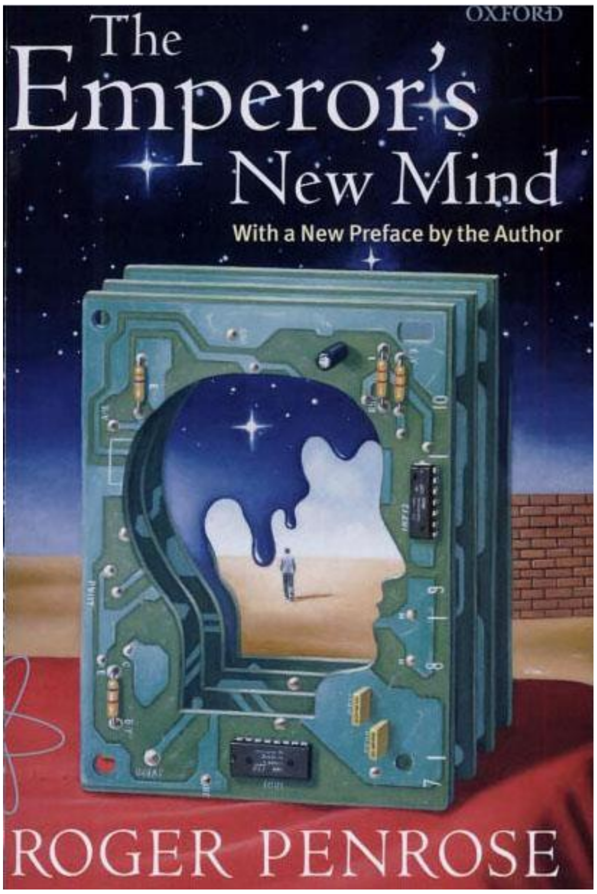
NATURA CUPIDITATEM INGENUIT HOMINI VERI VIDENDI
Marcus Tullius Cicero
(Природа наделила человека стремлением к познанию истины)

Мысли
Об
Истине

Альманах «**МОИ**»
Электронное издание, **ISBN 9984-688-57-7**

Альманах «Мысли об Истине» издается для борьбы с лженаукой во всех ее проявлениях и в поддержку идей, положенных в основу деятельности Комиссии РАН по борьбе с лженаукой и фальсификацией научных исследований. В альманахе публикуются различные материалы, способствующие установлению научной истины и отвержению псевдонаучных заблуждений в человеческом обществе.

Альманах издается с 8 августа 2013 года
Настоящая версия тома выпущена **2016-06-25**



Английское издание 1999 года

Файл PENRO3

http://vekordija.narod.ru/R-PENRO3.PDF

Предисловие к «физическим» главам Пенроуза

Когда я контактировал с латвийскими учеными (больше, правда, с «учеными»), то они почему-то ожидали, что я буду оспаривать также и физику, например, такие вещи, как обе эйнштейновские теории относительности или квантовую механику, раз уж я настолько неразумен и экстравагантен, что осмеливаюсь оспаривать общеизвестные истины в математике, такие как «учение Кантора» о бесконечных множествах и вообще сами основания математики, – и мне приходилось разочаровывать их, снова и снова отрицая какие-либо мои претензии в области физики (чему они, кажется, не очень верили).

Поэтому сейчас, обращаясь к Российской науке, я считаю необходимым с самого начала особо подчеркнуть, что я не оспариваю НИЧЕГО в науке физике.

Чтобы сказать что-то новое по существу в физике, нужно иметь, как минимум, аппаратуру лабораторий, проводить эксперименты и т.д. Поэтому мне и в голову не может придти такая мысль, чтобы там на что-то претендовать. (Кроме того, я вообще по своему образу мышления «физик», и именно физика имеет для меня наивысший авторитет среди всех наук).

Иное дело математика: Георг Кантор создавал свой «диагональный метод» без всяких циклотронов, ускорителей, спектрографов и телескопов; он просто грыз кончик карандаша и всматриваался в бумагу. Потому и поспорить с ним тоже можно без всяких лабораторий: просто сидя за столом (или предварительно: лежа на диване и глядя в потолок).

Итак: я ничего не оспариваю в физике, и поэтому мои комментарии к главам Пенроуза, посвященным этой науке, не могут содержать и не содержат ничего, противоречащего его утверждениям по существу. Я принимаю всё, рассказанное Пенроузом в этой части его книг, как истину.

Правда, читая этот материал, у меня иногда возникала мысль: «Если Пенроуз делал такие грубые ошибки в математике {МОИ № 14, стр.83} (везде, где дело касалось «диагонального процесса») и говорил такие несуразицы о компьютерном программировании, то, может быть, и о физике он рассказывает что-то не то: – перекошенное и искаженное?» Но если даже это и так (в чем я, впрочем, сильно сомневаюсь), то всё равно, оспаривать его – не мне.

Поэтому мои комментарии к «физическим» главам Пенроуза касаются лишь общей философской интерпретации некоторых моментов, главным образом – связанных с «теорией отражения», т.е. с отображением этих вещей в человеческой системе обработки информации.

Валдис Эгле

13 декабря 2010 года

Роджер Пенроуз. «Новый Разум Короля»

(Продолжение; предыдущее в книге {PENRO2 = МОИ № 14})

Глава 5. Классический мир

§5.1. Состояние физической теории[1]

Что нам нужно знать о законах природы, чтобы понять, какая роль в ней может быть отведена сознанию? Насколько важно представлять себе для этого принципы организации и взаимодействия, которым подчиняются элементы, составляющие тело и мозг? Если осознанное восприятие – всего лишь результат выполнения алгоритмов (как нас пытаются убедить многие приверженцы ИИ), то вопрос о конкретном виде и действии этих принципов не имеет особого значения. Любое устройство, способное просчитать алгоритм, будет ничуть не хуже любого другого. Но, быть может, наше чувство осознания не сводится полностью к работе алгоритмов. И возможно, что детальное знание нашего внутреннего устройства и точных физических законов, управляющих той субстанцией, из которой мы состоим, может оказаться достаточно важным. Вероятно, нам понадобится понять те фундаментальные физические свойства, которые лежат в основе самой природы вещества и определяют его поведение. Сегодня физика не достигла пока такого уровня, и ей предстоит еще раскрыть множество тайн и испытать немало глубоких озарений. Тем не менее большинство физиков и физиологов склонны считать, что мы уже сейчас располагаем достаточным знанием тех физических законов, которые управляют работой такого объекта средних размеров, как наш мозг. Хотя никто не оспаривает исключительную сложность головного мозга человека как физической системы и не отрицает существования значительного числа пробелов в наших знаниях о его детальной структуре и принципах работы, – всё же лишь немногие осмелились бы утверждать, что мы испытываем существенную нехватку знаний именно в области физических основ функционирования мозга.

Ниже я приведу пример, свидетельствующий как раз об обратном, – то есть о том, что мы еще не знаем физику настолько, чтобы (даже в принципе) иметь возможность адекватно использовать ее язык для описания работы человеческого мозга. Но прежде мне потребуется дать хотя бы в общих чертах представление о достижениях и состоянии современной физической теории. В этой главе речь пойдет главным образом о той области, которую принято называть «классической физикой» и которая включает в себя механику Ньютона и теорию относительности Эйнштейна.[2] По существу, термин «классическая» в данном случае означает, что обе теории достигли расцвета задолго до рождения (примерно в 1925 году, вдохновенными трудами таких физиков, как Планк, Эйнштейн, Бор, Гейзенберг, Шрёдингер, де Бройль, Борн, Иордан, Паули и Дирак) квантовой теории – загадочной теории, опирающейся на вероятности и индетерминизм и описывающей поведение молекул, атомов и субатомных частиц. В отличие от квантовой теории, классическая теория является детерминистской, поэтому будущее в ее рамках всегда полностью определяется прошлым. Но даже и в классической физике есть еще много загадок, несмотря на то, что знания, накопленные за несколько веков, позволили нам построить феноменально точную картину мира. Мы также должны будем рассмотреть и квантовую теорию (в главе 6), ибо я убежден, что – несмотря на мнение, разделяемое большинством физиологов – квантовые явления могут играть важную роль в функционировании головного мозга человека. Но к этой теме мы обратимся в последующих главах.

---

[1] **В.Э.:** Мне кажется, что это ошибка перевода, и параграф должен называться: «Статусы физических теорий». Но у меня нет английского текста этой главы, чтобы сравнить. **P.S.**: По-английски: «The status of physical theory». Речь идет о статусах «Превосходная, Полезная, Пробная».

[2] **В.Э.:** В прежней литературе, с которой я имел дело, теория относительности уже относилась к «неклассической науке». Пенроуз проводит границу иначе.

К сегодняшнему дню наука достигла поразительных успехов. Достаточно бросить хотя бы беглый взгляд вокруг, чтобы воочию убедиться в невероятном могуществе, которое мы обрели благодаря нашему пониманию законов природы. Конечно, при создании современных технологий существенно использовались обширнейшие эмпирические данные. Однако куда более важна физическая теория, лежащая в основе этих технологий, и сейчас нас будет интересовать именно она. Теории, существующие в настоящее время, отличаются удивительной точностью. Но сила их заключается не только в способности правильно описывать соответствующие явления и процессы. Не меньшее значение имеет и то, что они, как оказывается, прекрасно поддаются точному и скрупулезному математическому анализу. Взятые вместе, эти обстоятельства позволили нам создать науку, обладающую поистине впечатляющей силой.

Физическая теория, о которой идет речь, имеет богатую историю. Но одно событие можно особенно выделить: это публикация в 1687 году *Математических начал натуральной философии* Исаака Ньютона. В этой работе, имеющей непреходящее значение, было показано, как, исходя из весьма немногих физических принципов, можно понять (причем зачастую с поразительной точностью) реальное поведение многих физических объектов. (Значительная часть *Начал* посвящена разработке математических методов, хотя более удобный для практического использования аппарат был создан позднее Эйлером и другими физиками и математиками.) Собственные труды Ньютона, как он охотно признавал, во многом опирались на труды его предшественников, выдающихся мыслителей, среди которых были Галилео Галилей, Рене Декарт и Иоганн Кеплер. Некоторые из основополагающих идей Ньютон заимствовал у еще более древних мыслителей. Упомяну в частности геометрические идеи Платона, Евдокса, Евклида, Архимеда и Аполлония. Об этих математиках я еще расскажу более подробно в дальнейшем.

Отклонения от основных положений динамики Ньютона появились позднее. Первым из них оказалась электромагнитная теория Джеймса Клерка Максвелла, разработанная в середине XIX века. Она охватывала не только классическое поведение электрического и магнитного полей, но и поведение света.[3] Эта замечательная теория будет рассмотрена нами чуть позднее. Теория Максвелла имеет первостепенное значение для современной технологии, равно как и для понимания принципов функционирования нашего головного мозга, в котором электромагнитные явления играют очень важную роль. Менее ясно, имеют ли какое-нибудь отношение к процессам нашего мышления две поистине великие теории относительности, связанные с именем Альберта Эйнштейна. Специальная теория относительности, возникшая из исследований уравнений Максвелла, была создана Анри Пуанкаре, Хендриком Лоренцем и Эйнштейном (позднее элегантное геометрическое описание специальной теории относительности предложил Герман Минковский) для объяснения необычного поведения тел, движущихся со скоростями, близкими к скорости света. Частью этой теории стало знаменитое соотношение Эйнштейна $E = mc^2$. Но влияние специальной теории относительности на технологию до сих пор остается весьма слабым (если не считать ядерной физики), а отношение к функционированию нашего мозга – в лучшем случае косвенным. С другой стороны, специальная теория относительности затрагивает фундаментальные вопросы физической реальности, связанные с природой времени. В последующих главах мы увидим, что это приводит нас к ряду «загадок» из области квантовой теории, которая может иметь принципиальное значение для понимания наших механизмов восприятия «течения времени». Кроме того, нам необходимо понять специальную теорию относительности прежде, чем мы сможем должным образом оценить общую теорию относительности Эйнштейна – теорию, которая использует для описания гравитации искривленное пространство-время. До сих пор эта теория не оказывала на технологию почти никакого

[3] Поразительно, что все установленные отклонения от ньютоновской картины связаны фундаментальным образом с поведением света. Во-первых, это существование бестелесных полей, переносящих энергию, которые описываются электромагнитной теорией Максвелла. Во-вторых, как мы увидим, скорость света играет решающую роль в специальной теории относительности Эйнштейна. В-третьих, незначительные отклонения от ньютоновской теории гравитации, о которых нам говорит эйнштейновская общая теория относительности, становятся существенными только при скоростях, сравнимых со скоростью света. (Отклонение света вблизи Солнца, движение Меркурия, скорости убегания, сравнимые со скоростью убегания света для черных дыр, и т.д.) В-четвертых, дуализм волна–частица в квантовой теории впервые был обнаружен в поведении света. Наконец, нельзя не упомянуть о квантовой электродинамике – квантовой полевой теории света и заряженных частиц. Можно легко представить себе, что сам Ньютон с готовностью согласился бы признать, что фундаментальные проблемы его картины мира кроются в загадочном поведении света (см. Ньютон [1730], а также Пенроуз [1987a]).

влияния,[4] так что предположение о возможной связи между общей теорией относительности и процессами, происходящими в нашем мозге, потребовало бы немалой смелости воображения.[5]

Интересно, что в наших дальнейших размышлениях общая теория относительности будет играть существенную роль, особенно в главах 7 и 8, где нам придется отправиться в самые удаленные области пространства и времени, чтобы собрать «по зернышку» сведения о тех изменениях, которые, как я считаю, необходимы для создания полностью непротиворечивой картины квантовой теории – но об этом позже!

Всё, что мы до сих пор упоминали, относится к области классической физики. А как обстоит дело с квантовой физикой? В отличие от теории относительности, квантовая теория начинает оказывать существенное влияние на технологию. Отчасти это объясняется тем вкладом, который квантовая теория внесла в столь технологически важные области, как химия и металлургия. Действительно, для многих эти области теперь срослись с физикой именно благодаря тем новым знаниям, которые дала нам квантовая теория. Помимо этого существуют и совершенно новые явления, появление которых без квантовой теории было бы невозможным (самым известным из таких явлений, думаю, будет справедливо назвать лазер). Тогда что же мешает нам предположить, что некоторые существенные аспекты квантовой теории могут играть решающую роль в той физике, которая лежит в основе наших процессов мышления?![6]

А как обстоит дело с относительно новыми физическими теориями? Возможно, некоторым читателям приходилось встречаться с возбуждающими идеями, использующими такие понятия, как «кварки» (см. с. 131)[7], теории великого объединения, «инфляционный сценарий» (см. заключительное примечание 26 на с. 37 МОИ № 16), «суперсимметрия», теория «(супер)струн» и т.д. Как такие новые течения согласуются с теми теориями, о которых шла речь выше? Насколько нам важно уделять внимание их изучению? Чтобы выработать ясное понимание подобных вопросов, было бы полезно разбить основные физические теории на три широкие категории. Я назову их следующим образом:

1. ПРЕВОСХОДНАЯ.
2. ПОЛЕЗНАЯ.
3. ПРОБНАЯ.[8]

К категории ПРЕВОСХОДНАЯ надлежит отнести все теории, которые я рассматривал в предыдущих разделах. Для того, чтобы теорию можно было причислить к разряду ПРЕВОСХОДНЫХ, совершенно не обязательно, по-моему, требовать от нее полного согласия со всеми явлениями в мире – однако диапазон явлений и точность их описания должны быть в определенном смысле феноменальными.[9] Принимая во внимание такую трактовку термина «превосходная», остается только удивляться тому, что в эту категорию вообще попадают какие-то теории! Я не знаю ни одной фундаментальной теории в любой другой естественной науке, которую можно было бы с достаточным основанием отнести к этой категории. Возможно, больше всех других название «превосходной» заслуживает теория естественного отбора, выдвинутая Дарвином и Уоллисом, – но и ей далеко до идеала.

