометров или доказать постулат о параллельных линиях на основании других аксиом или заменить его иным более очевидным. Попытки строгого обоснования теории параллельных линий продолжались и далее. Важнейшие и наиболее интересные из них принадлежат арабскому геометру Насир-Эддину, английскому ученому Валлису, занимавшему в Оксфордском университете кафедру «Евклида», иезуиту Саккери, который в замечательном сочинении «Евклид, очищенный от всякого пятна» указал на возможность трех допущений, названных им гипотезами острого, прямого и тупого угла, французскому математику Лежандру – автору первого сочинения, в котором основы геометрии изложены по плану, отличному от Начал Евклида.[223] Но ко всем попыткам обоснования теории параллельных линий, известным Лобачевскому, он приложил слова: «из всех этих доказательств можно некоторые назвать остроумными, но все вообще ложными, недостаточными в своих основаниях и без должной строгости в суждении». Он и сам, как можно заключить из записи лекций по геометрии, читанных им в период от 1815 до 1817 г., пытался дать различные способы для ее обоснования; но уже в 1823 году в учебнике геометрии, представленном им для напечатания на казенный счет в виде «классической книги», он становится на другую точку зрения и заявляет, что «все до сих пор данные доказательства не заслуживают быть почтены в полном смысле математическими».[224] Через три года в заседании Физико-математического отделения 12 февраля 1826 года Лобачевский дал уже ту систему, построенную на положении, противоречащем постулату Евклида, которая обессмертила его имя.

Славу открытия неевклидовой геометрии с Лобачевским разделяют Гаусс, который еще в 1799 году (письмо к Вольфгангу Болиаи) усомнился в истинности Евклидовой геометрии, нашел некоторые результаты неевклидовой геометрии, но не опубликовал своих открытий «крика ради

---

[221] Постулат этот был, по-видимому, употребляем еще Евдоксом Книдским.

[222] Лучшее издание Прокла принадлежит Фридлейну (G. Friedlein – Prodi Diadoohi in primum Euclidis elementorum librum commentarii. Leipzig. 1873). Анариций – арабский геометр Абуль Аббас an Nairizi. Латинский перевод его комментариев найден лишь в 1896 г. в библиотеке Краковского университета профессором Курце и издан в виде дополнения к изданию «Начал» Гейберга. (Anaritii in decem libros priores elementorum Euclidis commentarii edidit M. Curtze. Leipzig. 1899).

[223] Знакомство с различными построениями теории параллельных линий чрезвычайно полезно и даже необходимо для преподавателей геометрии в средней школе. Как источники для этого знакомства можно указать: сочинение академика В.Я. Буняковского «Параллельные линии» (1853 г.), статью Зонке о параллельных линиях в «Allgemeine Encyclopedie der Wissenschaften und Künste», Ersçh'a и Grubera (Dritte Sektion elfter Teil, s. 368. Leipzig 1838) и, наконец, прекрасное сочинение Штекеля и Энгеля «Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss». Leipzig, 1895.

[224] Подробнее см. мою статью: Отношение Лобачевского к теории параллельных линий (приложение к переводу книги Бонола «Не евклидова Геометрия», перевод проф. А.Р. Кулишера). Учебник Лобачевского издан Казанским Физико-математическим Обществом в 1910 г. В приложении помещены относящиеся к теории параллельных линий выдержки из лекций 1815–1817 гг. См. также мою биографию Лобачевского (Русский биографический словарь).

беотийцев», и Иоганн Болиаи, венгерский офицер, который к сочинению своего отца в 1833 г. присоединил «Приложение, содержащее абсолютно истинное учение о пространстве».

Построение геометрии, независимой от постулата Евклида, имело прежде всего тот результат, что вызвало критическое отношение к тем основаниям, на которых была построена геометрия Евклида. Попытки такой критики мы находим и ранее Гаусса и Лобачевского,[225] но с открытием неевклидовой геометрии они получили бóльшее значение и привели к тем новым взглядам на геометрию, выражением которых являются «Основания геометрии» Гильберта. Сам Лобачевский в своих «Новых началах» изложил геометрию по системе, резко отличающейся от системы Евклида. Исходя из своих общих философских воззрений, сближающих его с сенсуализмом Кондильяка и английской эмпирической школы, он считает первым понятием геометрии – представление о соприкосновении: «это представление, получаемое прямо в природе чувствами, не происходит из других, а потому и не подлежит уже толкованию». Прикосновение двух тел «назначает» относительное положение двух точек, которое называется расстоянием. Понятие о расстоянии позволяет дать определение шара и круга и только после выяснения этих понятий вводятся плоскость и прямая.

Исследования в области неевклидовой геометрии имели громадное значение и в другом отношении. Они впервые определенно выдвинули вопросы аксиоматического характера, вопросы о независимости и совместимости аксиом. Если бы постулат Евклида был логическим следствием прочих аксиом (и постулатов) его геометрии, то построение геометрии на основе этих аксиом и противоположного постулату Евклида постулата Лобачевского («через всякую точку вне прямой можно провести пучек прямых с нею не пересекающихся») должно было бы привести к противоречию и было бы логически невозможно.

Между тем Лобачевский и Болиаи вывели, правда, путем весьма искусственных заключений, тригонометрические формулы «воображаемой» пли «абсолютной» геометрии, получающиеся из формул сферической геометрии путем умножения всех сторон на $\sqrt{-1}$. Отсутствие противоречий в сферической тригонометрии доказывало отсутствие противоречия в формулах новой геометрии и вместе с тем доказывало и <u>независимость</u> постулата Евклида от других аксиом и <u>совместимость</u> постулата Лобачевского с этими аксиомами. Позже доказательство независимости постулата Евклида могло быть проведено значительно проще. В знаменитом мемуаре: «Опыт истолкования неевклидовой геометрии» (1868 г.)[226] Бельтрами показал, что планиметрия Лобачевского в известных пределах совпадает с геометрией поверхностей с постоянною отрицательною кривизною и таким образом, получает реальное истолкование. В 1871 г. Феликс Клейн, пользуясь исследованиями Кэли (1859 г.) о связи метрической геометрии с проективною геометриею, вывел из общего мероопределения, данного английским ученым, новую интерпретацию не только геометрии Лобачевского, но и геометрии Риманна, в которой из точки, лежащей вне прямой, нельзя провести ни одной прямой параллельной данной, и дал этим новое доказательство, приложимое и к планиметрии и к стереометрии, независимости теории параллельных линий от других аксиом Евклидовой геометрии.[227] Но работы Кэли и Клейна стали возможными только после того, как была почти закончена работа над созданием проективной геометрии, историю которой мы считаем полезным напомнить в нескольких словах.

В то время когда Лобачевский в Казани приступал к своим исследованиям, приведшим его к построению геометрической дисциплины, основанной на утверждении, противоположном

---

[225] Так еще в XVI веке философ Петр Рамус, энергичный враг схоластики, жертва Варфоломеевской ночи, выступил с резкою критикою Евклида в своих: Scholae mathematicae (1569 г.). Лейбниц исходил из определений плоскости и прямой, отличных от определений Евклида. Многочисленные издания «Начал геометрии» Лежандра (1-ое издание 1794 г., последнее (14-ое) при жизни Лежандра 1833 г.) дают уже новую систему изложения геометрии, менее искусственную, но в некоторых пунктах и менее строгую, чем изложение Евклида.

[226] Русский перевод этого мемуара помещен в сборнике «Основания геометрии», изданном Казанским Физико-математическим Обществом к празднованию столетней годовщины дня рождения Н.И. Лобачевского.

[227] В прекрасной книге Вебера-Вельштейна – Энциклопедия элементарной геометрии, т. II (русский перевод издан проф. Каганом в Одессе в 1902 г.) читатель может познакомиться с интерпретациею трех геометрий с помощью сетей сфер Евклидовой геометрии. Изучение этой интерпретации и вообще всего сочинения Вельштейна может чрезвычайно облегчить усвоение идей Гильберта, но и обратно, предварительное изучение «Оснований геометрии» может помочь при чтении книги Вельштейна, значительная часть которой посвящена философским вопросам, связанным с основаниями геометрии.