---

[4] Но только почти: точность, которая требуется при управлении полетом спутника или космического зонда, такова, что для расчета его орбиты нужно принимать во внимание эффекты искривления пространства-времени, описываемые общей теорией относительности. И то же самое справедливо в отношении особо прецизионных устройств, способных установить местоположение заданного объекта на земной поверхности с точностью до долей метра.

[5] **В.Э.:** Вообще, если говорить именно о связи между общей теорией относительности и процессами мозга, то она, конечно имеется очевидная и несомненная. Только не в том смысле, что явления, рассматриваемые в теории относительности, происходят в мозге, а в том смысле, что процессы мозга создали теорию относительности. И то, КАК они при этом работали, представляет большой интерес и имеет существенное значение.

[6] **В.Э.:** Что мешает предположить? В первую очередь то, что идеи квантовой механики не имеют никакого значения в программировании компьютеров. Программист, проектирующий и создающий свои (эффективно работающие!) системы программ, абсолютно не думает о сцеплении фотонов, редукции волновой функции и т.д. В то же время он (при достаточно высокой квалификации) может спроектировать (и при определенных условиях также и реализовать) такую систему программ, которая будет эквивалентна человеческому интеллекту (или даже превзойдет его) – вопреки мнению Пенроуза, основанному на (ошибочных) интерпретациях теоремы Гёделя.

[7] **В.Э.:** Это чуть ниже в этом же параграфе.

[8] **В.Э.:** В оригинале: 1. SUPERB, 2. USEFUL, 3. TENTATIVE.

[9] В оригинале игра слов: *phenomen* – явление, *phenomenal* – феноменальный. – *Прим. ред.*

Самой древней из ПРЕВОСХОДНЫХ теорий по праву можно считать евклидову геометрию, с отдельными положениями которой мы познакомились еще в школе. Возможно, древние вообще не рассматривали евклидову геометрию как физическую теорию, но в действительности она была таковой: тонкой и в высшей степени точной теорией физического пространства – и геометрии твердых тел. Почему я упоминаю о евклидовой геометрии как о физической теории, а не как о разделе математики? Причина проста: по иронии судьбы евклидова геометрия – как нам стало теперь известно – не вполне точна в качестве инструмента для описания того физического пространства, в котором мы все обитаем[10]! Общая теория относительности Эйнштейна говорит нам, что пространство-(время) в действительности «искривлено» (т.е. не является в точности евклидовым) в присутствии гравитационного поля. Но этот факт отнюдь не лишает евклидову геометрию права называться ПРЕВОСХОДНОЙ теорией. Действительно, в метровом диапазоне отклонения от евклидовой плоскостности чрезвычайно малы, и ошибки, связанные с заменой геометрии реального пространства на евклидову, составляют величину меньшую, чем диаметр атома водорода!

С полным основанием можно утверждать, что статика – теория, занимающаяся изучением неподвижных тел – превратившаяся в красивую науку благодаря Архимеду, Паппу и С. Стевину – может быть смело отнесена к категории ПРЕВОСХОДНЫХ теорий. В настоящее время статика входит в ньютоновскую механику. Глубокие идеи динамики (занимающейся изучением движущихся тел) были заложены примерно в 1600 году Галилеем и позднее превращены Ньютоном в величественную и широкую по своему охвату теорию. Динамика несомненно должна быть включена в категорию ПРЕВОСХОДНЫХ теорий. Применительно к движению планет и лун экспериментальная точность динамики поистине превосходна – выше одной десятимиллионной. Одна и та же ньютоновская схема применима и здесь, на Земле, и за пределами звезд и галактики, причем примерно с одинаковой точностью.[11] Аналогичным

[10] **В.Э.:** С точки зрения Веданской теории здесь немножко неточно. Всякий субъект (животные, человек, робот и т.д.), чтобы успешно действовать во внешнем мире, должен создать в своем управляющем компьютере (мозге и т.п.) систему кодирования взаимного месторасположения себя и различных других объектов. Эта (программная) система создает пространство, в котором потом размещает и себя, и объекты, с которыми имеет дело. Таким образом, пространство в первую очередь является продуктом программной системы (и, как таковой продукт, принадлежит «Платонову миру идей»). Человеческая система кодирования месторасположения объектов использует для этой цели три «оси координат» (три независимые величины: «вперед–назад», «вправо–влево», «выше–ниже», каким бы именно способом эти координаты ни кодировались в мозге). Именно поэтому (и только поэтому) «наше» пространство является (в точности!) трехмерным эвклидовым пространством (и именно поэтому мы не в состоянии «наглядно» представить никакое другое пространство). Само собой разумеется, что эта система кодирования была разработана Естественным отбором потому, что она достаточно хорошо годилась для практических нужд. Что же касается «физического пространства», то такое понятие должно вводиться отдельно, прежде чем им пользоваться. (И при таком введении и определении этого понятия надо помнить о существовании этого первого пространства – продукта мозговой программной системы). В современной физике это не делается – и это создает много трудностей и огромную путаницу (частным результатом которой являются интернетовские сайты, в которых ведется активная борьба против теории относительности и за «возврат к здравому смыслу», т.е. – к пространству, встроенному в наших головах). Я думаю, что такие термины как «искривление пространства» очень неудачны. (Пространство, встроенное в наших головах, не может быть искривлено!). Вместо таких терминов лучше было бы ввести другие, более точно выражающие сущность явлений и базирующиеся на закономерностях, наблюдаемых при измерениях физических объектов (говорящие о таких закономерностях). Сущность теорий относительности сохранилась бы, но она была бы высказана в форме более удобной, понятной и не вызывающей протест. Речь тогда шла бы только о том, насколько точно встроенное в наших головах пространство отражает закономерности реального измерения внешних объектов и их взаимных отношений.

[11] **В.Э.:** Однако это не заслуга теории, а заслуга самой Природы. Теория – это набор понятий и алгоритмов («вторичных» по терминологии Веданской теории, т.е. вычислительных). Ситуация здесь такова: между явлениями природы существует определенный изоморфизм (т.е. они происходят в некотором смысле «одинаково»), причем в широком диапазоне – и «здесь на Земле», и «там», в масштабах отдаленных галактик. Такое множество изоморфных между собой вещей (в данном случае – природных явлений) в Веданской теории называется «изоморфой». И вот, между этой изоморфой природных явлений с одной стороны, и вторичными, вычислительными алгоритмами (формулами теории) с другой стороны, опять существует изоморфизм (взаимное соответствие). Это соответствие и делает формулы теории применимыми к явлениям природы. Заслуга Ньютона в том, что он нашел этот второй изоморфизм (между

образом, теория Максвелла применима с высокой точностью в необычайно широком диапазоне, примыкающем с одного конца к микроскопическим масштабам атомов и субатомных частиц, а с другого – к масштабам галактик, т.е. в миллион миллионов миллионов миллионов миллионов миллионов раз больших! (На микроскопическом конце шкалы уравнения Максвелла необходимо надлежащим образом сочетать с правилами квантовой механики.) Так что теорию Максвелла по праву можно тоже отнести к ПРЕВОСХОДНЫМ теориям.

Специальная теория относительности Эйнштейна (предтечей которой выступил Пуанкаре, а изящную формулировку предложил Минковский) дает удивительно точное описание явлений, в которых скорости объектов могут приближаться к скорости света, т.е. при таких скоростях, когда ньютоновские описания начинают «не срабатывать». Изящная и оригинальная теория общей относительности Эйнштейна обобщает динамическую теорию (гравитации) Ньютона и повышает ее точность, наследуя при этом все достоинства теории Ньютона во всем, что касается движения планет и лун. Кроме того, общая теория относительности Эйнштейна объясняет различные необычные наблюдаемые явления, не укладывающиеся в более старую ньютоновскую схему. Рассмотрение одного из таких явлений (а именно, «двойного пульсара», см. с. 175[12]) показывает, что теория Эйнштейна справедлива с точностью до 10^{-14}. Обе теории относительности, вторая из которых включает в себя первую, с полным основанием могут быть отнесены к категории ПРЕВОСХОДНЫХ теорий (по причинам их математического изящества, почти не уступающего их точности).

Диапазон явлений, объясняемых необычайно красивой и революционной квантовой механикой, и точность, с которой она согласуется с экспериментом, ясно указывают на то, что квантовая теория вне всяких сомнений может быть отнесена к категории ПРЕВОСХОДНЫХ. Никаких расхождений между наблюдениями и квантовой механикой не известно – но сила ее простирается еще дальше, проявляя себя в ряде ранее необъяснимых явлений, которые ныне получили обоснование в рамках этой теории. Законы химии, стабильность атомов, четкость спектральных линий (см. с. 190)[13] и их весьма специфическое расположение в наблюдаемых спектрах; удивительное явление сверхпроводимости (нулевого электрического сопротивления) и поведение лазеров – таков далеко не полный перечень явлений, объясняемых квантовой механикой.

Я устанавливаю высокие стандарты для категории ПРЕВОСХОДНЫХ теорий – но именно к таким стандартам мы привыкли в физике. А как обстоит дело с теориями, появившимися в последнее время? По моему мнению, только одна из них может претендовать на включение в категорию ПРЕВОСХОДНЫХ, и она не так уж нова: я имею в виду теорию, получившую название <u>квантовой электродинамики</u> (или КЭД). Ее основы заложили в своих трудах Иордан, Гейзенберг и Паули; сформулирована она была Дираком в 1926–1934 годах; а «рабочую форму» обрела в работах Бете, Фейнмана, Швингера и Томонаги в 1947–1948 годах. Эта теория возникла как соединение принципов квантовой механики и специальной теории относительности, совместно с уравнениями Максвелла и фундаментальным уравнением, описывающим движение и спин электронов, выведенным Дираком. В целом, квантовая электродинамика не обладает привлекательным изяществом или непротиворечивостью более ранних ПРЕВОСХОДНЫХ теорий, но я, тем не менее, считаю возможным отнести эту дисциплину к таковым в силу ее поистине феноменальной точности. Особого упоминания заслуживает хотя бы один результат, следующий из квантовой электродинамики – оценка величины магнитного момента электрона. (Электроны ведут себя как крохотные магниты, образованные вращающимися вокруг собственной оси электрическим зарядом. Термин «магнитный момент» как раз и характеризует силу такого крохотного магнита.) Величина 1,00115965246 (в соответствующих единицах и с допустимой погрешностью около 20 в двух последних знаках) была вычислена для магнитного момента электрона на основе квантовой электродинамики – в то время как самое последнее из полученных экспериментальных значений этой величины составляет 1,001159652193 (с возможной погрешностью около 10 в двух последних цифрах). Как отметил Фейнман, при столь малой погрешности расстояние от Нью-Йорка до Лос-Анджелеса можно было бы определить с точностью до толщины человеческого волоса! Нам нет необходимости досконально знакомиться

формулами и явлениями природы), но не его заслуга в том, что первая изоморфа настолько широка, что охватывает явления от «земных» предметов до гигантских галактик.

[12] **В.Э.:** В моем издании это конец §5.13 в этом томе.

[13] **В.Э.:** В моем издании это конец §6.2 в этом томе.

здесь с этой теорией, но для создания у читателя более полного представления о предмете наших рассуждений, я в конце следующей главы вкратце упомяну некоторые из принципов и существенных особенностей квантовой электродинамики.[14]

Отдельные современные теории я мог бы отнести к категории ПОЛЕЗНЫХ. Две из них не понадобятся нам в дальнейшем, но упомянуть о них всё же стоит. Первая – это кварковая модель субатомных частиц Гелл-Манна–Цвейга. Субатомные частицы называются адронами. К этой группе относятся протоны, нейтроны, мезоны и т.д., образующие атомные ядра, – или, точнее, «сильно взаимодействующие» частицы. Возникшая (позднее) детальная теория их взаимодействия получила название квантовой хромодинамики, или КХД. Основная идея КХД состоит в том, что все адроны «построены» из составных частей, называемых «кварками», которые взаимодействуют между собой в соответствии с некоторым обобщением теории Максвелла (известным под названием «теории Янга–Миллса»). Во-вторых, существует теория (предложенная Глэшоу, Саламом, Уордом и Вайнбергом – также на основе теории Янга–Миллса), объединяющая электромагнитное взаимодействие со «слабым» взаимодействием, ответственным за радиоактивный распад. Эта теория включает в себя описание так называемых лептонов (электронов, мюонов, нейтрино, а также W- и Z -частиц – т.е. всех «слабо взаимодействующих» частиц). Обе теории подкрепляются солидными экспериментальными данными. Но по различным причинам эти теории не столь точно, как хотелось бы (по сравнению, например, с КЭД или другими теориями), согласуются с экспериментом, и их предсказательная сила в настоящее время еще далеко не соответствует тем феноменальным стандартам, которые требуются для их включения в категорию ПРЕВОСХОДНЫХ теорий. Взятые вместе, эти две теории (причем вторая из них – вместе с КЭД) иногда называются стандартной моделью.

Наконец, существует еще одна теория (другого типа), которая, на мой взгляд, относится по меньшей мере к категории ПОЛЕЗНЫХ теорий. Я говорю о теории Большого взрыва, в результате которого родилась Вселенная.[15] Эта теория будет играть важную роль в главах 7 и 8 {МОИ № 16}.

На этом, как мне кажется, заканчивается список теорий – претендентов на звание ПОЛЕЗНЫХ.[16] Существует много идей, пользующихся в настоящее время (или пользовавшихся до недавнего времени) широкой популярностью. Среди них «теории Калуцы–Клейна»; «суперсимметрия» (или «супергравитация»); всё еще чрезвычайно модные теории «струн» (или «суперструн»); а также теории великого объединения, равно как и отдельные порожденные ими идеи, например, «инфляционный сценарий» (см. примечание 13 на с. 282). Все они, по моему твердому убеждению, относятся к категории ПРОБНЫХ теорий (см. работы Барроу [1988], Клоса [1983], Дэвиса и Брауна [1988], Сквайерса [1985]). Важное различие между категориями ПОЛЕЗНЫХ и ПРОБНЫХ теорий состоит в том, что последние не подкреплены надежными

[14] Популярное изложение квантовой электродинамики см. в книге Фейнмана *КЭД* [1985].

[15] Имеется в виду так называемая «стандартная модель» Большого взрыва. Существует много вариантов теории Большого взрыва, наиболее известный из которых носит имя «инфляционный сценарий». По моему твердому убеждению, инфляционный сценарий относится к категории ПРОБНЫХ теорий.

[16] Существует величественная область давно устоявшегося физического знания, а именно – термодинамика Карно, Максвелла, Кельвина, Больцмана и других ученых, которую я не собираюсь здесь классифицировать. Мое решение может показаться некоторым из читателей странным, но я поступаю так умышленно. По причинам, которые, возможно, станут яснее в главе 7, я не испытывал ни малейшего желания заносить термодинамику в том виде, какой она имеет в настоящее время, в категорию истинно ПРЕВОСХОДНЫХ теорий. Но многие физики, вероятно, сочли бы кощунством, осмелься я назвать это великолепное собрание таких красивых фундаментальных идей унизительным термином ПОЛЕЗНЫЕ! Я считаю, что термодинамика в ее обычном понимании – как дисциплины, оперирующей только средними величинами и ничего не говорящая о поведении отдельных компонентов системы; науки, отчасти сочетающей в себе следствия из других теорий, – не является в полном смысле физической теорией (конечно, с моей точки зрения, которую я распространяю и на математический базис статистической механики). Пользуясь случаем, я всё же приношу читателям извинения за то, что оставил в стороне эту проблему и предпочел оставить вопрос классификации в стороне. Далее в главе 7 я высказываю уверенность в том, что между термодинамикой и теми идеями, которые относятся к модели Большого взрыва и которые я ранее охарактеризовал как ПОЛЕЗНЫЕ, существует тесная взаимосвязь. Убежден, что в результате правильного объединения этих двух теорий (пока еще, увы, не реализованного), должна возникнуть новая теория, которую с полным основанием можно будет отнести к категории ПРЕВОСХОДНЫХ. К этому вопросу нам еще придется вернуться в дальнейшем.