постулату Евклида о параллельных линиях, пленный французский офицер в Саратове систематизировал другую геометрическую дисциплину, которая, как мы теперь знаем, может быть построена независимо от аксиом конгруэнтности и постулата о параллельных линиях. Начала проективной геометрии, из которой Понселе (1788–1867) создал важную отросль математики, были заложены еще греческими геометрами Александрийского периода. Тогда Аполлоний Пергийский изучал свойства конических сечений, рассматривая их как проекции круга, и в его сочинении можно найти даже образование конического сечения путем пересечения лучей двух проективных пучков. Позже Паппус Александрийский около 290 г. по Р.Х. дал доказательство своей знаменитой теоремы, которая под названием Паскалевой играет такую важную роль в издаваемом нами сочинении Гильберта.

В эпоху Возрождения Альберти, А. Дюрер и гениальный Леонардо да Винчи создали теорию перспективного изображения – частного случая проективного изображения. В 1639 г. Дезарг дал свою знаменитую теорему, теорему плоской геометрии, но доказанную с помощью проективного рассмотрения пространственных образов, и около того же времени Паскаль нашел теорему о шестиугольнике, вписанном в коническое сечение, частный случай которой найден был еще Паппусом. (Эта теорема Паппуса (под названием теоремы Паскаля) и теорема Дезарга изучаются в сочинении Гильберта). В XVIII столетии Монж в своей «Начертательной геометрии» и Парно в «Геометрии положения» находили также частные результаты проективной геометрии.

Но все добытые до Понселе важные результаты представляют несвязанные части великого целого и только в его «Traité des propriétés projectives des figures» (1822) они были приведены в стройную систему. Но истинный характер проективной геометрии – ее отношение к различным группам аксиом выяснялся только шаг за шагом. И сам Понселе и его школа (Штейнер, Шаль, Лагерр) строили проективную геометрию, исходя из понятия о расстоянии, т.е. с помощью аксиом о конгруэнтности и пользуясь постулатом о параллельных линиях. В их изложении метрические свойства фигур были поэтому смешаны с проективными (дескриптивными, как их называл Понселе) свойствами. Впервые Штаудт в своем классическом сочинении «Geometrie der Lage» (1847) выяснил один из основных вопросов проективной геометрии, показавши, что ее основной характер лежит в изучении взаимного расположения (des Ineinanderliegens) точек, прямых и плоскостей, т.е. в пользовании только теми аксиомами, которые Гильберт называет аксиомами сочетания и аксиомами порядка. Таким образом его изложение показывает независимость проективной геометрии, которую он назвал геометрией положения, от аксиом конгруэнтности, без которых невозможно изучение метрических свойств фигур. Но и после его работ оставался невыясненным вопрос об отношении проективной геометрии к аксиоме о параллельных линиях и к аксиоме о непрерывности. Полное выяснение первого вопроса есть заслуга Феликса Клейна. Как мы уже указали выше, Клейн обратил внимание на то, что проективное мероопределение Кэли дает в зависимости от положенного в основание мероопределения абсолюта (плоская кривая или поверхность второго порядка) для расстояний и углов формулы той или другой из трех возможных теорий параллельных: Евклида (параболическая геометрия, гипотеза прямого угла Саккери), Риманна (эллиптическая геометрия, гипотеза тупого угла) и Лобачевского–Болиаи (гиперболическая геометрия, гипотеза острого угла)[228]. Проективная геометрия может быть таким образом построена и без аксиомы о параллельных линиях.

Клейн обратил также внимание и на другой важный вопрос, – на пробел в доказательстве основной теоремы проективной геометрии, данном Штаудтом. Этот пробел, замеченный также Вейерштрассом в его лекциях, связан с вопросом о непрерывности геометрических образов и с учением о вещественных (рациональных и иррациональных) числах. Первые начатки анализа понятия о непрерывности даны были греческими геометрами в приеме доказательства от обратного для построения строгой теории пропорций между геометрическими величинами и в методе исчерпания. И в том и в другом случае в основе доказательства лежит постулат Евдокса–Архимеда. Но в «Началах» Евклида возможность пересечения прямых и окружностей не обосновывается аксиоматически (см. теорему 1-ую I книги), но является фактом, почерпаемым из

[228] В интересных автобиографических сведениях, которыми Клейн снабдил первый том издания своих мемуаров (Берлин, 1921 г.), он сообщает, что, когда в математическом семинарии Вейерштрасса в марте 1870 г. он закончил свое сообщение о мероопределении Кэли предположением о его связи с неевклидовою геометриею, то Вейерштрасс отрицал такую связь на том основании, что обычное определение расстояния между двумя точками есть необходимый исходный пункт для обоснования геометрии и что поэтому прямая линия должна быть определяема как линия кратчайшего расстояния.

интуиции. Только в начале XIX столетия Больцано и Лобачевский[229] старались внести строгость в вопросы, связанные с непрерывностью. Окончательно это удалось Вейерштрассу, Георгу Кантору[230] и Дедекинду.[231]

В связи с данными ими теориями иррациональных чисел они формулировали постулат непрерывности прямой (и вообще геометрических образов) и дали таким образом возможность установить одно-однозначное соответствие между множеством вещественных чисел и множеством точек, т.е. возможность построить Декартову геометрию.[232] В сочинении Гильберта место этих постулатов занимает аксиома полноты,[233] которая вместе с аксиомою Архимеда определяет обыкновенную или Архимедову непрерывность (континуум 2-го порядка или математический континуум, как его называет Пуанкаре в начале своего сочинения «Наука и гипотеза»). О возможности континуума высшего порядка (актуально бесконечные числа Веронезе) мы скажем несколько слов дальше.

В связи с развитием неевклидовой и проективной геометрии находится также и новое более глубокое отношение к вопросу о равенстве или конгруэнтности геометрических образов. По поводу этого вопроса мы встречаемся также с одним из «пятен» Евклидовой геометрии. В числе основных положений «Начал» мы находим положение: «совмещающиеся величины равны между собою». При доказательстве первого случая равенства треугольников – треугольники, в которых две стороны и угол, между ними заключающийся, соответственно равны (теор. 4 книги 1-ой) – Евклид пользуется этим положением, неявно предполагая возможность передвижения фигуры из одного положения в другое и вводя таким образом в геометрию понятие движения. Уже комментатор XVI столетия Пелетарий считал, что теорема 4-ая не нуждается в доказательстве, но должна быть взята как определение.[234] В своем классическом мемуаре: «О гипотезах, лежащих в основах геометрии»[235], представляющем в настоящее время большой интерес, благодаря гениальной теории относительности Эйнштейна, Риманн выяснил значение скрытого у Евклида постулата о возможности движения геометрических образов, показав, что он сводится к предположению, что рассматриваемое многообразие (поверхность или пространство) есть многообразие постоянной кривизны. Риманн исходил в своих исследованиях из общего понятия о многообразии многих измерений, и геометрия, как частный случай учения о многообразиях, является в его мемуаре впервые частью чистой математики. Напротив Гельмгольц (и в этом отношении он имел предшественника в Ибервеге: Беркли и Лобачевский высказывали подобные же взгляды) рассматривает в мемуаре: «О фактах лежащих в основе геометрии»[236] геометрию как физическую науку и выводит ее основные понятия из свойств движения. Важным шагом в развитии понимания сущности геометрии явилась «Эрлангенская программа»[237] (1872) Клейна, в которой различные геометрические дисциплины (Евклидова и неевклидова геометрии, проективная геометрия, анализ положения) рассматривались как частные случаи общего учения о группах преобразований, и вопрос об основаниях геометрии ставился в связь с теориею непрерывных групп, созданною знаменитым норвежским математиком Софусом Ли, который и дал позже, исходя из этой теории, систему аксиом, достаточную для построения

---

[229] В своих работах о сходимости строк он первый вводит различие между непрерывностью и дифференцируемостью функций.

[230] Работы Кантора в русском переводе см. «Новые идеи в математике», вып. 6.

[231] Основной мемуар Дедекинда «Непрерывность и иррациональные числа» в русском переводе напечатан в сборнике «Об основаниях арифметики», изданном Казанским студенческим физико-математическим кружком, а также отдельной брошюрой (Одесса, 1909).

[232] На этом подробно останавливается Клейн в отчете, представленном им Казанскому физико-математическому Обществу по поводу присуждения первой премии Лобачевского, на который ссылается Гильберт в введении к своему сочинению (См. Извест. Каз. Физико-математ. Общ., т. 8. 1898). Отзыв вошел также в I том сочинений Клейна (Berlin. 1921).

[233] Об ее отношении к постулату Дедекинда см. примечание 1 к главе III.

[234] В системе Гильберта за аксиому принята часть теоремы 4-ой (равенство углов), другая же часть ее (равенство третьих сторон) составляет теорему 11-ую.

[235] Перевод этого мемуара, принадлежащий проф. Д.М. Сипцову помещен в вышеупомянутом сборнике – «Об основаниях геометрии» (Казань, 1896).

[236] Перевод, сделанный мною, напечатан в том же сборнике: «Об основаниях геометрии».

[237] «Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований». (Вошло в I том полного собрания сочинений Клейна, изданного в 1921 г.). Русский перевод, принадлежащий проф. Д.М. Синцову, издан в Казани в 1895 г.

геометрии. Тесная связь образования наших пространственных представлений со свойствами групп движений была выражена Пуанкаре в фразе: «пространство есть группа».

Необходимо отметить в Эрлангенской программе Клейна и то место ее, в котором Клейн подчеркивает важное значение данного неевклидовой геометрией доказательства независимости аксиомы о параллельных линиях от других аксиом геометрии и указывает на необходимость проведения подобных же исследований по отношению к каждой аксиоме, и не только геометрии. «Этим путем могло бы быть достигнуто решение вопроса о взаимном отношении аксиом».

К началу восьмидесятых годов прошлого столетия была поставлена таким образом снова задача построения геометрии как дедуктивной науки, которая из небольшого числа основных положений выводит исключительно логическим путем совокупность геометрических истин, из этих положений вытекающих. Первое решение этой задачи было за двадцать веков тому назад дано в «Началах» Евклида, но это решение, гениальное для своей эпохи, не могло уже удовлетворять критическую математическую мысль XIX столетия. Вместе с постановкою этой задачи было подготовлено и многое для ее решения, были выделены группы аксиом (аксиомы проективной геометрии, аксиомы конгруэнтности, аксиома параллелизма, аксиома непрерывности) и подвергнуто частичному рассмотрению отношение между этими группами аксиом.

Первою выдающеюся работою в направлении решения задачи об основаниях геометрии было сочинение Паша: «Vorlesungen über neuere Geometrie» (1882 г.). Паш формулировал поставленную задачу в словах: «основные положения геометрии должны охватить весь эмпирический материал, нужный математику для того, чтобы, установив их, ему уже не приходилось возвращаться к чувственному восприятию». Крупною заслугою книги Паша является прежде всего выделение из общей группы аксиом проективной геометрии тех аксиом, которые могут служить для определения понятий «между» и «внутри» (аксиомы порядка). На соответствующий недостаток Евклида впервые обратил внимание Гаусс. Паш определяет эти понятия рядом аксиом. Та из них, которая относится к расположению фигур на плоскости и позволяет установить деление плоскости на две полуплоскости, внесена Гильбертом в его систему аксиом (аксиома II_4).

Паш дал также логически безупречную систему аксиом конгруэнтности, основанную на введении первоначального понятия конгруэнтности между двумя фигурами.

Ту же строгость в определении основных понятий и формулировке основных положений, которою отличается сочинение Паша, внесли в свои работы по обоснованию геометрии математики итальянской школы Пеано.

Пеано в своих «I principii di Geometria logicamente esposti» (Torino, 1889) дал систему аксиом, весьма схожую с системою Паша, но кроме того ввел в свое изложение развитый им специальный логический символизм. Из многочисленных работ геометров школы Пеано (Пиери, Падоа, Вайлати, Вакка и др.) необходимо отметить работу Пиери, имеющую большое значение в вопросах, связанных с порядком. Итальянская школа обратила также особенное внимание на вопросы о полноте и независимости аксиом и первоначальных понятий и о совместимости аксиом между собою, причем преследовала особенно цель ограничить число первоначальных понятий, принимаемых без определения при логическом построении геометрии.[238]

В 1891 г. появилось сочинение Веронезе «Fondamenti di Geometria» – обширное сочинение в 700 страниц, посвященное в значительной степени обоснованию трансфинитной арифметики. В этом сочинении впервые построена система не-архимедовых чисел и на этом основании введен в геометрию континуум высшего порядка сравнительно с континуумом всех вещественных чисел.[239]

Таковы были главнейшие работы по вопросу об основаниях геометрии, появившиеся в свет до 1899 г., когда Гильберт в небольшом сочинении дал свою систему аксиом, свое построение теории пропорций и теории измерения, и выяснил многие другие основные вопросы геометрии.

Давид Гильберт родился 22 января 1862 г. в Кенигсберге. Подобно большинству других немецких ученых, он не ограничился курсом одного Кенигсбергского университета, но слушал также лекции Фукса в Гейдельберге, Клейна в Лейпциге, Эрмита в Париже. С 1886 до 1895 г. он занимал кафедру в Кенигсберге одновременно с Германом Минковским, с которым его связывала

---

[238] Изложению работ Пеано, Пиери и др. между прочим посвящена та часть «Principles of Mathematics» Бертрана Ресселя, которая трактует вопросы геометрии. См. также Кутюра «Философские принципы математики».

[239] Желающие более подробно ознакомиться с идеями Паша, Пеано, Веронезе и др. могут обратиться к сочинению проф. В.Ф. Кагана «Основания геометрии» т. II (Одесса, 1907).

тесная дружба. С 1895 г. он профессор Геттингенского университета. Его первые работы относятся к высшей алгебре (теория инвариантов, системы форм) и высшей арифметике (теория алгебраических тел). Результатом работ по высшей арифметике явился, между прочим, классический «Отчет о теории алгебраических тел» (1897), имевший большое значение для развития современной теории чисел.

Гаусс назвал арифметику царицею математики, как бы противопоставляя ее анализу, основанному на понятии о непрерывности, почерпнутому из интуиции. Кронекер, увлеченный успехами своих работ в теории чисел, связавший с теориею чисел высшую алгебру, развивал с оживлением идею Гаусса, настаивая на необходимости «арифметизации» всей математики, т.е. на сведении всех математических понятий к целому числу и отказывая до тех пор анализу той строгости выводов, которая присуща только арифметике. В дружеской переписке Вейерштрасса с его русскою ученицею С.В. Ковалевскою находится письмо (1885 г.), в котором творец современной теории функций горячо жалуется на Кронекера, отрицательно относящегося к теориям иррационального числа, мечтающего о том, «что скоро арифметика покажет настоящие точные пути анализу и убедит в неверности всех тех умозаключений, с которыми работает современный, так называемый, анализ». Этот спор между выдающимися берлинскими математиками не мог не интересовать и талантливого молодого ученого. Гильберт, несмотря на свои выдающиеся успехи в области высшей арифметики, не встал на сторону Кронекера. Он решил, что и другие области математики могут и должны быть построены столь же строго, как высшая арифметика, которая, исходя из понятия о целом числе и основных аксиом, строит дедуктивным путем грандиозное здание теории алгебраических числовых тел. Естественно было прежде всего приложить это убеждение к геометрии, которая так долго считалась неподражаемым образцом дедуктивной науки, но в которой критика XIX века открыла так много «пятен».