экспериментальными данными.[17] Это отнюдь не означает, что какая-нибудь из них не может неожиданно возвыситься до разряда ПОЛЕЗНОЙ и даже ПРЕВОСХОДНОЙ. Некоторые из упомянутых выше теорий содержат оригинальные и весьма многообещающие идеи, пока, правда, не получившие достаточного экспериментального подтверждения. Категория ПРОБНЫХ теорий охватывает весьма широкий диапазон. Не исключено, что концепции, встречающиеся в отдельных теориях подобного рода, несут в себе зерна новых достижений в понимании природы – но в то же время другие из них на удивление неправдоподобны и вполне могут ввести своих сторонников в заблуждение. (У меня было искушение отщепить от категории почтенных ПРОБНЫХ теорий еще одну, четвертую категорию, и назвать ее, скажем, ТУПИКОВЫЕ теории, но по зрелом размышлении я отказался от этого намерения, поскольку не хочу потерять половину своих друзей!)

Не следует удивляться тому, что основные ПРЕВОСХОДНЫЕ теории возникли довольно давно. Вероятно, на протяжении истории таких теорий существовало гораздо больше, но некоторые из них со временем перешли в категорию ПРОБНЫХ и в большинстве своем оказались забыты. Аналогичным образом, в категорию ПОЛЕЗНЫХ теорий попадало немало таких, которые впоследствии теряли свою актуальность, тогда как некоторые поглощались другими – ставшими впоследствии ПРЕВОСХОДНЫМИ теориями. Рассмотрим несколько примеров. До того, как Коперник, Кеплер и Ньютон создали новую, более совершенную теорию, существовала детально разработанная теория планетных движений, родившаяся в Древней Греции и получившая название птолемеевой системы. Согласно этой модели, движения планет описывались сложной суперпозицией круговых движений. Птолемеева система была весьма эффективной с точки зрения предсказаний, но с каждым разом становилась всё сложнее и сложнее по мере повышения требований к точности. Нам, живущим ныне, птолемеева система кажется слишком искусственной. Это – хороший пример ПОЛЕЗНОЙ системы (она действительно была полезной на протяжении почти двадцати веков!), которая впоследствии, сыграв свою историческую организующую роль, сошла со сцены как физическая теория. В качестве хорошего примера ПОЛЕЗНОЙ теории, которая в конце концов доказала свою состоятельность, можно привести блестящую идею Кеплера о движении планет по эллиптическим орбитам. Другим примером могла бы стать периодическая система химических элементов Менделеева. Сами по себе эти идеи не позволяют построить модели, обладающие предсказательной силой требуемого «феноменального» характера, однако в будущем они становятся «правильными» следствиями из выросших из них ПРЕВОСХОДНЫХ теорий (соответственно, ньютоновской динамики и квантовой теории).

В последующих разделах и главах я не буду останавливаться на обсуждении существующих ныне теорий, которые всего лишь ПОЛЕЗНЫ или ПРОБНЫ. Достаточно сказать о тех теориях, которые ПРЕВОСХОДНЫ. Можно считать удачей, что у нас есть такие теории, позволяющие постигать этот мир во всей его полноте. Но в конечном счете, мы должны попытаться решить вопрос о том, достаточно ли могущественны даже эти теории, чтобы описывать функционирование нашего мозга и работу разума. В свое время я еще вернусь к этой теме – а пока мы рассмотрим ПРЕВОСХОДНЫЕ теории в том виде, в котором они нам сегодня известны, и попробуем оценить степень их применимости к интересующим нас задачам.

§5.2. Евклидова геометрия

Евклидова геометрия – это, попросту говоря, тот самый предмет, который мы изучаем в школе как «геометрию». Однако я подозреваю, что большинство людей склонны считать евклидову геометрию областью математики, а вовсе не физической теорией. Разумеется, евклидова геометрия является в том числе и математикой – но всё же это не единственная возможная математическая геометрия. Та геометрия, которую придумал Евклид, очень точно описывает физическое пространство нашего с вами мира, но это – не логически необходимое следствие, а всего лишь (почти точно) наблюдаемое свойство физического мира.

[17] Мои коллеги спросили меня, в какую категорию я поместил бы «теорию твисторов» – глубоко разработанный круг идей и процедур, с которыми я был связан на протяжении долгих лет. Поскольку она представляет собой альтернативную теорию окружающего мира, ее нельзя охарактеризовать иначе, как ПРОБНУЮ; но, по большому счету, она является просто способом математической записи давно созданных физических теорий.

Действительно, существует другая геометрия, называемая геометрией Лобачевского (или гиперболической)[18], которая во многом похожа на евклидову геометрию, но имеет при этом и некоторые интригующие отличия. Напомним, в частности, что в евклидовой геометрии сумма углов треугольника всегда равна 180°. В геометрии Лобачевского сумма углов треугольника всегда меньше 180°, причем отличие суммы углов от 180° пропорционально площади треугольника (рис. 5.1).[19]

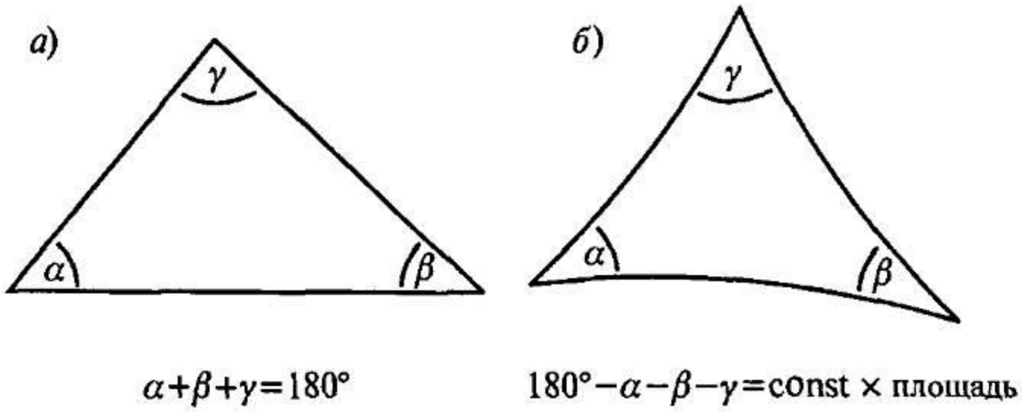


Рис. 5.1. а) Треугольник в евклидовом пространстве, б) Треугольник в пространстве Лобачевского

Замечательный голландский художник Мориц К. Эшер создал несколько мозаик, очень тонко и точно передающих суть геометрии Лобачевского. Одна из этих мозаик представлена на рис. 5.2. Каждую черную рыбу, в соответствии с геометрией Лобачевского, следует считать имеющей такой же размер и такую же форму, что и любая другая черная рыба. Для белых рыб – аналогично. Геометрия Лобачевского не может быть абсолютно точно воспроизведена на евклидовой плоскости, отсюда – кажущееся скопление рыб вблизи круговой границы. Представьте себе, что вы находитесь внутри мозаики где-то у этой окружности. Тогда геометрия Лобачевского должна для вас выглядеть точно такой же, как если бы находились в центре или в каком-то другом месте мозаики. То, что выглядит как «граница» мозаики в этом евклидовом представлении, в действительности находится «на бесконечности» в геометрии Лобачевского. Граничную окружность вообще не следует рассматривать как часть пространства Лобачевского –

---

[18] Николай Иванович Лобачевский (1792–1856) – один из нескольких математиков, независимо друг от друга открывших этот тип геометрии (альтернативный геометрии Евклида). Имена остальных: Карл Фридрих Гаусс (1777–1855), Фердинанд Швейкард и Янош Бойяи.

[19] **В.Э.:** Здесь все-таки требуется уточнение. Само по себе эвклидово пространство (и тем самым эвклидова геометрия) является определенным способом (использованным в том числе нашими мозговыми программами) представления и описания (т.е. кодирования) взаимоотношений объектов. Основа этого способа – три размерности или, что то же самое, свободное комбинирование трех независимых величин. Как способ кодирования он представляет собой определенный алгоритм, а созданное им пространство, стало быть, является потенциальным продуктом этого алгоритма. Как всегда, если задан алгоритм, то в его продуктах существуют (и могут быть найдены) определенные объективные закономерности. В частности, такими закономерностями для данного способа кодирования (алгоритма) являются теорема Пифагора, то, что сумма углов треугольника равна 180°, и всё прочее, что мы знаем об эвклидовой геометрии. Как алгоритм со своими потенциальными продуктами и объективными закономерностями в них, всё это принадлежит ко вторичным алгоритмам по Веданской теории. Но, как всегда, эти вторичные продукты могут быть изоморфны природным явлениям (и их прямым измерениям – первичным алгоритмам). Если такой изоморфизм существует (в каких-то пределах), то (в этих пределах) данный вторичный алгоритм будет представлять собой «теорию» изоморфной ему области Природы. В этом смысле эвклидова геометрия действительно представляет собой физическую теорию, поскольку – в некоторых пределах – изоморфна физическим явлениям. (Не будь она изоморфной, Естественный отбор не встроил бы этот способ кодирования взаимоотношений объектов в наши головы). Помимо этого способа кодирования взаимоотношений объектов, разумеется, могут существовать и другие способы (другие алгоритмы). В потенциальных продуктах таких алгоритмов будут наблюдаться уже другие закономерности. Это и будут «другие геометрии». В некоторых областях Природы они могут оказаться более изоморфными физическим явлениям, чем наш первый способ кодирования, и тем самым – более подходящими «теориями».

равно как и никакую часть евклидовой области, лежащую за ее пределами. (Это остроумное представление плоскости Лобачевского принадлежит Пуанкаре. Его достоинство заключается в том, что форма очень маленьких фигур при этом не искажается – изменяются только их размеры.) «Прямыми» в геометрии Лобачевского (вдоль которых расположены некоторые из рыб на мозаике Эшера) служат окружности, пересекающие круговую границу под прямыми углами.

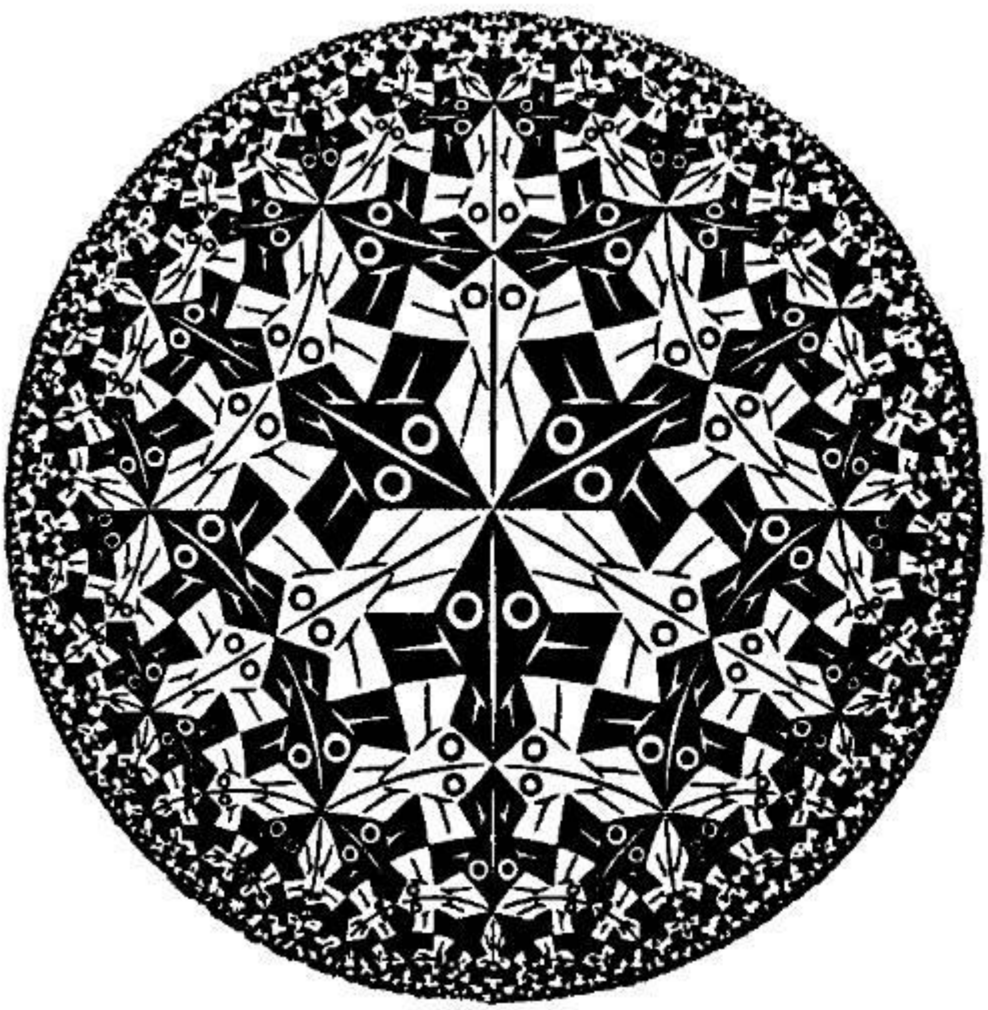


Рис. 5.2. Пространство Лобачевского, изображенное Эшером в виде мозаики. (Все рыбы – как черные, так и белые – должны считаться конгруэнтными.)

Вполне может быть, что геометрия Лобачевского действительно выполняется для нашего мира в космологических масштабах (см. главу 7, с. 264). Но коэффициент пропорциональности между дефицитом углов и площадью треугольника в этом случае чрезвычайно мал, а для обычных масштабов евклидова геометрия дает превосходное приближение геометрии Лобачевского. В самом деле, как мы увидим далее в этой главе, общая теория относительности Эйнштейна говорит нам о том, что геометрия нашего мира действительно отклоняется от евклидовой геометрии (хотя и «нерегулярно», т.е. более сложно, чем геометрия Лобачевского) на масштабах, значительно уступающих космологическим, хотя по обычным меркам нашей повседневной жизни эти отклонения всё равно будут ничтожно малы.

Тот факт, что евклидова геометрия, казалось бы, столь точно отражает структуру «пространства» нашего мира, вводил нас (и наших предшественников!) в заблуждение, заставляя думать, будто евклидова геометрия является логической необходимостью или будто мы обладаем внутренней интуитивной способностью априори догадаться, что евклидова геометрия должна быть применима к миру, в котором мы живем. (Так утверждал даже великий философ Иммануил Кант.)[20] Реальный разрыв с евклидовой геометрией наступил только с созданием Эйнштейном общей теории относительности, появившейся на свет много лет спустя. И тогда стало понятно,

[20] **В.Э.:** Нет – Кант был тоньше и точнее.

что евклидова геометрия вовсе не является логической необходимостью, и что ее весьма точное (хотя и далеко не абсолютное) соответствие структуре нашего физического пространства – не более, чем результат эмпирических наблюдений![21] Евклидова геометрия действительно была (ПРЕВОСХОДНОЙ) физической теорией. И это в дополнение к тому, что евклидова геометрия – изящный и логически непротиворечивый раздел чистой математики.