Ближайшим поводом для изучения оснований геометрии послужила, с одной стороны, работа Винера (1891), показавшего в статье «Grundlagen und Aufbau der Geometrie»[240], что все теоремы плоской проективной геометрии могут быть доказаны с помощью элементарных плоскостных аксиом сопряжения и порядка, если вместе с тем считать доказанными теоремы Дезарга и Паскаля. Так как, с другой стороны, теорема Дезарга есть следствие всех (плоскостных и пространственных) аксиом сопряжения и порядка, то доклад Винера возбуждал особый интерес к теореме Паскаля.

С другой стороны, внимание Гильберта не могло не быть привлечено к основным вопросам геометрии теми замечательными работами его друга Минковского, которые показали, какое значение для теории целых чисел имеет систематическое приложение геометрии. Решение вопросов, поставленных Эрмитом,[241] было сведено Минковским к теории выпуклых тел, т.е. тел – имеющих то свойство, что отрезок, соединяющий две точки тела, всеми своими точками принадлежит телу; теория же этих тел была построена Минковским на основе особой геометрии, сохраняющей аксиому о параллельности, но заменяющей аксиому о конгруэнтности треугольников аксиомою, по которой сумма двух сторон треугольника больше третьей. Этой геометрии Минковского и был посвящен первый геометрический мемуар Гильберта (1894).

В 1899 г. в «Festschrift», изданной к торжеству открытия памятника Гауссу и Веберу в Геттингене, появилось то сочинение Гильберта, которое делается теперь доступным для всех русских читателей. После отзыва, данного А. Пуанкаре о работе Гильберта, и приложенного к нашему изданию, делается излишним прибавлять что-либо к оценке, сделанной знаменитым французским математиком-философом; но мы считаем нужным в этом предисловии остановить внимание читателя на той постановке вопроса, которую Гильберт, в отличие от предшественников, придал задаче обоснования Евклидовой геометрии. Эта постановка и дала ему возможность перейти от аксиом геометрии к аксиомам других наук и к общему вопросу об аксиоматическом мышлении.

Основные понятия, «вещи», которым Гильберт придает название точек, прямых, плоскостей, не суть какие-либо специально определенные вещи и тем менее те геометрические образы, которые мы соединяем с этими названиями. Они определяются исключительно аксиомами, устанавливающими отношения между ними и производными из них понятиями. Только

---

240 Jahresbericht der D. Math. Vereinigung Bd. I. Berlin, 1892.

241 О них смотри мое «Целое число», стр. 218.

совокупность всех девятнадцати аксиом определяет геометрические образы Евклидовой геометрии и позволяет вместе с тем построить геометрию Декарта.

Отдельным аксиомам могут удовлетворять самые разнообразные вещи. Так, напр., аксиома I_1 будет удовлетворена, если «точками» мы будем считать целые числа, а прямою, определяемою двумя точками (числами p_1 и p_2) – наибольшее целое число, заключающееся в половине произведения двух чисел p_1 и p_2, т.е. $E(p_1p_2/2)$. Двум аксиомам I_1 и I_2 удовлетворяют не только точки и прямые элементарной геометрии, но также точки и круги этой геометрии, ортогональные к одной определенной прямой.

Такая постановка вопроса, при которой аксиомы являются условными соглашениями, связывающими между собою «вещи», и эти вещи, т.е. первоначальные понятия, определяются исключительно аксиомами, резко отличает систему Гильберта от других систем, первоначальные понятия которых имеют эмпирическое происхождение. Система Гильберта должна быть рассматриваема как часть общего учения об отношениях. Новая постановка вопроса приобретает вместе с тем большое значение, т.к. дает новый метод для решения вопроса о совместности и независимости аксиом геометрии. Этот метод заключается в пользовании системами вещей, взятыми из арифметики. Простой и особенно интересный по своей простоте пример этого метода представляет доказательство независимости аксиомы I_2 от аксиом I_1, которое дает Гильберт в своих лекциях. Для этого доказательства достаточно только рассматривать вышеупомянутую систему, в которой «точки» суть целые числа p_1 , p_2, ..., а «прямые» – целые числа вида $E(p_1p_2/2)$. Эта система, очевидно, удовлетворяет аксиоме I_1 и не удовлетворяет аксиоме I_2 (для этого достаточно взять $p_1 = 1$, $p_2 =2$, $p_3 =3$). Во всем сочинении Гильберта этот метод сведения вопросов геометрии на вопросы учения о числах играет весьма большую роль и имеет одинаково важное значение и для учения о числах, и для геометрии.

В течение двух десятилетий, протекших со времени появления «Оснований геометрии», с помощью методов, данных впервые в этом сочинении, решены многие важные вопросы. Недостаток места не позволяет нам остановиться на связанной с этими вопросами литературе.[242] Упомянем, напр., подробное рассмотрение вопроса об отношении аксиомы Архимеда к теории параллельных линий (Ден, Шур), исследования Дена о равенстве многогранников, работы Валена, Шура, Веблена, Гентингтона, Мура и др. по вопросу об аксиомах геометрии вообще.

Но значение «Основ. геометрии» не ограничивается одною геометриею.

Мы говорили, что наиболее важный для аксиоматического построения геометрии вопрос об отсутствии противоречия между аксиомами Гильбертом сведен на вопрос об отсутствии противоречия в аксиомах арифметики. В докладе, прочитанном на втором Международном Парижском Конгрессе 1900 г. под заглавием «Математические проблемы», Гильберт поставил эту задачу об аксиомах арифметики в число важнейших задач, на которые должно быть обращено внимание математиков. Позже эта задача была обобщена в задачу об отсутствии противоречия в системе аксиом анализа, т.е. учения о числах в более общем смысле этого слова.[243] Эта задача представляет новые трудности так как те заключения, которые применяются в теории вещественных чисел и функций от вещественной переменной, далеко не имеют того характера непосредственной верности, которая присуща заключениям теории целых чисел.

Тем не менее Гильберт приступил к решению этой задачи. Основные идеи, которые руководили им, были изложены им на третьем Международном Конгрессе в Гейдельберге (1904 г.). Этот Гейдельбергский доклад под заглавием «Об основаниях Логики и Арифметики» помещен в приложениях к немецким изданиям «Оснований геометрии», начиная с третьего. Но понимание этого доклада представляет большие трудности,[244] и в последнее время (в 1921 г.) в ряде лекций, прочитанных в Гамбурге, Гильберт придал своим идеям более понятную форму.[245]

Ход мыслей, который приводит Гильберта к обоснованию арифметики и анализа, состоит в следующем: методические трудности анализа происходят от той роли, которую в нем играют непрерывность и бесконечность. Доказательство отсутствия противоречия было бы неодолимо,

[242] Некоторые указания на литературу даны в примечаниях, составленных О.А. Вольбергом и помещенных в конце книги.

[243] Аксиомы учения о числах даны Гильбертом в начале третьей главы «Оснований». См. также его доклад: «Понятие о числе» (русский перевод в Казанском сборнике: «Об основаниях арифметики»).

[244] По этой причине мы отказались от мысли дать в нашем издании перевод этого доклада.

[245] Мы не имели возможности познакомиться с этими лекциями и в дальнейшем пользуемся изложением, данным Бернайсом н номере журнала «Naturwissenschaften», посвященном Гильберту по поводу празднования шестидесятилетия дня его рождения (22 января 1922 г.)

если бы мы поставили себе целью показать, что система вещей, введенная анализом – которую можно определить как систему всех конечных или бесконечных множеств целых чисел – логически мыслима. Вместо этого Гильберт заменяет утверждение об отсутствии противоречий утверждением, что невозможно из аксиом анализа и с помощью его методов рассуждения и доказательства вывести отношение $1 \neq 1$ (единица не равна единице). «Никаким конечным применением законов числа нельзя вывести из утверждения A противоположное заключение: не A». Таким образом дело идет не о возможности непрерывного, бесконечного многообразия, обладающего известными свойствами, но о невозможности некоторого математического доказательства.

От исследований аксиом геометрии и анализа (учения о вещественных числах) Гильберт естественно перешел к исследованию аксиом других наук. В курсе лекций, читанных им в Геттингенском университете в начале десятых годов, он последовательно рассматривал аксиомы учения о числах, геометрии, механики (векториального анализа), физики и теории вероятностей[246] и в конце останавливался на вопросах об аксиомах логики и учения о целом числе.

Из числа разнообразных, обнимающих почти все области человеческой мысли, вопросов, поставленных в этих лекциях, два вопроса, по-видимому, особенно привлекали внимание знаменитого ученого в последнее десятилетие: 1) вопрос об аксиомах физики, 2) общий вопрос об аксиоматическом мышлении, тесно связанный с вопросом об аксиомах логики.

Вопрос об аксиомах физики был поставлен Гильбертом еще в 1900 г. в его «Математических проблемах». Еще тогда он ставил целью аксиоматики физики дать такой комплекс основных явлений, из которых все наблюдаемые физические факты выводились бы исключительно путем математической дедукции. В этом он видел единственный путь, идя которым мы можем построить гармоничную физическую картину мира вместо того хаоса несогласованных и часто противоречащих друг другу теорий, которые представляет современная теоретическая физика.

Аксиоматический путь построения физики должен быть строго математический («Физика может оказаться слишком трудною для физиков» – выражается по этому поводу Гильберт), но этот путь есть единственный, который, вскрывая противоречия, существующие между теориями, приводя их основания к возможно меньшему числу основных аксиом, может привести вместе с тем и к новым открытиям.

Поставив такие идеалы теоретической физике, Гильберт в ряде лекций, посвященных молекулярной теории, статической механике, теореме Нернста, теории квант, и в математическом семинарии, посвященном преимущественно вопросам теоретической физики, разрабатывал частные вопросы с общей аксиоматической точки зрения. Эти лекции остались до сих пор не напечатанными. О их характере можно судить по тем напечатанным мемуарам Гильберта, которые имеют целью обоснование кинетической теории газов и элементарной теории лучеиспускания (1912–1914).

Понятен тот интерес, с которым Гильберт отнесся к созданной Эйнштейном теории относительности, которая в первой фазе своего развития (специальная теория относительности) связала две до тех пор обособленные области классической механики и электродинамики, введя в первую, чуждую для нее до тех пор, универсальную постоянную (скорость света в пустоте), а во второй фазе (общая теория относительности) отождествив поле тяготения и поле инерции в общем понятии «направляющего поля», объяснила загадку тяготения метрическими свойствами пространственно-временного континуума четырех измерений и таким образом проложила путь к геометрии мира.

Понятен также и интерес Гильберта к теории Ми, в которой материя рассматривается, как электрический феномен. В своих мемуарах «Grundlagen der Physik» (1915 и 1917) Гильберт связал теорию Эйнштейна и идеи Ми, выведя из одного общего начала (принцип Гамильтона) не только дифференциальные уравнения тяготения, данные Эйнштейном, но и более общие уравнения, связующие явления тяготения и электромагнетизма. Идеал Гильберта – гармоничная физическая картина мира – еще не создана, но, благодаря гениальным идеям Эйнштейна и работам Гильберта, Бейля и Эддингтона, мы видим уже путь к ее созданию.

[246] В 1904 г. Казанское Физико-математическое Общество, по инициативе Гильберта, предложило как тему для соискания международной премии имени Н.И. Лобачевского: «изучение аксиом, лежащих в основании теории вероятностей». Но работ, написанных на эту тему, в Общество представлено не было.

Но плодотворные исследования Гильберта в области основных вопросов математического естествознания не отвлекли внимание Гильберта от общего вопроса о сущности и методах научного мышления. В лекции, прочитанной в Цюрихе под заглавием «Аксиоматическое мышление»[247], Гильберт рассматривает аксиоматическую методу, как общий прием научного мышления. «Всё, что может быть предметом научного мышления, подлежит, если только оно созрело для образования теории, аксиоматической методе и вместе с тем математике». Для возможности аксиоматического обоснования и логического построения теории необходимы в виде аксиом некоторые немногие положения, которые сначала носят, как это было в старой аксиоматике, теоретико-познавательный характер. Но потом, как это имело место в геометрии Гильберта, можно отвлечься от этого характера аксиом и рассматривать исключительно внутреннюю структуру системы понятий, как возможную форму связи между ними, причем как понятия, так и связи между ними лишены познавательного, почерпнутого из опыта характера. Но таким образом теория делается объектом чисто математического исследования, которое и называется аксиоматическим.

Во всех теориях возникают те же самые основные вопросы, которые мы встретили в аксиоматике геометрии. Прежде всего система аксиом должна, для того, чтобы она представляла возможную связь, удовлетворять условию отсутствия противоречий. При старом понимании аксиоматики, когда каждая аксиома считалась выражением некоторой познавательной истины, аксиоматика не знала и не ставила себе задачи показать отсутствие противоречий между аксиомами. Затем является необходимость изучить логические связи между различными предложениями теории: в особенности важно исследовать, независимы ли аксиомы логически друг от друга или некоторые из них могут быть доказаны на основании прочих и поэтому излишни как аксиомы. Сверх того является задача исследования «фундамента» теории для того, чтобы убедиться, что принятые теориею аксиомы не могут быть сведены на предложения более основного характера, которые могут тогда быть приняты за «более глубокий слой» аксиом.

Так как такое исследование, носящее сплошь математический характер, приложимо ко всякой области знания, допускающей теоретическую обработку, то, благодаря идее аксиоматики, математическое мышление приобретает универсальное значение для научного познания.

Но этим самым приобретает значение и задача более точного изучения математического мышления и форм математических доказательств. «Мы должны, говорит Гильберт, сделать предметом изучения самое понятие специфического математического доказательства совершенно так же, как астроном должен принимать во внимание движение места наблюдения, физик должен знать теорию своего прибора и философ подвергнуть критике разум».

Но для структуры математических доказательств имеют значение прежде всего законы логики; Гильберт уже в Гейдельбергском докладе 1904 г. указал, что необходимо «одновременное развитие законов логики и арифметики».

Тесная связь между математикою и логикою была усмотрена уже математиками конца XVII столетия. Автор «Закона больших чисел» Яков Бернулли посвятил в 1684 г. отдельный мемуар параллелизму между рассуждением логическим и рассуждением алгебраическим. Лейбниц еще в ранней юности пришел к мысли о необходимости создать такую науку, которая позволила бы решать все вопросы и споры путем вычислений, и мысль о ней занимала его всю жизнь. В 1854 г. Буль создал алгебру логики. Позже Пеано и его школа, Фреге, Рессель и Уайтгед разработали логическое исчисление и дали возможность изображать операциями над символами умозаключения математических доказательств. Такое развитие логического исчисления дополняет методу аксиоматического обоснования науки; оно делает возможным точно проследить те умозаключения, с помощью которых от оснований науки переходят к их следствиям. Гильберт и в методу математической логики внес изменение, аналогичное с тем, которое он внес в аксиоматическую методу. Подобно тому, как он последовательно устранил из основных отношений и аксиом геометрии их наглядное содержание, так и доказательства анализа в его изложении заменяются чисто формальными операциями с определенными знаками, по определенным правилам. Подобно тому, как в «Основаниях геометрии» Гильберта основные факты пространственного представления – отношения, получаемые интуициею между точками, прямыми и

[247] Лекция напечатана в 78-ом томе одного ив лучших математических журналов – «Mathematische Annalen». К сожалению, все томы этого журнала, вышедшие за последние годы, не дошли ни до одной научной библиотеки Петрограда и, если не ошибаюсь, также и Москвы. Поэтому я знаком с этою работою Гильберта только по краткому очерку ее содержания.