Здесь угадывается определенное сходство с философской концепцией Платона[22] (изложенной примерно в 360 году до н.э. – почти за пятьдесят лет до появления *Начал* Евклида – знаменитого сочинения по геометрии). С точки зрения Платона объекты чистой геометрии – прямые, окружности, треугольники, плоскости и т.п. – могут быть лишь приблизительно реализованы в реальном мире физических вещей.[23] Эти математически точные объекты чистой геометрии обитают в другом мире – платоновском идеальном мире математических понятий. Платоновский мир состоит не из осязаемых вещей, а из «математических объектов». Этот мир доступен нашему восприятию не обычным физическим путем, а посредством интеллекта. Человеческий разум контактирует с миром Платона всякий раз, когда открывает математическую истину, постигая ее с помощью математических рассуждений и интуитивных догадок. Идеальный мир Платона рассматривался как отличный от нашего материального мира – более совершенный, но при этом столь же реальный. (Вспомним сказанное в главах 3 и 4, с. 119, 132 {МОИ № 14} о платоновской реальности математических понятий.) Таким образом, хотя идеальные объекты чистой евклидовой геометрии можно исследовать с помощью мысли, логически выводя при этом их свойства – отсюда вовсе не следует, что для «несовершенного» физического мира, воспринимаемого нашими органами чувств, неукоснительное следование этому идеалу является необходимостью. Располагая в свое время достаточно скудными данными, Платон, по-видимому благодаря какому-то чудесному озарению, смог предугадать, что, с одной стороны, математику следует изучать и понимать ради самой математики, и что нельзя требовать полного и точного соответствия математических объектов объектам физического опыта; а с другой – что функционирование реального внешнего мира в конечном счете может быть понято только в терминах точной математики, т.е. в терминах платоновского идеального мира, «доступного через интеллект»!

Платоном в Афинах была основана Академия, в задачи которой входило дальнейшее развития таких идей. Среди элиты, выросшей из числа членов этой Академии, был и необычайно влиятельный и знаменитый философ Аристотель. Но здесь нас будет интересовать другой человек, принадлежащий к платоновской Академии – математик и астроном Евдокс, несколько менее известный, чем Аристотель, но, по моему глубокому убеждению, гораздо более проницательный ученый, один из величайших мыслителей античности.

---

[21] **В.Э.:** Нет, нет! Это далеко не «результат эмпирических наблюдений»! Эвклидова геометрия уникальна тем, что она встроена в человеческую операционную систему как способ кодирования пространства (т.е. отношений между объектами). И именно ЭТО утверждал Иммануил Кант – разумеется, в формулировке, какая могла быть создана в его время. Он и утверждал, что это пространство дано нам *apriori* (т.е. – еще ДО всякого нашего опыта). И правильно утверждал – так оно и есть. Веданская теория только показывает, ЧТО всё это означает (в терминах систем обработки информации).

[22] **В.Э.:** Это верно; Пенроуз ниже сразу перейдет к «прямым, окружностям и треугольникам»; они тоже объекты «платонова мира», но, прежде, чем перейти к ним, мы должны констатировать и отметить, что и само эвклидово пространство (еще до всяких там окружностей и треугольников) – ТОЖЕ принадлежит не физическому миру, а «платоновскому миру», т.е. потенциальным продуктам мозговых программ.

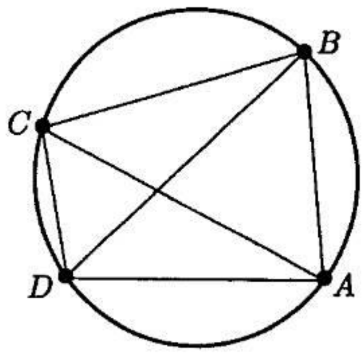
[23] **В.Э.:** «Идеальная» платоновская прямая – это потенциальный продукт мозговой программы для проведения прямых линий; аналогично «идеальная» окружность – это потенциальный продукт мозговой программы, которая рисует окружности. Чтобы субъект (человек, робот и т.д.) был способен провести прямую (на какой-то поверхности, положим, на песке или бумаге), он должен прежде обладать программой (в своем мозге или вообще в компьютере), под управлением которой субъект эту прямую и проведет (если программу действительно запустить на выполнение). Назовем эту программу *П*. Если программа *П* и в самом деле выполнялась, то результатом ее выполнения будет реальная прямая. Но если программу *П* НЕ выполняют, а только анализируют «со стороны», то (у анализирующей программы) появится объект, называемый потенциальным продуктом программы *П*. Этот объект и есть «идеальная» прямая, существующая НЕ в физическом мире, а в «платоновском мире» и доступная только «интеллекту» (т.е. – той программе, которая анализирует программу *П* и строит ее потенциальные продукты, точнее – структуры, кодирующие эти продукты). Так это обстоит в действительности; – ну, а Платон рассказывает всё в общем-то правильно, но только в такой форме, какую можно было придумать в его время.

В евклидовой геометрии есть одна очень важная и тонкая составляющая, которая, на самом деле, является очень существенной и которую сегодня мы вряд ли вообще отнесли бы к геометрии! (Математики охотнее назвали бы это «анализом», чем «геометрией».) Речь идет о введении действительных чисел. Евклидова геометрия использует длины и углы. Чтобы иметь возможность использовать такую геометрию, нам необходимо понимать, какого рода «числа» нужны для описания этих самых длин и углов. И здесь новая идея была предложена Евдоксом (ок. 408–335 гг. до н.э.) в IV веке до н.э.[24] Греческая геометрия переживала «кризис» из-за открытия пифагорейцами таких чисел, как $\sqrt{2}$ (последнее необходимо для того, чтобы выразить длину диагонали квадрата через длины его сторон), не представимых в виде дроби, т.е. отношения двух целых чисел. Для древних греков было важно иметь возможность формулировать их геометрические меры (отношения) в терминах (отношений) целых чисел, чтобы оперировать геометрическими величинами в соответствии с правилами арифметики. В основном, идея Евдокса заключалась в том, чтобы дать метод описания отношений длин (т.е. действительных чисел!) в терминах целых чисел. Евдоксу удалось сформулировать в рамках операций над целыми числами такие критерии, которые позволяли решать, является ли одно из отношений длин больше другого или их можно считать в точности равными.

В общих чертах идея Евдокса сводится к следующему: если a, b, c и d – четыре длины, то критерием, позволяющим утверждать, что отношение a/b больше отношения c/d, будет существование таких целых чисел M и N, что длина a, сложенная сама с собой N раз, больше длины b, сложенной сама с собой M раз, – тогда как длина d, сложенная сама с собой M раз, больше длины c, прибавленной к самой себе N раз.[25] Соответствующий критерий можно аналогичным образом использовать для установления противоположного неравенства $a/b < c/d$. А искомый критерий равенства $a/b = c/d$ просто отвечает случаю, когда ни один из двух критериев ($a/b > c/d$ и $a/b < c/d$) не может быть выполнен!

Совершенно точная абстрактная математическая теория действительных чисел была построена только в XIX веке такими математиками, как Дедекинд и Вейерштрасс. Но в действительности, предложенная ими процедура опиралась на те же идеи, которые были открыты Евдоксом примерно двадцатью двумя столетиями раньше! Сейчас нам не обязательно заниматься подробным изучением этой современной теории. Я кратко коснулся ее основных моментов в главе 3 (на с. 105 {МОИ № 14}), где для большей наглядности изложения предпочел использовать более привычное десятичное разложение действительных чисел. (В действительности, десятичное разложение было введено Стевином в 1585 году.) Следует также заметить, что хорошо знакомая нам десятичная запись была неизвестна древним грекам.

Однако, между теориями, предложенными Евдоксом с одной стороны, и Дедекиндом и Вейерштрассом – с другой, существует важное различие. Древние греки рассматривали действительные числа как изначально данные – в терминах (отношений) геометрических величин – т.е. как свойства «реального» пространства. Древним грекам было необходимо иметь возможность описывать геометрические величины арифметически, чтобы затем в рамках законов и правил арифметики проводить строгие рассуждения над этими геометрическими величинам, а также их суммами и произведениями – существенными составляющими столь многих замечательных геометрических теорем древних. (На рис. 5.3 в качестве иллюстрации приведена знаменитая теорема Птолемея, хотя Птолемей открыл ее гораздо позже эпохи, в которую жил Евдокс. Теорема Птолемея устанавливает соотношение, которому удовлетворяют расстояния между четырьмя точками на окружности; в ее формулировке с необходимостью используются как



$AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

Рис. 5.3. Теорема Птолемея

[24] Евдокс был также создателем ПОЛЕЗНОЙ теории движения планет, просуществовавшей 2000 лет, развитой позднее Гиппархом и Птолемеем и потому впоследствии получившей название птолемеевой системы!

[25] В современных обозначениях это утверждение означает, что существует дробь, а именно M/N, такая, что $a/b > M/N > c/d$. Такая дробь, лежащая между действительными числами a/b и c/d при условии, что $a/b > c/d$, может быть найдена всегда, поэтому критерий Евдокса действительно выполняется.

понятие суммы, так и понятие произведения.) Критерии Евдокса оказались необычайно плодотворными и, в частности, позволили древним грекам строго вычислять площади и объемы.

Но для математиков XIX века – и, разумеется, для современных математиков – роль геометрии изменилась. Для древних греков и, в частности, для Евдокса, «действительные» числа были объектами, извлеченными из геометрии физического пространства. Ныне мы предпочитаем считать, что действительные числа логически более первичны, чем геометрия. Это позволяет нам конструировать всевозможные различные типы геометрии, каждый из которых исходит из понятия числа. (Ключевой идеей была идея координатной геометрии, введенная в XVII веке Ферма и Декартом. Координаты можно использовать для определения других типов геометрии.) Любая такая «геометрия» должна быть логически непротиворечивой, но не обязательно должна иметь прямое отношение к физическому пространству нашего эмпирического опыта. Конкретную физическую геометрию мы, по-видимому, постигаем через идеализацию эмпирического опыта (т.е. в зависимости от наших экстраполяций на бесконечно большие или бесконечно малые размеры, – см. главу 3, с. 82). Проводимые ныне эксперименты достаточно точны и приводят нас с необходимостью к заключению, что наша «извлеченная из эмпирического опыта» геометрия в действительности отличается от евклидова идеала (см. с. 175)[26] и согласуется с геометрией, требуемой в общей теорией относительности Эйнштейна.[27] Однако, несмотря на изменения в наших взглядах на геометрию физического мира, возникших в настоящее время, понятие действительного числа, выдвинутое Евдоксом двадцать три столетия назад, по существу осталось неизменным и является существенным ингредиентом как теории Эйнштейна, так и теории Евклида. В действительности это понятие служит существенным ингредиентом всех современных серьезных физических теорий!

Пятая книга *Начал* Евклида была, по существу, изложением описанной выше «теории пропорций», введенной Евдоксом. Эта книга имела принципиально важное значение для всего многотомного сочинения Евклида в целом. На самом деле, *Начала* Евклида, впервые увидевшие свет около 300 года до н.э., должны считаться одним из сочинений, оказавших наибольшее влияние в истории человечества. Именно *Начала* Евклида установили эталон для почти всего последующего естественнонаучного и математического мышления. Методы *Начал* были дедуктивными, изложение начиналось с четко сформулированных аксиом, которые предполагались «самоочевидными» свойствами пространства; из аксиом выводились многочисленные следствия,[28] многие из которых были важными и поразительными, и совсем не самоочевидными.

---

[26] **В.Э.:** В моем издании это конец §5.13 в этом томе.

[27] **В.Э.:** С точки зрения Веданской теории это неточные слова. А точнее будет так: современные измерения (первичные алгоритмы) оказываются неизоморфными способу кодирования взаимоотношений объектов (пространству), определяющему эвклидову геометрию, а оказываются изоморфными тому способу кодирования взаимоотношений объектов (пространству, геометрии), который включен как составная часть в теорию относительности Эйнштейна.

[28] **В.Э.:** Интересно: а Пенроуз вообще читал «Начала» Эвклида – или только повторяет обычную легенду, которую авторы, как правило, просто переписывают друг у друга (из-за чего она стала уже как бы истиной). Если читал, то он вообще-то должен был бы знать, что: 1) Эвклид в своих доказательствах никогда (ну, скажем «почти никогда», потому что уж на 100% я не проверял) – почти никогда не ссылается ни на аксиомы, ни на постулаты (аксиомы и постулаты у него разные вещи); все ссылки вставлены только современными комментаторами; 2) аксиомы и постулаты действительно присоединены в начале сочинения, но почти половина из них не принадлежат самому Эвклиду, а представляют собой более поздние добавления; 3) несмотря на такие добавления, содержание аксиом и постулатов настолько убогое, что из них невозможно вывести никакое серьезное знание (не говоря уже о блестящем здании геометрии). (Ну, что выведешь из аксиомы «Целое больше части» и подобных?) Итак: легенда о том, будто Эвклид создал аксиоматический метод и будто его геометрия выведена из аксиом и постулатов – это сказка (которой и я в юности верил). Не создавал Эвклид «аксиоматического метода» и не пользовался им. Эту сказку выдумали современные «аксиоматизаторы математики». Доказательства Эвклида блестящи, прекрасны, восхитительны – но это рассуждения о мозговых программах – о их потенциальных продуктах (разумеется, без упоминания этих вещей), а вовсе не об аксиомах. А аксиомы (и постулаты) Эвклиду были нужны совсем для другой цели. В его время в городах греческого мира распространилось такое явление как софисты. Это были люди, которые за деньги брались защищать или опровергать любой тезис. Любой мог заплатить софисту, чтобы тот публично опроверг то, что будет доказывать геометр. И вот, для борьбы с софистами к собственно геометрии (уже давно готовой и ни из каких аксиом не выведенной) и были добавлены аксиомы и постулаты. Аксиомы – это были такие истины, которые греческое общество считало само собой разумеющимися («..целое больше части..»), и если софист такое пытался бы оспорить, то его просто высмеяли бы. А постулаты – это были такие вещи, которые перед рассуждением договаривались (со

Не подлежит сомнению, что *Начала* Евклида имели огромное значение для последующего развития естественнонаучного мышления.

Величайшим математиком древности несомненно был Архимед (287–212 гг. до н.э.). Остроумно используя теорию пропорций Евдокса, Архимед вычислил площади и объемы многих фигур и тел различной формы, например, сферы и более сложных геометрических форм, в том числе парабол или спиралей. Ныне для этих целей мы использовали бы дифференциальное и интегральное исчисление, но Архимед жил и творил примерно за 19 веков до создания математического анализа, разработанного Ньютоном и Лейбницем! (Можно было бы сказать, что добрая половина – «интегральная» половина – математического анализ была известна еще Архимеду!) Степень математической строгости, достигнутой Архимедом в своих рассуждениях, была безупречной даже по современным стандартам. Работы Архимеда оказали глубокое влияние на математиков и естествоиспытателей последующих веков, в частности, в значительной мере на Галилея и Ньютона. Архимед также ввел (ПРЕВОСХОДНУЮ?) физическую теорию статики (т.е. теорию, занимающуюся изучением законов поведения тел, находящихся в состоянии равновесия, например, законов рычага и законов плавающих тел) и развил статику как дедуктивную науку, аналогично тому, как Евклид изложил науку о геометрическом пространстве и геометрию твердых тел.

Современником Архимеда, которого я также считаю необходимым отметить, был Аполлоний (ок. 262–200 гг. до н.э.), великий геометр, отличавшийся глубиной озарений и остроумием. Ему мы обязаны исследованием теории конических сечений (т.е. эллипсов, парабол и гипербол), которая оказала весьма сильное влияние на Кеплера и Ньютона. Оказалось, что именно эти кривые, что весьма примечательно, необходимы для описания планетных орбит!

§5.3. Динамика Галилея и Ньютона

Глубоким прорывом, принесенным в естествознание XVII веком, стало понимание <u>движения</u>. Древние греки достигли замечательного понимания статики вещей – твердых геометрических тел или тел, находящихся в состоянии <u>равновесия</u> (т.е. в состоянии, в котором все действующие на тело силы уравновешены, и движения нет), но не имели хорошего представления о законах, управляющих поведением <u>реально движущихся</u> тел. Чего недоставало древним грекам, это хорошей теории <u>динамики</u>, т.е. теории, описывающей тот красивый способ, каким природа управляет изменениями положения тел от одного момента времени к другому. Частично (но отнюдь не полностью) это объясняется тем, что у древних греков не было никаких сколь-нибудь точных средств измерения времени, т.е. достаточно хороших «часов». Такие часы необходимы для точного хронометрирования изменений в положении тел. Это позволило бы точно определить скорости и ускорения тел. Наблюдения, произведенные Галилеем в 1583 году, показали, что в качестве надежного средства хранения точного времени можно было бы использовать маятник. Этот факт имел далеко идущие последствия для самого Галилея (и для развития всего естествознания в целом!), так как позволял осуществить точное[29] хронометрирование движения. Примерно через сорок пять лет – с публикацией в 1638 году *Бесед и математических доказательств, касающихся двух новых отраслей науки* Галилея – начал развиваться новый предмет – <u>динамика</u>, и началась трансформация от древнего мистицизма к современной науке!

Позвольте мне выделить всего лишь <u>четыре</u> наиболее важные физические идеи, введенные Галилеем. Первая идея Галилея заключалась в том, что сила, действующая на тела, определяет

зрителями) считать истинными («..вокруг любой точки можно обвести окружность с любым радиусом..»). На самом деле невозможно вокруг любой точки обвести круг с любым радиусом (если мы имеем в виду реальное рисование на песке, как это делали греки) – и софист сразу бы напал на геометра, как только он попытался бы рисовать окружность (а она обводится уже и в самом первом «предложении» Эвклида и постоянно потом). Софист сказал бы, что, вот, есть случаи, когда окружность обвести невозможно и, пожалуйста, – пшшш! – теорема лопнула, она не верна! (И софист честно заработал данные ему богачом деньги – опроверг геометра!) А вот, если предварительно договорились <u>считать</u>, что всегда можно вокруг точки обвести круг (если приняли такой постулат), – то софист это оружие уже пускать в ход не мог... Аксиомы и постулаты были оружием борьбы против софистов – а вовсе не «основой геометрии». Лишь спустя тысячелетия в них увидели совсем другое – когда сами захотели уйти по неверному пути и «аксиоматизировать математику».

[29] Но, по-видимому, Галилей часто использовал в своих наблюдениях водяные часы для измерения времени (см. Барба [1989]).

ускорение, а не скорость. Что в действительности означают термины «ускорение» и «скорость»? Скорость частицы – или какой-нибудь точки тела – это темп изменения во времени положения этой частицы или точки. Скорость обычно принято считать векторной величиной, иначе говоря, необходимо принимать во внимание не только величину, но и направление скорости (в противном случае мы используем термин «величина скорости», см. рис. 5.4). Ускорение (также векторная величина) – это темп изменения скорости во времени. Таким образом, ускорение в действительности есть скорость изменения скорости изменения положения во времени! (Древним было трудно понять сущность понятия «ускорение», так как у них не было адекватных «часов», и они не располагали соответствующими математическими идеями относительно «темпа изменения».) Галилей установил, что сила, приложенная к телу (в случае, исследуемом Галилеем – сила тяжести), управляет ускорением этого тела, но не управляет непосредственно его скоростью, как полагали древние, например, Аристотель.

Рис. 5.4. Скорость, величина скорости и ускорение

В частности, в отсутствие приложенной к телу силы его скорость постоянна. Следовательно, неизменяемое движение тела по прямой есть результат отсутствия силы (первый закон движения Ньютона). Тела в свободном движении продолжают сохранять состояние равномерного прямолинейного движения, и для того, чтобы они пребывали в этом состоянии, никакой силы не требуется. Действительно, одно из следствий из выведенных Галилеем и Ньютоном законов движения состояло в том, что равномерное прямолинейное движение физически полностью неотличимо от состояния покоя (т.е. отсутствия движения): не существует локального способа, позволяющего отличить равномерное прямолинейное движение от покоя! Галилей особенно четко сформулировал это утверждение (даже более четко, чем Ньютон) и дал ему весьма наглядное описание, использовав образ корабля в море (см. Дрэйк [1953], с. 186–187):

> «Закройтесь вместе с вашим приятелем в кают-компании под палубой большого судна, прихватив с собой мух, бабочек и каких-нибудь других мелких летающих существ. Возьмите также с собой большой сосуд с водой, в котором бы плавала рыбка; подвесьте бутылку, из которой вода капля за каплей вытекала бы в подставленный снизу широкий сосуд. Пока судно будет стоять, внимательно присмотритесь к тому, как мелкие твари летают в каюте с одинаковой быстротой по всем направлениям. Рыбка также плавает одинаково охотно по всем направлениям; капли из бутылки падают в подставленный снизу сосуд... Внимательно пронаблюдав все эти явления, вы пускаетесь в плавание. Судно идет с любой скоростью, какая вам будет угодна. До тех пор и поскольку движение судна будет прямолинейным и равномерным без рысканья то в одну, то в другую сторону, вы не обнаружите ни малейших изменений в наблюденных ранее явлениях и не сможете отличить ни по одному из них, движется ли судно или стоит на месте... Капли будут, как и прежде, падать в подставленный снизу сосуд, ничуть не отклоняясь к корме, хотя пока капли находятся в воздухе, судно успевает пройти значительное расстояние. Рыбка в воде будет плавать вперед (по ходу движения судна) так же часто, как и назад, и с одинаковой легкостью подплывать к корму, в каком бы месте у стенок сосуда он бы ни был насыпан. Наконец, мухи и бабочки будут по-прежнему летать по всем направлениям, не отдавая предпочтения ни одному из них, не скапливаясь ближе к корме, как бы от усталости, будучи вынужденными следовать курсу судна, от которого они будут отделены на протяжении продолжительных интервалов времени, в течение которых они находятся в воздухе».

Этот замечательный факт, получивший название принципа относительности Галилея, имеет в действительности решающее значение для наполнения коперниканской точки зрения динамическим смыслом. Николай Коперник (1473–1543) и древнегреческий астроном Аристарх (ок. 310–230 гг. до н.э.; не путать с Аристотелем!) за восемнадцать веков до Коперника выдвинули гипотезу о том, что Солнце покоится, а Земля движется, вращаясь вокруг своей собственной оси и обращаясь по орбите вокруг Солнца. Почему мы не ощущаем этого движения, которое происходит со скоростью около нескольких сотен тысяч километров в час? До того, как Галилей выдвинул свою динамическую теорию, этот вопрос действительно представлял настоящую и глубокую загадку для сторонников коперниканской картины мироздания. Если бы была верна более ранняя «аристотелевская» версия динамики, согласно которой реальная скорость системы в ее движении сквозь пространство влияла бы на динамическое поведение системы, то движение Земли заведомо было бы чем-то непосредственно очевидным для нас. Относительность Галилея позволяет понять, каким образом Земля может находиться в движении, хотя это движение не будет чем-то воспринимаемым нами непосредственно.[30]

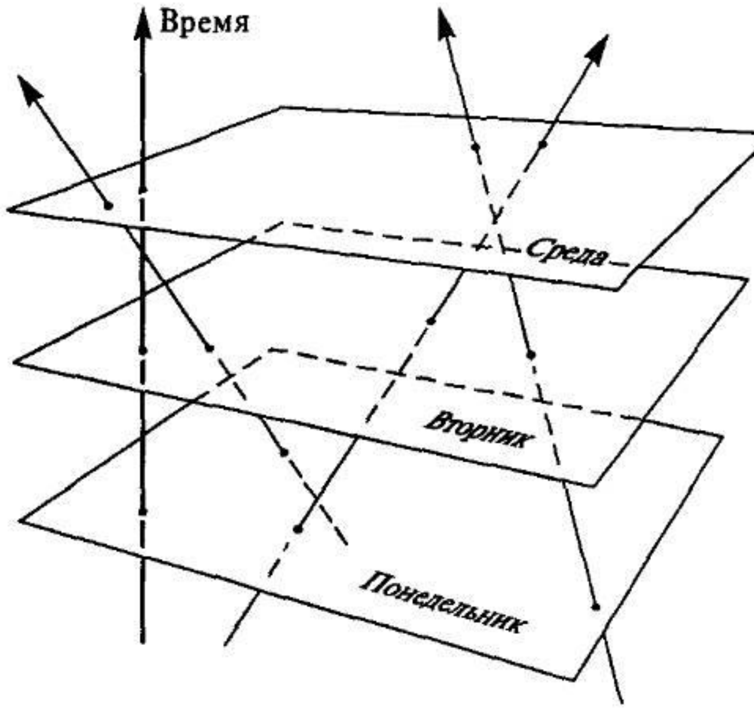


Рис. 5.5. Галилеево пространство-время: частицы, движущиеся равномерно и прямолинейно, изображены в виде прямых

Заметим, что в рамках галилеевой относительности не существует локального физического смысла, который можно было бы придать понятию «в покое». Это приводит к важным следствиям относительно того, как надлежит рассматривать пространство и время. Интуитивная картина пространства и времени состоит в том, что «пространство» представляет собой своего рода арену, на которой происходят физические события. Физический объект может в один момент времени находиться в одной точке пространства, а в более поздний момент времени может оставаться в той же точке или оказаться в другой точке пространства. Представим себе мысленно, что точки пространства каким-то образом могут сохранять свое положение от одного момента времени до следующего момента так, что имеет смысл говорить о том, изменил ли некоторый объект свое положение в пространстве или не изменил. Но галилеева относительность учит нас, что «состояние покоя» не имеет абсолютного характера и поэтому невозможно придать смысл выражению «одна и та же точка пространства в два различных момента времени». Какая точка евклидова трехмерного пространства физической реальности в один момент времени является «той же» точкой евклидова трехмерного пространства в другой момент времени? На этот вопрос невозможно ответить.[31] Создается впечатление, что для каждого момента времени

[30] Строго говоря, сказанное относится к движению Земли лишь постольку, поскольку его можно считать приближенно равномерным и, в частности, без вращения. Действительно, вращательное движение Земли создает (относительно малые) динамические эффекты, которые могут быть обнаружены. Самые заметные из такого рода эффектов – отклонение ветров в северном и южном полушариях в различные стороны. Галилей полагал, что такая неравномерность «ответственна» за приливы.

[31] **В.Э.:** Здесь уже чувствуется влияние того факта, что «пространство» на самом деле есть объект, строящийся мозговой операционной системой – потенциальный продукт определенного алгоритма кодирования взаимоотношений внешних объектов. А «физического пространства» просто вообще нет! Есть только определенные взаимные отношения между объектами, которые могут быть, а могут и не быть

нам необходимо иметь совершенно «новое» евклидово пространство! Этому можно придать смысл, если рассмотреть четырехмерную пространственно-временну́ю картину физической реальности (рис. 5.5). Трехмерные евклидовы пространства, соответствующие различным моментам времени, в этой картине действительно рассматриваются отдельно друг от друга, но все эти пространства объединены, образуя совместно полную картину четырехмерного пространства-времени. Истории частиц, движущихся равномерно и прямолинейно, описываются прямыми (называемыми мировыми линиями) в пространстве-времени. В дальнейшем я еще вернусь к проблеме пространства-времени и относительности движения в контексте эйнштейновской специальной теории относительности. Мы увидим, что довод в пользу четырехмерности обретает в этом случае гораздо бо́льшую силу.

Третья из великих догадок Галилея стала ключом к началу понимания закона сохранения энергии. Галилея главным образом интересовало движение объектов под действием силы тяжести. Он заметил, что если тело стартует из состояния покоя, то идет ли речь о свободно падающем теле, или о колеблющемся маятнике произвольной длины, или о теле, соскальзывающем по наклонной плоскости, скорость движения всегда зависит только от расстояния по вертикали, пройденного телом от начального положения. Кроме того, достигнутая скорость всегда в точности достаточна для возвращения тела на ту высоту, с которой оно начало двигаться. Теперь мы должны были бы сказать, что энергия, запасенная телом на исходной высоте над поверхностью земли (гравитационная потенциальная энергия), может превращаться в энергию движения тела (кинетическую энергию, которая зависит от величины скорости тела), а та, в свою очередь, – в потенциальную энергию, причем в целом энергия не утрачивается и не приобретается.

Закон сохранения энергии – очень важный физический принцип. Это – не независимое физическое требование, а следствие из законов движения Ньютона,[32] до которых мы скоро дойдем. На протяжении столетий всё более понятные формулировки закона сохранения энергии делались Декартом, Гюйгенсом, Лейбницем, Эйлером и Кельвином. Позднее в этой главе и в главе 7 мы еще вернемся к закону сохранения энергии. Оказывается, что в сочетании с галилеевским принципом относительности закон сохранения энергии приводит к другим законам сохранения, имеющим немалое значение: закону сохранения массы и закону сохранения количества движения (импульса). Количество движения частицы равно произведению ее массы и ее скорости. Знакомые примеры сохранения количества движения возникают при рассмотрении реактивного движения, когда увеличение направленного вперед количества движения ракеты в точности уравновешивается направленным назад количеством движения выхлопных газов (обладающих меньшей массой, но зато большей скоростью). Отдача ружья при выстреле – еще одно проявление закона сохранения количества движения. Еще одним следствием из законов движения Ньютона служит закон сохранения углового момента (момента количества движения), описывающий постоянство вращения системы вокруг собственной оси. Вращение Земли вокруг собственной оси, равно как и вращение теннисного мяча вокруг собственной оси, не затухают благодаря закону сохранения их угловых моментов. Каждая частица, образующая любое тело, вносит свой вклад в полный угловой момент тела, причем величина этого вклада равна произведению количества движения частицы на расстояние ее от оси вращения (длину перпендикуляра, опущенного из точки, где находится частица, на ось вращения). (Следовательно,

---

изоморфны тому или иному алгоритму кодирования. «Принцип относительности» прямо вытекает из этого факта – факта, явно оговоренного впервые, видимо, только в Веданской теории.

[32] **В.Э.:** Как неточно Пенроуз выражается! Если говорить именно о законах, сформулированных (на словах или математическими формулами) именно Ньютоном, то это всего лишь вторичные вещи, которые не могут ничего определять для Природы, а которые просто соответствуют (изоморфны) некоторым закономерностям соотношений реального мира. Если же говорить о самих этих закономерностях (изоморфизмах) реального мира, то тут уж неизвестно, что из чего вытекает: закономерности движения из закономерностей сохранения «энергии» или наоборот (а, скорее, известно, что ничего ни из чего не вытекает, а просто в Природе всё происходит одинаковым, всегда одним и тем же способом, наблюдая и измеряя который, мы – вслед за Ньютоном – можем формулировать свои «законы движения» и «законы сохранения»). Вообще для Пенроуза – на всей протяженности обеих его книг – характерна путаница между тем, что имеется в объективном мире, и тем, что содержится в людских головах. Он как-то не очень это различает (см., напр., с.192 {МОИ № 17}). Видимо, это связано с его «платонизмом» (в котором он многократно признается). Для него математика является первичной, и ОНА управляет физическим миром... (см. с.143 {МОИ № 18}).