плоскостями, заменяются формальными отношениями между тремя классами вещей, так рассуждения, основанные на применении законов логики, заменяются формальными операциями над известными символами.

Математика есть общее учение о формах – таков главный вывод, к которому приводят Гильберта его исследования. Такое определение математики не ново,[248] но в то время как до Гильберта формальному отношению, и следовательно возможности обобщения, подвергались только связи между классами вещей, в исследованиях об аксиоматическом мышлении Гильберт применяет тот же формализм и к ходу умозаключений в математических доказательствах. Понятен поэтому тот интерес, который и вне математических кругов должен быть вызван новыми работами Гильберта, в которых давно уже высказанная им мысль о необходимости одновременного развития законов логики и математики находит, по-видимому, свое полное осуществление.

А. Васильев.

22 Августа 1922 г.

[248] В моей статье «Математика» (Казань, 1916 г.) читатель найдет те определения математики, данные Грассманом, Христалем, Кемпе, Ресселем, Пирсом и др., которые выражают ту же самую идею.

Интервью Максима Концевича

http://trv-science.ru/2009/05/12/zdes-idealnoe-mesto-nikakikh-perspektiv/
Копировано 18 августа 2015 года

«Здесь идеальное место – никаких перспектив!»
12 мая 2009 года. ТрВ № 28, с. 11–12, «Интервью»

Максим Концевич; Дмитрий Баюк
Рубрика: Наука и общество

***Максим Львович Концевич** – один из самых крупных и известных математиков нашего времени. А когда его в 2002 г. избрали действительным членом Французской академии наук, он стал еще и одним из самых молодых российских академиков в иностранных национальных академиях. Но еще до этого он получил несколько престижных международных наград. После Филдсовской медали, врученной ему на Математическом конгрессе в Берлине в 1998 г., многие самые престижные математические институты захотели видеть его среди своих сотрудников, но он предпочел парижский пригород – Бюр-сюр-Иветт.*

Здесь, в Институте высших научных исследований (Institut des Hautes Études Scientifiques), работали выдающиеся математики, причем некоторые из них, как, например, Рене Том, зарекомендовали себя и в философии. Максим Львович также проявил себя не только в математике – некоторые считают его и не менее выдающимся физиком-теоретиком. Например, по мнению автора блистательной книги «Элегантная Вселенная» Брайана Грина, Концевич смог вывести из идейного тупика теорию струн. А по мнению самого М.Л., квантовая физика – это только самая известная область знания, в которой не работает знакомое с детства правило «от перемены мест слагаемых сумма не меняется»; на самом-то деле, правила сложения, при которых сумма получается разной при перестановке слагаемых, позволяет увидеть простоту там, где раньше были одни сплошные загадки.

– По моим впечатлениям, некоторые из ваших задач лежат не просто на стыке физики и математики, но имеют глубокий философский смысл.

– Хм… Даже не знаю. Философия мне кажется гораздо более скользким сюжетом, чем математика. В математике перед нами всегда есть конкретное наблюдаемое явление, как явление природы.

– Ну, это же абсолютно философское высказывание!

– Возможно. Но я убедил себя, что в математике определения – правильные, вопросы – тоже правильные. А в философии правильные определения и правильные вопросы невозможны. Я вообще не понимаю, как в философии происходит передача информации. Был Платон или Сократ… Мы думаем, что мы их понимаем. А как это проверить? Мы используем какие-то слова, которые вызывают какие-то ассоциации, но я совсем не уверен, что эти ассоциации вполне адекватны замыслу автора.

Подавляющее большинство разделов математики так живо взаимодействуют друг с другом, что ясно: это части единого организма. Даже чисто физиологическая природа математики весьма существенна. Геометрия происходит из нашего двигательного опыта, а алгебра – из языка. Я не хочу повторяться про разницу полушарий человеческого мозга – по этому поводу и до меня уже много было всего сказано. Но даже на том масштабе, на котором мы существуем, – не на квантовом, конечно, – с математическим устройством физического мира мы знакомимся, так сказать, напрямую.

– Но если говорить об одном из излюбленных ваших сюжетов – о некоммутативности, то это явление, с которым напрямую мы довольно редко сталкиваемся: и сложение двух чисел, и умножение их не зависят от порядка, в котором мы их выполняем. Есть, конечно,

классические примеры некоммутативности: раздеться и искупаться – это совсем не то же самое, что искупаться и раздеться. Некоммутативны пространственные повороты трехмерных геометрических тел…

– Как я теперь понимаю, вообще смысл некоммутативности скорее двухмерный, чем одномерный. Некоммутативность операций над геометрическими объектами возникает гораздо чаще, чем может показаться. А если есть некоммутативность, то есть время, определяемое порядком, в котором мы выполняем операции. Отсюда связь алгебры и геометрии поверхностей. Время – это та самая линия, которая ограничивает поверхность, и возникает картинка, которую мы знаем из теории струн. Мы имеем в этом случае дело не просто с поверхностью, а с поверхностью с краем, на этом краю «живет» некоммутативная алгебра, а внутри поверхности – разнообразные инварианты.

У этой картинки кроме собственно теории струн есть много других приложений и в физике, и в математике. И речь не только о геометрии – такой подход даже в теории чисел оказывается очень плодотворным. Можно проводить компьютерные эксперименты и находить различные чудеса. А откуда они берутся? Непонятно! Ответа нет и пока не предвидится. Но сейчас постепенно становится ясно: чтобы найти естественное объяснение для таких явлений, надо забыть про коммутативность.

– А как вы пришли к этим задачам, родители ведь у вас – филологи?

– Математике меня учил брат, а вот откуда это у него – я не понимаю, потому что у нас в семье математиков до этого действительно не было. Я помню, как он спросил у меня, какие два числа дают в сумме сто и чтобы разность у них была 10. Я долго мучился, подбирал, но потом все-таки решил. Это был такой первый опыт. Потом, когда мне было 10 лет, у нас в школе была олимпиада, я пошел на эту олимпиаду и минут за 10 решил все задачи. Потом пошел туда, где проводили олимпиаду для 5-го класса, и тоже решил. И так я дошел до 8-го.

Все по этому поводу как-то возбудились, и дело кончилось тем, что я перескочил через класс, из-за чего у меня надолго возникли пробелы в образовании: повесть Пушкина «Дубровский», например, я прочел уже после школы. Мой брат, правда, тоже перескочил через класс, но у него это было частью некой коллективной акции: тогда проводили какой-то педагогический эксперимент, и их перевели целым классом. А я – перескочил и перескочил. Много книжек читал – Мартина Гарднера например. И когда уже в 8-м классе увидел объявления о наборе в математические классы, я решил туда поступать.

– А какая это была школа?

– 91-я.

– У вас там был, кажется, какой-то хороший и известный учитель математики?

– Давидович. Но у нас он не преподавал. У нас зато было очень много студентов с мехмата – Александр Шень (один из последних студентов Андрея Николаевича Колмогорова) и несколько студентов Юрия Ивановича Манина, – у них здорово получалось. Они печатали задания на машинке, а потом размножали их в виде маленьких фотографий – 9 × 12 см, малюсенькими буквами. И я помню: на первом листочке там была цитата из Витгенштейна, что, «если о чем-то нельзя сказать строго, об это следует молчать».

Потом снова были олимпиады, я в них систематически участвовал, но на международную олимпиаду школьников так и не попал по обстоятельствам совершенно случайным. Олимпиада должна была проходить в Москве. Шел 1980 год, я был в 10-м классе и должен был уже быть в команде, как выяснилось, что в том же городе запланирована еще и другая олимпиада. И чтобы им не сталкиваться, математическую олимпиаду просто отменили. Формальную причину я узнал всего несколько лет назад: отменить математическую олимпиаду в 1980 г. потребовали представители Монголии.