угловую скорость свободно вращающегося объекта можно увеличить, сделав объект более компактным. Это приводит к поразительному, но хорошо знакомому действию, часто исполняемому спортсменами на льду и воздушными гимнастами на трапеции. Прижав к себе руки или поджав ноги, они резко увеличивают скорость вращения просто вследствие закона сохранения углового момента!) Как будет показано в дальнейшем, масса, энергия, количество движения (импульс) и угловой момент принадлежат к числу важных для нас понятий. Наконец, мне следовало бы напомнить читателю о пророческой догадке Галилея, понявшего, что в отсутствие атмосферного сопротивления все тела под действием силы тяжести падают с одной и той же скоростью. (Возможно, читатель вспомнит известную легенду о том, как Галилей сбрасывал с наклонной башни в Пизе по несколько предметов одновременно.) Три столетия спустя то же самое озарение привело Эйнштейна к обобщению принципа относительности на ускоренные системы отсчета и стало, как мы увидим в конце этой главы, краеугольным камнем его необычайной общерелятивистской теории относительности.

На мощном фундаменте, заложенном Галилеем, Ньютону удалось возвести величественнейший храм. Он сформулировал три закона, управляющие поведением материальных тел. Первый и второй законы Ньютона по существу совпадали с законами, открытыми Галилеем: если на тело не действует никакая сила, то тело продолжает равномерно двигаться по прямой; если на тело действует какая-нибудь сила, то произведение массы тела на ускорение (т.е. скорость изменения количества движения тела) равно этой силе. Заслуга собственно Ньютона состояла в осознании необходимости третьего закона движения: сила, с которой тело A действует на тело B, в точности равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой тело B действует на тело A (иными словами, «для каждого действия всегда существует равное по величине противодействие»). Три закона движения Ньютона образуют основу основ. «Ньютоновская вселенная» состоит из частиц, движущихся в пространстве, где действуют законы евклидовой геометрии.[33]

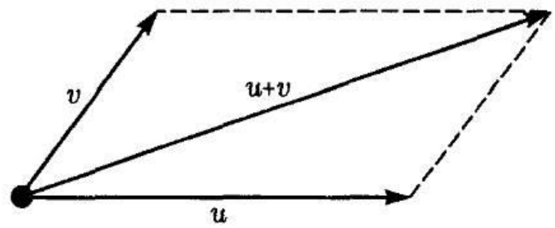


Рис. 5.6. Сложение векторов по правилу параллелограмма

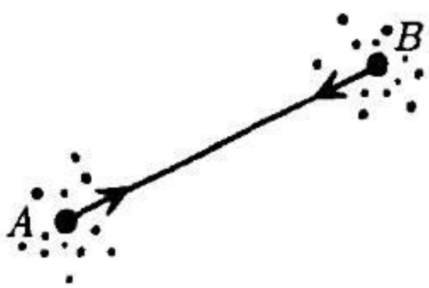


Рис. 5.7. Сила, действующая между двумя частицами, направлена по прямой между ними (и по третьему закону Ньютона сила, действующая на частицу A со стороны частицы B, всегда равна по величине и противоположна по направлению силе, действующей на B со стороны A)

Ускорения этих частиц определяются действующими на них силами. Сила, приложенная к каждой из частиц, получается путем сложения (по правилу сложения векторов, см. рис. 5.6) всех сил, действующих на данную частицу со стороны всех остальных частиц. Чтобы система была хорошо определенной, необходимо задать некоторое четкое правило, которое позволяло бы установить, какая сила действует на частицу A со стороны другой частицы B. Обычно мы требуем, чтобы эта сила действовала по прямой, соединяющей частицы A и B (рис. 5.7). Если речь идет о гравитационной силе, то между A и B возникает сила притяжения, величина которой пропорциональна произведению масс частиц A и B и обратно пропорциональна квадрату расстояния между частицами: закон обратных квадратов. Для других типов сил зависимость от взаимного расположения частиц может быть другой, и величина силы в этом случае будет зависеть не от масс частиц, а от какого-то иного их свойства.

[33] **В.Э.:** А точнее: ньютоновская система описаний закономерностей Природы использовала способ кодирования соотношений объектов тремя независимыми величинами, то есть – эвклидово пространство.

Великий Иоганн Кеплер (1571–1630), современник Галилея, заметил, что орбиты планет, описываемые ими вокруг Солнца, имеют форму эллипсов, а не окружностей (причем Солнце всегда находится в фокусе, а не в центре эллипса), и сформулировал два других закона, задающих скорости, с которыми планеты движутся по орбитам. Ньютон сумел показать, что три закона Кеплера следуют из его собственной общей модели (с учетом силы притяжения, обратно пропорциональной квадрату расстояния между телами). Кроме того, Ньютон внес многие поправки к кеплеровским эллиптическим орбитам, а также объяснил ряд других эффектов (например, медленное движение оси вращения Земли, замеченное задолго до Ньютона еще древними греками). Чтобы прийти к таким результатам, Ньютону, помимо дифференциального исчисления, пришлось разработать немало дополнительных математических методов. Феноменальный успех, увенчавший эти усилия, во многом объясняется его высочайшим искусством математика и великолепной физической интуицией.

§5.4. Механистический мир динамики Ньютона

С введением определенного закона для силы (как обратного квадрата расстояния между телами) ньютоновская модель превращается в точную и определенную систему динамических уравнений. Если положения, скорости и массы различных частиц заданы в некоторый момент времени, то их положения и скорости (равно как и массы, которые считаются постоянными) автоматически определены для всех последующих моментов времени. Эта форма детерминизма, которой удовлетворяет мир механики Ньютона, оказала (и всё еще продолжает оказывать) глубокое влияние на философскую мысль. Попробуем изучить природу ньютонианского детерминизма чуть более подробно. Что он может сказать нам о «свободе воли»? Мог бы в строго ньютонианском мире существовать разум? Найдется ли в нем место хотя бы компьютерам?

Давайте попытаемся представить более конкретно «ньютонианскую» модель мира. Например, мы можем предположить, что частицы материи допустимо считать математическими точками, т.е. объектами, не имеющими никакой пространственной протяженности. В качестве альтернативы все частицы можно считать твердыми сферическими шариками. И в том, и в другом случае нам придется предположить, что законы действия сил, как в случае ньютоновского закона всемирного тяготения, известны. Мы хотим промоделировать и другие встречающиеся в природе силы, такие как электрические и магнитные взаимодействия (впервые подробно исследованные в 1600 году Уильямом Гильбертом), или сильные ядерные взаимодействия, которые, как ныне известно, связывают частицы (протоны и нейтроны), образующие атомные ядра. Электрическое взаимодействие похоже на гравитационное, поскольку тоже удовлетворяет закону обратных квадратов, но при этом одинаково заряженные частицы отталкивают (а не притягивают, как в случае гравитационного взаимодействия) друг друга, и величину электрического взаимодействия определяют не массы, а электрические заряды частиц. Магнитное взаимодействие, так же как и электрическое, «обратно пропорционально квадрату расстояния»[34], но ядерное взаимодействие имеет совершенно другую зависимость от расстояния: оно очень велико на очень малых расстояниях, сравнимых с внутриатомными, и пренебрежимо мало на бóльших расстояниях.

Предположим, что мы остановили свой выбор на модели твердых сферических шариков, потребовав, чтобы при столкновении частиц шарики просто идеально упруго отражались. Иначе говоря, они должны разлетаться после столкновения без какой бы то ни было потери энергии (или полного количества движения (импульса)), как если бы они были идеальными бильярдными шарами. Нам необходимо также точно задать, какие силы должны действовать между шариками. Для простоты мы можем положить, что сила, с которой один шарик действует на любой другой, направлена по прямой, соединяющей центры шариков, а величина силы определяется длиной отрезка между центрами шариков. (Для ньютоновской гравитации это предположение выполняется автоматически в силу замечательной теоремы, доказанной Ньютоном; а для других видов сил оно может быть наложено в качестве дополнительного требования.) Если шарики сталкива-

[34] Различие между электрическим и магнитным взаимодействиями состоит в том, что индивидуальные «магнитные заряды» (т.е. северные и южные полюсы), по-видимому, не существуют в природе отдельно друг от друга. Магнитные частицы образуют так называемые «диполи», т.е. крохотные магнитики (в которых северный и южный полюсы как бы сливаются вместе).

ются только попарно, а тройные столкновения, как и столкновения более высокого порядка, не происходят, то всё вполне определено, и исход столкновения непрерывно зависит от начального состояния (т.е. достаточно малые изменения в начальном состоянии приводят лишь к малым изменениям в конечном). Скользящие столкновения рассматриваются как предельный случай прохождения шариков в непосредственной близости друг от друга. Проблема возникает при рассмотрении тройных столкновений и столкновений более высоких порядков. Например, если происходит одновременное столкновение трех шариков A, B и C, то вся картина значительно меняется в зависимости от того, какое из попарных соударений мы рассматриваем сначала: шарика A с шариком B, а сразу же после этого – C с B; или же мы считаем, что сначала сталкиваются шарики A и C, а затем шарик B сталкивается с шариком A (рис. 5.8). В нашей модели существует индетерминизм,[35] когда происходит тройное столкновение! Если угодно, то мы можем просто исключить тройные столкновения и столкновения более высокого порядка как «в высшей степени (бесконечно) невероятные». Это дает вполне непротиворечивую схему, но потенциальная проблема тройных столкновений означает, что результирующее поведение частиц может не зависеть непрерывным образом от начального состояния.

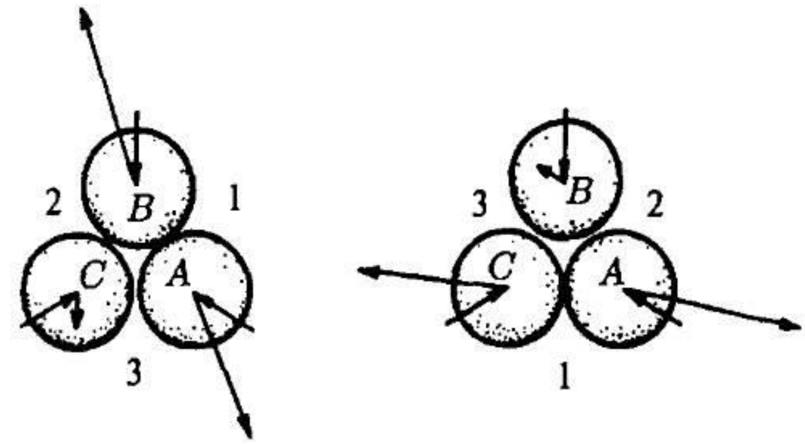


Рис. 5.8. Тройное соударение. Поведение частиц в результате столкновения существенно зависит от того, какие частицы сталкиваются первыми, поэтому исход столкновения не зависит непрерывным образом от начальных данных

Поскольку такое положение дел нас не совсем удовлетворяет, то мы можем отдать предпочтение картине точечных частиц. Но для того, чтобы избежать некоторых теоретических трудностей, возникающих в рамках этого подхода (бесконечные силы и бесконечные энергии при столкновении частиц), необходимо сделать дополнительные предположения, в частности о том, что на коротких расстояниях силы, действующие между частицами, всегда становятся отталкивающими. Тогда мы можем обеспечить невозможность столкновения любой пары частиц. (Оно также помогает нам избежать проблемы определения поведения частиц при столкновении!) Но для большей наглядности я все-таки буду рассматривать модель твердых сферических шариков, ибо, как мне кажется, подобная «бильярдная» картина для большинства из нас подсознательно как раз и является рабочей моделью реальности!

Подчеркнем (игнорируя проблему столкновения нескольких шариков), что ньютонианская[36] бильярдная картина реальности в действительности является детерминистской моделью.

[35] **В.Э.:** Как это существует индетерминизм?! С какой стати индетерминизм!? Если люди не могут рассчитать, что произойдет при тройном столкновении, то это еще не значит, что и Природа не знает, что ей делать в таком случае. (Снова и снова Пенроуз не различает, что происходит в головах людей, а что происходит в реальном мире. Опять у него получается так: сперва есть математика, потом ей подчиняется Природа, и если по математике что-то нельзя рассчитать, то, значит, и Природа не знает, чему подчиняться!)

[36] Эту модель связывают с именем Ньютона, но, как и в случае с «ньютоновской» механикой в целом, это – всего лишь удобный ярлык. Собственные взгляды Ньютона на истинную природу физического мира, по-видимому, отличались куда меньшим догматизмом и куда большей гибкостью. (Наиболее ярым сторонником «ньютоновской» модели, как представляется, был Р.Г. Бошкович (1711–1787).)

Слово «детерминистская» надлежит понимать в том смысле, что физическое поведение системы с математической точки зрения полностью определено во все моменты времени в будущем (или в прошлом) положениями и скоростями шариков (во избежание некоторых проблем предположим, что число шариков конечно) в какой-то один момент времени. Таким образом, создается впечатление, будто в таком бильярдном мире нет места для разума, который своей «свободной волей» мог бы влиять на поведение материальных объектов.[37] Если мы верим в «свободу воли», то, по-видимому, вынуждены будем усомниться в возможности описания нашего реального мира в рамках бильярдной модели.[38]

Мучительный вопрос о «свободе воли» проходит через всю эту книгу – хотя при обсуждении большинства затронутых в ней тем он остается на заднем плане. В этой главе ему предстоит сыграть определенную, но небольшую роль (связанную с проблемой передачи сигналов со сверхсветовой скоростью в теории относительности). Вопросом о свободе воли мы займемся непосредственно в главе 10, и читатель несомненно будет разочарован моим вкладом в эту проблему. Я действительно считаю, что вопрос о свободе воле представляет собой реальную, а не вымышленную проблему – но она в высшей степени нетривиальна и ее трудно сформулировать адекватно. Вопрос о детерминизме в физической теории, безусловно, важен, однако я убежден, что он не является камнем преткновения. Например, мир может быть детерминистским, но невычислимым. Иначе говоря, будущее может определяться прошлым, но точно рассчитать его при этом будет в принципе невозможно. В главе 10 я попытаюсь изложить аргументы, показывающие, что действие нашего наделенного сознанием разума неалгоритмично (т.е. невычислимо). Соответственно, свобода воли, которой мы наделены (по нашему глубокому убеждению), должна быть тесно связана с какой-то невычислимой составляющей законов, управляющих тем миром, в котором мы живем. Независимо от того, принимаем ли мы или отвергаем такую точку зрения на свободу воли, интерес для нас представляет вопрос именно о вычислимости данной физической теории (например, ньютоновской динамики), а не о том, является ли она детерминистской. Вопрос о вычислимости отличен от вопроса о детерминизме. Утверждение о том, что это – два совершенно разных вопроса, как раз и служит одним из основных тезисов в данной книге.

§5.5. Вычислима ли жизнь в бильярдном мире?

Позвольте мне сначала показать на умышленно абсурдном искусственном примере, что вычислимость и детерминизм – понятия различные. Для этого я продемонстрирую «игрушечную модель вселенной», которая детерминистична, но не вычислима. Пусть «состояние» этой вселенной в любой «момент времени» описывается как пара натуральных чисел (m, n). Пусть T_u – фиксированная универсальная машина Тьюринга, например, та, которая описана в главе 2 (с. 60). Чтобы решить, какое состояние этой вселенной наступит в следующий «момент времени», нам необходимо спросить, остановится ли действие машины Тьюринга T_u на m или не остановится (в обозначениях главы 2, с. 62, $T_u(m) \neq \square$ или $T_u(m) = \square$). Если машина Тьюринга T_u останавливается, то состояние в следующий момент времени есть $(m+1, n)$. Если же машина Тьюринга не останавливается, то состояние в следующий момент времени должно быть $(n+1, m)$. В главе 2 было показано, что не существует алгоритма для решения проблемы остановки машины Тьюринга. Следовательно, не может быть алгоритма предсказания «будущего» в рассматриваемой модели вселенной, несмотря на то, что эта модель вполне детерминистична.[39]

---

[37] **В.Э.:** Почему нет места? Есть место. Просто «свободная воля» Пенроуза есть определенное движение некоторых шариков. Шарики двигались так-то и так-то, и это и было совершенно свободным решением Пенроуза. А если Пенроуз поколебался бы (т.е. шарики покачались бы по-другому) и принял бы другое решение, то это тоже было бы его «свободной волей». Просто эти шарики и Пенроуз – это одно и то же (см. с.39 {МОИ № 17}). И нет никакого «мучительного вопроса о свободе воли». Этот вопрос может мучить только тех, для кого «шарики» и «разум» НЕ одно и то же. (И эти их мучения как раз и есть одно из доказательств противоречивости и неудовлетворительности их представлений о мире).

[38] **В.Э.:** Конечно, наш мир не состоит из шариков, двигающихся только по законам Ньютона, но он детерминирован, и принцип остается в силе.

[39] Рафаил Соркин разъяснил мне, что в некотором смысле эволюция этой конкретной игрушечной модели может быть сделана «вычислимой» в целом таким же способом, как (скажем) ньютоновские системы. Рассмотрим последовательность вычислений $C_1, C_2, C_3, \ldots$, которые позволят нам рассчитывать поведение нашей системы в (неограниченном) будущем со всё возрастающей точностью (см. с. 146 (*это*

Разумеется, описанную выше модель не следует принимать всерьез, но она показывает, что вопрос всё же существует и на него необходимо найти ответ. Относительно любой детерминистской физической теории мы сможем спросить, вычислима она или нет.[40] Действительно, вычислим ли ньютонианский бильярдный мир?

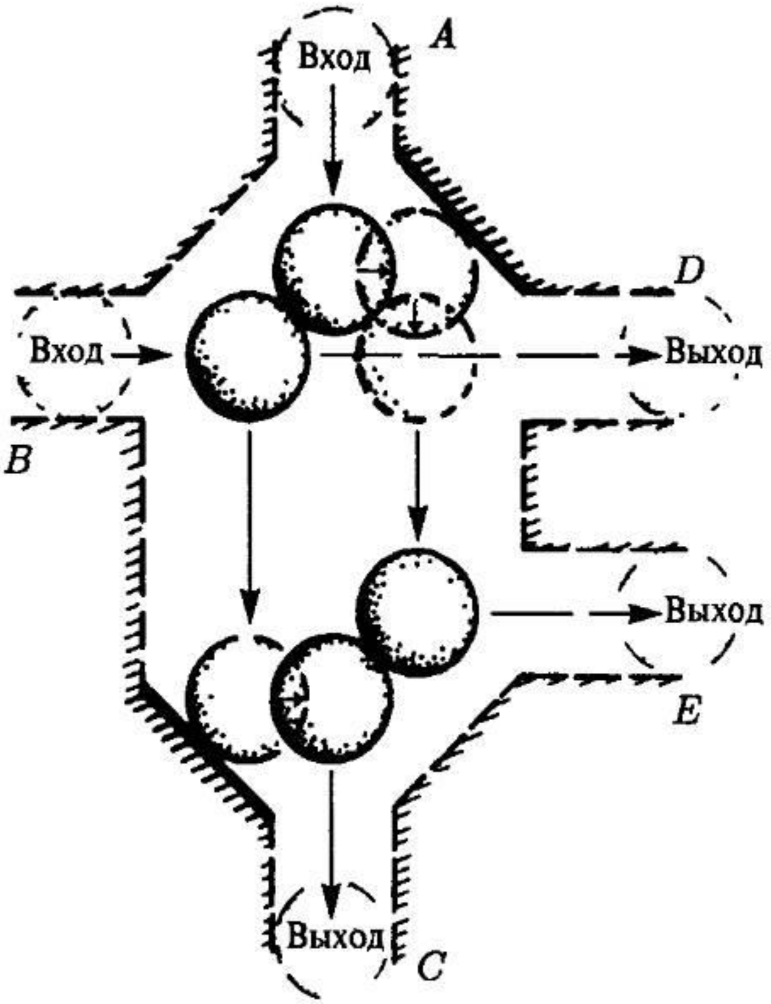


Рис. 5.9. «Переключатель» (конструкции А. Ресслера) в компьютере Фредкина–Тоффоли на бильярдных шарах. Если шар попадает в переключатель через вход B, то в дальнейшем он покидает переключатель через выход D или E в зависимости от того, попадает ли другой шар в переключатель через вход A (предполагается, что шары попадают в переключатель через входы A и B одновременно)

конец данного параграфа – В.Э.)). В данном случае мы можем предположить, что C_N определяется при помощи машины Тьюринга, которая выполняет действие $T_u(m)$ в течение N шагов, и положить $T_u(m) = \square$, если она не остановилась на N-ом шаге. Однако, было бы нетрудно модифицировать нашу игрушечную модель таким образом, чтобы провалить подобные «вычисления» – для этого достаточно рассмотреть эволюцию, где выражение $T_u(m) = \square$ заменено на дважды квантифицированные утверждения вроде «$T(q)$ останавливается при всех q». (Нерешенная задача, связанная с наличием бесконечного множества пар простых чисел, отличающихся на «2», может служить примером такого утверждения.)

[40] **В.Э.:** Мне этот вопрос кажется странным. По-моему, ни одна теория не «вычислима» в том смысле, что по ней можно было бы предсказать всё, что произойдет во всех случаях. И такой теории в принципе быть не может. Всё предсказать – при строго детерминированной Вселенной – может только гипотетический субъект, известный как «Демон Лапласа», находящийся ВНЕ Вселенной и имеющий мозг намного больше Вселенной. А для человека всегда останется уйма непредсказуемого. Вообще постоянная забота Пенроуза о «вычислимости» и упорные поиски им «невычислимости» понятны только с учетом пенроузовского «платонизма»: «сперва есть математика, потом Природа ей подчиняется...». В другом контексте (в частности, для Веданской теории) все эти усилия Пенроуза – просто бессмысленны.

Вопрос о физической вычислимости отчасти зависит от того, какого рода информацию о данной системе мы хотим получить. Я могу придумать целый ряд вопросов о конкретной физической системе, на которые – как мне кажется – в случае ньютоновской бильярдной модели не существует вычислимого (т.е. алгоритмически получаемого) ответа. Одним из таких вопросов мог бы быть следующий: столкнется ли когда-нибудь шарик A с шариком B? Имеется в виду, что в качестве начальных условий нам в некоторый момент времени ($t = 0$) задаются положения и скорости всех шариков; и задача состоит в том, чтобы, исходя из этих данных, выяснить, сталкиваются или не сталкиваются шарики A и B в некоторый последующий момент времени ($t > 0$). Чтобы придать задаче бóльшую конкретность (хотя и сделав ее при этом не особенно реалистичной), мы можем предположить, что все шарики имеют одинаковый радиус и одинаковую массу и что, скажем, сила, действующая между шариками, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Одна из причин, по которой я сделал предположение о невозможности алгоритмически получить ответ на этот вопрос, заключается в том, что сама модель несколько напоминает «бильярдную модель для вычисления», предложенную Эдвардом Фредкином и Томмазо Тоффоли (Фредкин, Тоффоли [1982]). В их модели шарики (вместо того, чтобы попарно взаимодействовать по закону обратных квадратов) были ограничены различными «стенками», но упруго отражались при столкновениях друг с другом – по аналогии с теми ньютоновскими шариками, которые я только что описывал (рис. 5.9). В модели Фредкина–Тоффоли все основные логические операции компьютера могут выполняться с помощью шариков. Модель позволяет имитировать вычисления, производимые любой машиной Тьюринга: конкретный выбор машины Тьюринга T_u определяет конфигурацию «стенок» и т.д. в машине Фредкина–Тоффоли; начальное состояние движущихся шариков соответствует информации на входной ленте машины Тьюринга; а содержимое на выходной ленте соответствует конечному состоянию шариков. Таким образом, можно, в частности, спросить: останавливается ли когда-нибудь такая-то и такая-то машина Тьюринга? «Остановка» может быть сформулирована как состояние, при котором шарик A сталкивается, в конце концов, с шариком B. То, что на этот вопрос невозможно ответить алгоритмически (с. 63), по крайней мере наводит на мысль о том, что ньютоновский вопрос «сталкивается ли когда-нибудь шарик A с шариком B?», который был поставлен мной первоначально, тоже не может быть разрешен алгоритмически.

В действительности, ньютоновская задача является гораздо более каверзной, чем задача, поставленная Фредкином и Тоффоли. Эти авторы могли задавать состояние своей модели с помощью дискретных параметров (т.е. при помощи утверждений «да или нет» типа «шарик либо находится в данном туннеле, либо не находится»). Но в полной ньютоновской задаче начальные положения и скорости шариков необходимо задавать с бесконечной точностью в терминах координат, которые являются действительными числами, а не принимают дискретные значения. Таким образом, мы снова сталкиваемся со всеми проблемами, которые нам уже приходилось рассматривать, когда в главе 4 {МОИ № 14} мы пытались ответить на вопрос, рекурсивно ли множество Мандельброта. Что означает «вычислимость», когда в качестве входных и выходных данных допускаются непрерывно изменяющиеся параметры?[41] Проблему можно слегка облегчить, предположив, что все начальные положения и скорости заданы рациональными числами (хотя нельзя ожидать, что координаты и компоненты скорости останутся рациональными в более поздние рациональные моменты времени t). Напомним, что рациональное число представимо в виде отношения двух целых чисел и, следовательно, определяется в дискретных конечных терминах. Используя рациональные числа, мы можем сколь угодно точно аппроксимировать любые наборы начальных данных, которые собираемся использовать в своих вычислениях. И предположение о том, что при рациональных начальных данных может не существовать алгоритма, позволяющего определить, столкнутся в конце концов или нет шарики A и B, – отнюдь не лишено смысла.

Однако на самом деле, когда говорят: «Ньютонианский бильярдный мир не вычислим», имеют в виду совсем другое. Та модель, которую я сравниваю с ньютонианским бильярдным миром – а именно, «бильярдный компьютер» Фредкина–Тоффоли – действует как вычислительный алгоритм. В конечном счете, это и было квинтэссенцией идеи Фредкина и Тоффоли – что их модель должна вести себя как (универсальный) компьютер! Вопрос, который я пытаюсь

[41] В главе 4 (примечание 246, с. 143 {МОИ № 14}) высказывалось предположение о том, что теория Блюма–Шуба–Смэйла [1989], вероятно, даст возможность решить некоторые из этих вопросов в математически более приемлемом виде.

сейчас прояснить, сводится к следующему: можно ли представить себе, что человеческий мозг, используя некоторые подходящие «невычислимые» физические законы, работает в определенном смысле «лучше», чем машина Тьюринга? Бесполезно пытаться использовать что-нибудь вроде следующего утверждения: «Если шарик *A* никогда не сталкивается с шариком *B*, то ответ на Ваш вопрос будет “нет”». Чтобы окончательно удостовериться в том, что шарик *A* действительно никогда не сталкивается с шариком *B*, пришлось бы прождать вечность! Разумеется, машины Тьюринга ведут себя именно так.

На самом деле, существуют, по-видимому, достаточно весомые указания в пользу своего рода вычислимости ньютонианского бильярдного мира (по крайней мере, если оставить в стороне проблему множественных столкновений). Способ, которым мы пользуемся для того, чтобы рассчитать поведение такого мира, сводится к введению аппроксимаций. Мы могли бы предположить, что центры шариков по определению располагаются в узлах некоторой точечной решетки, причем координаты узлов измерены, например, с точностью до сотых долей единицы. Время также можно считать «дискретным»: все допустимые моменты времени должны быть кратными некоторой небольшой единице (обозначаемой, скажем, Δt). Это приводит к разным дискретным возможностям для «скоростей» (разностей между значениями положений точек на решетке в два последовательных разрешенных момента времени, деленных на Δt). Соответствующие приближения для ускорений вычисляются с использованием закона силы, и, в свою очередь, используются для получения значений «скоростей». После чего с требуемой точностью вычисляются новые положения шариков в узлах решетки в следующий допустимый момент времени. Вычисления производятся до тех пор, пока сохраняется указанная точность. Вполне может оказаться, что точность будет потеряна раньше, чем мы успеем рассчитать состояние системы для достаточно большого числа моментов времени. В этом случае процедура начинается снова со значительно более мелкой пространственной решеткой и более частыми допустимыми моментами времени. Это позволяет достичь большей точности – и рассчитать поведение системы в более отдаленном будущем. Такой прием дает возможность математически описывать ньютоновский бильярдный мир (игнорируя множественные столкновения) сколь угодно точно, и в этом смысле можно сказать, что ньютонианский мир действительно вычислим.

Но в то же время можно сказать и обратное: что в некотором (практическом) смысле этот мир «невычислим», поскольку точность, с которой могут быть известны начальные данные, всегда ограничена. Действительно, такого рода задачам всегда присуща некоторая (и весьма значительная) «нестабильность». Очень небольшое изменение в начальных условиях может привести к возникновению чудовищных изменений в конечном состоянии. (Всякий, кто пытался загнать в лузу бильярдный шар, стремясь ударить его промежуточным шаром, поймет, что я имею в виду!) Сказанное становится очевидным, когда происходят (последовательные) столкновения, но такие неустойчивости в поведении могут встречаться и в случае действия ньютоновского тяготения на расстоянии (если гравитирующих тел больше двух). Для обозначения этого типа неустойчивости часто используется термин «хаос», или «хаотическое поведение». Например, хаотическое поведение важно, когда речь заходит о погоде. Хотя ньютоновские уравнения, управляющие стихиями, хорошо изучены, долговременный прогноз погоды печально известен своей ненадежностью!

Всё это не похоже на тот тип «невычислимости», который можно было бы каким-то образом «использовать». Невычислимость в данном случае обусловлена просто тем, что из-за существования предела точности, с которой может быть известно начальное состояние, будущее состояние в принципе не поддается точному расчету на основании известных начальных условий. На самом деле, в этом случае к будущему поведению системы примешивается случайный элемент – и только. Если же работа мозга все-таки опирается на полезные невычислимые составляющие физических законов, то последние должны быть совершенно другими – и более конструктивными – по своей природе. Поэтому я не буду называть «хаотическое» поведение такого рода «невычислимостью», предпочитая использовать термин «непредсказуемость». Наличие непредсказуемости – весьма общее явление для тех детерминистских законов, которые, как мы вскоре убедимся, действительно возникают в (классической) физике. Но мы скорее уж предпочтем минимизировать непредсказуемость, чем «использовать» ее в конструкции мыслящей машины!

Обсуждая в общем и целом вопросы вычислимости и непредсказуемости, нам будет полезно принять более широкую, чем прежде, точку зрения на природу физических законов. Это позволит рассматривать не только схему ньютоновской механики, но и более поздние теории, пришедшие ей на смену. И сперва нам стоит окинуть беглым взглядом замечательную формулировку законов механики, предложенную Гамильтоном.