– **И как же вы поступили на мехмат? У вас и фамилия подозрительная, и выпускников матшкол тогда на мехмате не любили.**

– Конкурс в тот год был всего 0,95 человека на место. Из-за такой катастрофы, как Московская олимпиада, все экзамены проводились в один день. Я их в общем-то неплохо сдал, но в целом история темная. Дело в том, что наша фамилия и в самом деле может показаться еврейской, хотя она на самом деле польская. Еврейкой была скрытая бабушка по материнской линии, которой не видно ни с какой стороны, но даже тех, кого просто подозревали в причастности к еврейской нации, тогда в МГУ, а особенно на мехмат, брали неохотно. Я был морально готов к любым сюрпризам. Что именно произошло, я в точности не знаю: Александр Шень говорил мне как-то, что рассказывал про меня Колмогорову. Потому ли, нет ли, но как-то я поступил. С тройками, разумеется. По физике у меня была тройка, и я до сих пор физики не знаю. Особенно в электромагнетизме я слаб. Уравнения, конечно, могу написать теперь, но вот все остальное… Но уравнения тут не самое главное.

– И все же о вас говорят, что в основе ваших задач был особый интерес к физике.

– Да, я общаюсь с физиками-теоретиками. Главным образом по поводу теории струн. Еще когда я был в Москве, в 1984-1985 гг., было совершено великое открытие. В теоретической физике была создана двухмерная конформная теория поля. Ее авторами были Белавин, Поляков и Замолодчиков, и создавалась она в тесном контакте с математиками. В отличие от обычной теории поля, для которой справедлив принцип относительности Эйнштейна, конформная должна «выдерживать» любые преобразования координат, лишь бы они не перемешивали прошлое и будущее. Идеи такой теории носились в физике уже лет 10-15, но никаких конкретных моделей не было. А тут вдруг Фейгин и Фукс посчитали представление алгебры Вирасоро – эта работа хоть и связана напрямую с конформной инвариантностью, но для физиков не предназначалась, и никакой физики за идеями авторов не стояло. Просто красивая математическая задача.

Но физики сообразили, что решение Фейгина и Фукса имеет прямое отношение к критическим явлениям.

Их догадка получила большое развитие, и именно из нее и возникла теория струн. Всё это происходило на моих глазах, и даже подтолкнуло к одной из моих первых работ. Как-то я был дома у Израиля Моисеевича Гельфанда и обсуждал с ним новые физические теории, и тогда он мне показал еще не опубликованную заметку Манина, в которой речь шла о связи двух подходов в теории струн, алгебраического и геометрического – Манин просто заметил численное совпадение. А я придумал этому совпадению объяснение, Тут не было ничего невероятного – такое же объяснение одновременно со мной еще человек десять в мире придумали, идея-то в воздухе носилась. Но моя работа к этому времени уже была опубликована.

А еще в физике есть такая вещь, что одна теория – квантовая теория поля – оказывается математическим продолжением через комплексную область совсем другой области физики – статистической теории. У статистической физики есть вполне наглядный образ – заряженные частицы, которые взаимодействуют только со своими соседями. И тут – это тоже было еще в Москве – мне стало ясно, что это все можно применять к топологии и строить топологические инварианты.

– Они-то и привели вас к филдсовской медали?

– В известном смысле. Медаль я получил в 1998 г., а к этому времени у меня было уже много работ по топологическим инвариантам, хотя придумал их другой математик – Воган Джонс (Vaughan Jones). Правда, если бы он их и не придумал, вскоре бы другие придумали. В то время в Ленинграде, в школе Фаддеева, подошли к этому уже очень близко. Они занимались уравнением Янга-Бакстера и понимали, к чему идет дело. С другой стороны, в Москве в то же самое время Виктор Васильев предложил совершенно другие инварианты узлов, и они работали в тех сложных случаях, когда инварианты Джонса просто невозможно посчитать. И хотя считалось, что они в чем-то лучше, но у инвариантов Васильева были свои преимущества. В частности, у них была параллель в квантовой физике.

– В какой мере присуждение медали стало для вас неожиданностью?

– Ну, по-настоящему неожиданности не получилось. Я узнал о медали больше чем за год от своего коллеги Моше Флато (Moshé Flato), который знал всё. Он по секрету мне рассказал, что вот, мол, решили мне ее дать. Так что информация утекла. Ну а потом, когда я уже получил письмо, я, конечно, совершенно не удивился. Конгресс проходил в Берлине, это был мой второй конгресс, и чтобы немножко спрятаться от прессы, мы жили не в гостинице, а у приятеля. Но на самом конгрессе от нее было уже не спрятаться. Тут уж ничего не поделаешь: если вручают медаль, то потом несколько дней атакуют.

– Должно быть, это было приятно?

– Конечно, приятно. Еще бы – получить медаль…

– Кто вас представлял?

– Представлял меня все тот же самый Ю.И. Манин. И я очень хорошо запомнил, как он, когда [...],[249] подмигнул. И это было особенно приятно. А так… в общем ничего особенного.

– А как материальная сторона? У вас ведь после этого, что называется, сильно вырос рейтинг.

[249] **МОИ 2015-08-18 :** Пропуск в интернетовском файле.

– Ну, сама премия совсем небольшая. А что касается рейтинга… как-то одна журналистка спросила: что, наверное, теперь зарплату повысят вдвое? Но нет, у нас тут полное равенство, и зарплата ни от чего не зависит. Нет никаких перспектив роста, ничего такого. А если говорить о поездках – то у меня проблема скорее обратная: я занимаюсь одновременно слишком большим количеством задач, поэтому меня приглашают на повышенное число конференций. Все приглашения, которые я получаю, я просто не могу принять. От 90% приглашений приходится отказываться. Иногда еще меня хотят ввести в какие-то комитеты. Но я тоже, как могу, отпихиваюсь. Один раз вляпаешься, а потом столько времени это начинает отнимать!

– Наверное, в Америке после подобных триумфов вам бы сильно прибавили жалование. Да и на всякие гранты можно было бы рассчитывать. Почему же вы в конце концов вы предпочли Штатам Францию?

– В начале 91-го я уехал в Германию, в институт Макса Планка, на временную ставку визитинг-профессора. В общем и целом я провел в Бонне четыре года, но с перерывами: ездил в принстонский Институт перспективных исследований, Гарвардский университет, Калифорнийский университет в Беркли. А потом я женился, надо было как-то обосновываться, и в 1993 г. у меня было два предложения на постоянную позицию. Одно – из Принстонского университета, второе – из Беркли. И я тогда выбрал Беркли, по той простой причине, что в Сан-Франциско у меня живет брат, и мне хотелось быть ближе к семейству.

В Беркли я проработал один год (1994-95), и совсем мне там не понравилось. Совершенно, надо сказать прямо. В течение первого года я снимал дом, но, оставаясь там навсегда, надо было что-то покупать. Я осмотрел почти 50 домов, ни один из них, честно говоря, мне не понравился, но на что-то я все-таки уже решился, подписывал контракт, и тут, перед последней подписью, я получил письмо отсюда, из Бюр-сюр-Иветт (Bures-sur-Yvette). И решил ничего не подписывать.

– А до этого вы во Франции не были?

– Я был тут в 1988 г. Это была моя первая поездка на запад. Я месяц провел в Марселе и на неделю приезжал сюда.

– То есть в целом ваше решение было «от противного»: вам не понравилась Америка, и вы решили принять это предложение?

– Нет, дело не в этом. Я знал, что тут идеальные условия, полная свобода и никакого преподавания.

– Но финансовые условия явно хуже?

– Когда я уезжал из США, они были лучше, чем у начинающего профессора. Сейчас они уже стали хуже, чем у профессора не начинающего. Но дело не в этом. На жизнь совершенно хватает, а по французским меркам у меня очень высокая зарплата. Главное – я полностью предоставлен самому себе и избавлен от необходимости что-то преподавать.

– Во Франции традиционно очень сильные математики. Это обстоятельство никак не повлияло на ваш выбор? Я могу вам напомнить, что даже публикации по математике в российской периодике начала XX в. шли преимущественно на французском языке.

– Ну, все-таки было два главных языка – французский и немецкий. И последняя серия сильных французских публикаций относится в 60-м годам. Они были сделаны уже здесь, когда тут действовал семинар Гротендика по алгебраической геометрии. И труды этого семинара, несколько томов, их все алгебраические геометры изучают по-французски. Но я не могу сказать, что это как-то повлияло на мой выбор. Просто это одно из лучших мест в мире, вот и все.

– Все эти задачи возникли у вас в результате развития определенной линии, на основании общей единой логики, о которой мы говорили раньше. Но бывает ли такое, что задачу вам предлагают как бы извне, не интересуясь особенно тем, насколько она вам интересна?

– Одна из главных сложностей в математике – это понять, почему та или иная задача интересна. И для меня здесь бывает важна не сама задача, а то, что она с собой приносит. Структура понятий вокруг нее. И я не буду заниматься задачей, пока не пойму, почему она интересна.

– То есть если к вам придет человек и даст задачу, вы потребуете у него и каких-то объяснений?

– Да, и мне придется еще себя долго уговаривать, что она действительно важна. Но это скорее теоретическая возможность, я не могу припомнить такого случая – обычно я сам нахожу для себя задачи.

– А тут, в институте, вы сами выбираете задачу, ее обосновываете и потом только пишете отчет?

– Да нет, даже отчет не надо писать. Один из первых профессоров тут был Рене Том (René Thom). По прошествии некоторого времени он вдруг сказал: «Всё, не буду больше заниматься математикой, а буду заниматься философией!» И действительно занимался потом философией.

– Последнее ваше достижение – Крофурдская премия 2008 г. Иногда ее почти отождествляют с Нобелевской по престижности, но в любом случае вручают ее гораздо реже.

– По разным сугубо историческим причинам ее вручали раз в шесть лет, и даже в семь лет. Но вообще история оказалась анекдотической. Крофурд был промышленником, и его компания одной из первых выпустила аппарат искусственной почки. В 1982 г. он основал свою премию – Crafoord Prize (www.crafoordprize.se) – и сразу умер. Он хотел туда включить сюжеты, которые по разным причинам не входили в Нобелевскую премию. Сюжеты эти были такие. Во-первых, *математика-дефис-астрофизика.* Или *астрономия*. Что он при этом имел в виду, осталось загадкой. Потом, через запятую *экология и геофизика* – эти странные знаки препинания доставили в дальнейшем всем много хлопот. А также если случится прогресс в области *лечения полиомиелита,* то за него надо было давать отдельную премию. Вот были эти три сюжета.

С первым из них приходилось как-то выкручиваться. Конечно, были времена, когда королевские астрономы занимались в основном математикой. Но с тех пор много воды утекло, и математиков-дефис-астрономов больше нет. Надо было что-то делать. Стали давать премию через раз: один раз – астроному, один раз – математику. Первыми лауреатами (1982 г.) были В.И. Арнольд вместе с Л. Ниренбергом (Louis Nirenberg), ну, и дальше их можно просто по пальцам пересчитать. Но все-таки был один отказавшийся (1988 г.) – это А. Гротендик (Alexander Grothendieck), который как раз ушел из сообщества, и было заранее ясно, что он откажется.

В прошлом году неожиданно пяти математикам противостояли астрономы, что было довольно странно, так как астрономам давали премию три года назад. Мне объяснили, в чем дело, так: адвокат фонда написал в Академию наук протест, что не выполняется воля покойного. Дескать, имелась в виду «математика-астрономия» через дефис, а вовсе не «математика или астрономия».

В Академии сначала создали небольшую комиссию, чтобы попытаться отыскать математика и астронома одновременно, т.е. ученого, вклад которого и в ту, и в другую науку был бы значительным, но, естественно, не нашли. И тогда комиссия решила разделить премию на две. Теперь ее будут давать раз в три года, но по половинке: одну – математику, другую – астроному. Нашу половинку мы поделили с Э. Виттеном (Edward Witten), но он-то как раз по этому поводу был очень доволен: еще бы, получил ее вместе с настоящим физиком!

Сообщение о премии меня застало в США. Я ездил на полтора месяца в Майами, там меня и застало сообщение от секретаря, что через день они сделают официальное объявление. Мне надо было подготовиться, чтобы принимать прессу и всё такое. Я приготовился. Сообщил свои американские координаты и стал ждать, когда приедет пресса. В течение первой недели я получил полтора звонка и одно сообщение по электронной почте. Никакого реального интереса со стороны прессы не было вообще! Это не Нобелевская медаль, а событие, совсем не раскрученное. Ну, написали об этом в Майами в местной стенгазете, на этом всё и закончилось.

– А вручение проходило в Стокгольме?

– Ну да, это было в Стокгольме, премию вручал король Швеции. Мне он сказал что-то вроде того, что математику с детства не любил.

Но тут были некоторые неожиданности. За год до этого меня позвали сделать доклад на конференции, посвященной 25-летию этой премии. Видимо, я должен был воспринять это как намек. Вообще в Стокгольме всё было немного поживее: приехал человек из «Российской газеты», российское телевидение, но им с Р. Сюняевым было гораздо проще. Все-таки черные дыры – это конкретная и значительно более понятная вещь. Объекты абстрактной математики – намного сложнее.

– Вы уже высказывались скептически по поводу философии, и все же мне хочется задать вам еще один философский вопрос, который одновременно имеет отношение и к физике – по ее поводу вы тоже уже успели высказаться скептически. Что вы думаете об объективности квантования и квантовых законов природы? На этот счет есть две противоположные точки зрения: что за квантованием есть какая-то объективная

реальность и что это некий математический трюк, позволяющий получить правильное решение, не зная, что реально происходит в микромире.

– У меня есть свое собственное философское возражение против квантовой механики. Оно касается вообще роли векторных пространств и аддитивности в описании природы. Суть в том, что линейность – это всегда некое приближение, изобретенное математиками. Это может быть очень хорошее приближение, но всё равно оно когда-то перестанет работать. Например, люди, работающие с квантовой механикой, говорят, что состояние системы описывается элементом гильбертова пространства. А гильбертово пространство – это линейное пространство. Мой организм отказывается этому верить. Что значит оно «есть»? Это математическая идея, и я не могу поверить, что это ее конечное состояние. Это тоже некоторое приближение, и даже понятно, к чему это приближение.

На самом деле, в этом пространстве обязательно должно быть что-то кривое, у меня есть некоторые соображения, что именно. Я разговаривал с физиками об этом несколько раз и знаю, что попытки добавить нелинейность в квантовую механику делаю не только я. Но если это предположение правильное, то при дальнейшем движении в глубь микромира квантовая механика обязательно «сломается».

Беседовал Дмитрий Баюк

Научно-популярное издание
«Мысли об Истине»
Выпуск № 31
Сформирован 28 июня 2016 года

Все читатели приглашаются принять участие в создании альманаха МОИ и присылать свои статьи и заметки для этого издания по адресу: Marina.Olegovna@gmail.com. Если присланные материалы будут соответствовать направлению Альманаха и минимальным требованиям информативности и корректности, то они будут опубликованы в нашем издании.

Основной вид существования Альманаха МОИ – в виде PDF-файлов в Вашем компьютере. Держите все выпуски МОИ в одной папке. Скачать PDF-ы можно с разных мест в Интернете, и не важно, откуда номер скачан. В Интернете нет одной фиксированной резиденции МОИ.

Содержание