§5.6. Гамильтонова механика

Своими успехами ньютоновская механика обязана не только своей способности исключительно точно описывать физический мир, но и обилию порожденных ею математических теорий. Замечательно, что все ПРЕВОСХОДНЫЕ теории природы оказались весьма щедрыми источниками математических идей. В этом кроется глубокая и прекрасная тайна: все наиболее точные теории в то же время необычайно плодотворны и с точки зрения математики. Не подлежит сомнению, что это свидетельствует о каких-то глубоких связях между реальным окружающим нас миром и платоновским миром математики.[42] (Далее, (в главе 10, с. 347) я постараюсь еще раз вернуться к этому вопросу.) Возможно, ньютоновская механика в этом отношении не имеет себе равных, так как ее рождение привело к возникновению дифференциального и интегрального исчисления. Кроме того, специфическая ньютонианская схема дала рождение массе замечательных математических идей, составляющих классическую механику. Имена многих великих математиков XVIII и XIX веков связаны с развитием этой науки: Эйлер, Лагранж, Лаплас, Лиувилль, Пуассон, Якоби, Остроградский, Гамильтон. То, что принято называть «гамильтоновой теорией»[43], включает в себя многое из проделанной ими работы. Сейчас мы вкратце коснемся общих положений этой теории. Разносторонний и самобытный ирландский математик Уильям Роуан Гамильтон (1805–1865), автор гамильтоновых циклов (обсуждаемых на с. 155 {МОИ № 14}), придал этой теории такую форму, которая особо подчеркивала аналогию с распространением волн. Это указание на существование взаимосвязи между волной и частицей (равно как и форма самих уравнений Гамильтона) сыграло важную роль в последующем развитии квантовой механики. К этой стороне дела я еще вернусь в следующей главе.

В рамках гамильтоновой теории впервые появились «переменные» для описания физической системы. До Гамильтона положения частиц считались первичными, а скорости считались просто быстротой изменения положения частиц во времени. Напомним, что для задания начального состояния ньютоновской системы нам необходимы положения и скорости всех частиц – только тогда мы можем определить последующее поведение системы. В рамках гамильтоновой формулировки необходимо выбирать импульсы, а не скорости частиц. (На с. 138 мы отметили, что импульс частицы есть не что иное, как произведение ее скорости на массу.) Само по себе это нововведение может показаться несущественным, но важно здесь другое: положение и импульс каждой частицы в гамильтоновой формулировке надлежит рассматривать как независимые, более или менее равноправные величины. Тем самым, используя гамильтонову формулировку, мы «делаем вид», что импульсы различных частиц не имеют никакого отношения к быстроте изменения переменных, описывающих их относительное положение, а представляют собой отдельный набор переменных – и, как следствие, мы можем считать импульсы совершенно независимыми от изменения положений движущихся частиц. В гамильтоновой формулировке мы располагаем двумя системами уравнений: одна из них говорит нам о том, как изменяются во времени импульсы различных частиц, другая – о том, как изменяются во времени положения частиц. И в том, и в другом случае быстрота изменений определяется различными положениями и импульсами в рассматриваемый момент времени.

---

[42] **В.Э.:** Разумеется, такая связь есть, только это никакая не тайна (во всяком случае для Веданской теории). Как всё началось с программы N, создающей натуральные числа, так всё и продолжалось до дифференциального и интегрального исчисления и дальше. В реальном мире есть множества объектов; они (их номиналии) обрабатываются мозговыми программами; мир потенциальных продуктов этих программ есть «платоновский мир идей»; более подробное изучение внешних объектов (как в случае Ньютона) требует новых мозговых программ (алгоритмов) – и они изобретаются. Всё так просто, что проще некуда.

[43] Уравнения, написанные Гамильтоном, – хотя, возможно, не вполне отражавшие его собственную точку зрения – были известны великому итало-французскому математику Жозефу Л. Лагранжу (1736–1813) еще за 24 года до Гамильтона. Не менее важным достижением стала примерно в то же время формулировка механики в форме уравнений Эйлера–Лагранжа, согласно которым законы Ньютона можно рассматривать как производные одного основополагающего принципа – принципа стационарного действия (П.Л.М. де Мопертюи.) Обладая огромным теоретическим значением, уравнения Эйлера–Лагранжа имеют к тому же и немалую практическую ценность как мощный инструмент для вычислений.

Грубо говоря, первая система гамильтоновых уравнений выражает второй, самый важный закон движения Ньютона (быстрота изменения импульса = силе), тогда как вторая система уравнений Гамильтона говорит нам о том, чему равны импульсы, выраженные в терминах скоростей (быстрота изменения положения = импульс/массу). Напомним, что в формулировках законов движения Галилея–Ньютона использовались ускорения (или быстрота изменения быстроты изменения положения, т.е. уравнения «второго порядка»), тогда как в гамильтоновой формулировке нам достаточно говорить только о быстроте изменения величин (уравнения «первого порядка»). Все гамильтоновы уравнения выводятся всего лишь из одной важной величины: функции Гамильтона H, представляющую собой полную энергию системы, выраженную в переменных, описывающих положения и импульсы.

Гамильтонова формулировка дает весьма изящное и симметричное описание механики. Выпишем здесь гамильтоновы уравнения просто для того, чтобы понять, как они выглядят, хотя многие читатели, возможно, и не знакомы с принятыми в математическом анализе обозначениями, необходимыми для полного понимания – впрочем, оно сейчас и не требуется. Всё, что нам сейчас действительно нужно знать о дифференциальном исчислении, ограничивается пониманием смысла «точки» в левых частях уравнений Гамильтона – она означает быстроту изменения по времени (в первом случае – импульса, во втором случае – положения):

$$\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad \dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}.$$

Индекс i здесь использован просто для того, чтобы отличать все различные координаты импульсов (p_1, p_2, p_3, p_4, ...) и положений (x_1, x_2, x_3, x_4, ...). Для n частиц, неограниченных наложенными на них связями, мы получаем $3n$ координат импульсов и $3n$ координат положений (по одной координате для каждого из трех независимых направлений в пространстве). Символ ∂ относится к операции «частного дифференцирования» (взятию производной по одной переменной при сохранении постоянных значений всех остальных переменных), а H, как сказано выше, означает функцию Гамильтона. (Если Вы ничего не знаете о «дифференцировании» – не стоит беспокоиться. Просто рассматривайте правые части уравнений Гамильтона как некие вполне определенные математические выражения, записанные через x_i и p_i.)

Координаты x_1, x_2, ... и p_1, p_2, ... могут на самом деле использоваться для обозначения более общих вещей, а не только обычных декартовых координат для частиц (т.е. когда x_i, – обычные расстояния, измеряемые по трем различным направлениям, расположенным под прямыми углами друг к другу). Например, некоторые из x_i в гамильтоновом случае можно считать углами – тогда соответствующие p_i превращаются в угловые моменты (см. с. 234)[44] вместо импульсов – или вообще какими-нибудь совершенно абстрактными величинами. Замечательно, что при этом гамильтоновы уравнения по-прежнему сохраняют в точности ту же форму. Действительно, при подходящем выборе функции Гамильтона H гамильтоновы уравнения остаются в силе для любой системы классических уравнений, а не только для уравнений Ньютона. В частности, они выполняются для теории Максвелла(–Лоренца), к рассмотрению которой мы вскоре приступим. Гамильтоновы уравнения можно записать и для специальной теории относительности. Даже общую теорию относительности (при соблюдении должной осторожности) можно представить в гамильтоновой форме. Кроме того, как мы убедимся в дальнейшем при знакомстве с уравнением Шрёдингера (с. 234), гамильтонова формулировка служит отправным пунктом для вывода уравнений квантовой механики. Такое единство формы в структуре динамических уравнений, сохранившееся несмотря на все революционные новшества, введенные в физические теории за минувшие столетия, поистине удивительна!

§5.7. Фазовое пространство

Форма гамильтоновых уравнений позволяет нам «наглядно представить» эволюцию классической системы, используя весьма мощный и универсальный подход. Попытаемся вообразить «пространство» большого числа измерений, по одному измерению на каждую из координат x_1, x_2, ... p_1, p_2, ... (Математические пространства часто имеют размерность выше трех.) Такое пространство называется фазовым пространством (рис. 5.10). Для n свободных частиц размерность фазового пространства равна $6n$ (по три координаты положения и по три

[44] **В.Э.:** Это §6.20 ниже в этом томе.

координаты импульса для каждой частицы). Читателя может обеспокоить то, что даже для одной-единственной частицы размерность фазового пространства оказывается вдвое большей, чем мы обычно привыкли представлять! Но секрет успеха заключается в том, чтобы не пасовать перед трудностями. Конечно, шестимерное пространство действительно имеет бóльшую размерность, чем та, которую можно с ходу (!) представить – но даже если бы могли себе его представить, то пользы от этого оказалось бы немного. Например, всего лишь для комнаты, полной молекул газа, размерность фазового пространства могла бы равняться, например, такой величине:

10˙000˙000˙000˙000˙000˙000˙000˙000˙000.

Попытка наглядно представить себе пространство столь высокой размерности заранее обречена на провал! Так что лучше даже и не пытаться делать это даже в случае фазового пространства для одной-единственной частицы. Просто представьте себе несколько расплывчатую трехмерную (или даже всего лишь двумерную) область. Взгляните еще раз на рис. 5.10. Этого вполне достаточно.

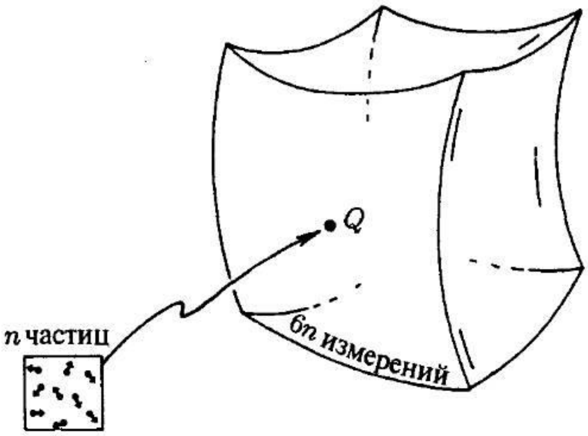


Рис. 5.10. Фазовое пространство. Каждая точка *Q* фазового пространства описывает полное состояние некоторой физической системы, включающее в себя мгновенные движения всех ее частей

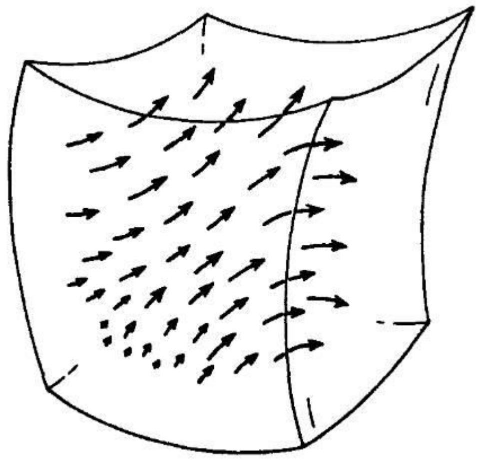


Рис. 5.11. Векторное поле в фазовом пространстве, представляющее эволюцию системы во времени в соответствии с уравнениями Гамильтона

А как теперь наглядно представить себе уравнения Гамильтона для фазового пространства? Прежде всего следует помнить о том, что на самом деле изображает одна точка *Q* фазового пространства. Она соответствует некоторому конкретному набору значений всех координат положений x_1, x_2, ... и всех координат импульсов p_1, p_2, ... То есть, точка *Q* представляет всю нашу физическую систему в определенном состоянии движения, заданного для каждой из образующих ее частиц в отдельности. Уравнения Гамильтона говорят нам о степени быстроты изменения всех этих координат, если их текущие значения известны, т.е. управляют движениями всех отдельных частиц. В переводе на язык фазового пространства уравнения Гамильтона описывают дальнейшее поведение точки *Q* в этом пространстве, если нам задано ее текущее положение. Таким образом, в каждой точке фазового пространства мы имеем маленькую стрелку (точнее: вектор), которая говорит нам о том, как движется точка *Q* – а это позволяет описывать эволюцию во времени всей нашей системы. Совокупность всех стрелок образует так называемое векторное поле (рис. 5.11). Следовательно, уравнения Гамильтона определяют векторное поле в фазовом пространстве.

Выясним, как можно интерпретировать в терминах фазового пространства физический детерминизм. В качестве начальных условий при $t = 0$ мы имели бы конкретный набор значений, заданных для всех координат положений и импульсов, т.е. некоторую определенную точку *Q* фазового пространства. Чтобы вычислить эволюцию системы во времени, надо просто следовать стрелкам. Таким образом, всё поведение нашей системы (независимо от степени ее сложности) описывается в фазовом пространстве всего лишь одной точкой, движущейся по стрелкам, которые она встречает на своем пути. Мы можем считать, что стрелки указывают «скорость» нашей точки *Q* в фазовом пространстве. Если стрелка «длинная», то точка *Q* движется быстро, а если «короткая» – то медленно. Чтобы узнать, что наша система делает в момент времени *t*, мы просто смотрим, куда к этому времени переместилась точка *Q*, следуя указаниям попутных стрелок. Ясно, что это – детерминистская процедура. Характер движения точки Q полностью определяется гамильтоновым векторным полем.

А как обстоит дело с вычислимостью? Если мы стартовали из вычислимой точки фазового пространства (т.е. из точки, у которой все координаты положения и импульсов являются вычислимыми числами, см. главу 3, с. 78), и с момента начала движения прошло вычислимое время t – то закончим ли мы с необходимостью в точке, которая может быть вычислимым образом получена из t и исходных значений координат? Ответ, очевидно, зависит от выбора функции Гамильтона H. Действительно, в функцию H могут входить физические константы – такие, как ньютоновская постоянная тяготения или скорость света, величина которых зависит от выбора единиц; или другие, описывающиеся точными числовыми выражениями – и поэтому, чтобы положительно ответить на поставленный вопрос, необходимо сначала убедиться в том, что все эти постоянные вычислимы. В таком случае я осмелюсь предположить, что для обычных гамильтонианов (т.е. функций H), встречающихся в физике, ответ может быть утвердительным. Но это – всего лишь догадка, и вопрос – интересный вопрос! – остается пока открытым. Надеюсь, что со временем он будет изучен более основательно.

С другой стороны, мне кажется, – по тем же самым причинам, которых я кратко коснулся в связи с бильярдным миром – что этот вопрос не настолько существенен. Ведь чтобы утверждение о невычислимости точки фазового пространства имело смысл, необходимо было бы задавать ее координаты с бесконечной точностью, т.е. со всеми десятичными знаками после запятой! (Число, записываемое конечным количеством десятичных знаков, всегда вычислимо.) Конечный отрезок десятичного разложения любого числа ничего не говорит нам о возможности вычислить оставшуюся часть. Но точность всех физических измерений ограничена возможностями приборов, поэтому они могут дать нам информацию лишь о конечном числе знаков десятичного разложения. Обесценивает ли это само понятие «вычислимого числа» применительно к физическим измерениям?

Действительно, если мы рассматриваем устройство, которое могло бы использовать каким-нибудь полезным образом некие (гипотетические) невычислимые составляющие физических законов, то разумно предположить, что оно не должно зависеть от произведения измерений с неограниченной точностью. Но возможно, я сейчас стараюсь рассуждать слишком строго. Предположим, что у нас имеется физическое устройство, которое в силу известных теоретических причин реализует некоторую интересную математическую процедуру неалгоритмического характера. Тогда поведение этого устройства – при условии, что мы имеем возможность точно удостовериться в этом – позволило бы получать правильные ответы на последовательность математически содержательных вопросов, для решения которых не существует алгоритма (подобно вопросам, рассмотренным в главе 4). Любой наперед заданный алгоритм на определенной стадии такого процесса дал бы сбой – тогда как наше устройство на той же стадии выдало бы некоторый новый результат. Действительно, это устройство могло бы осуществлять изучение некоторого физического параметра со всё большей и большей точностью, необходимой для дальнейшего продвижения по списку вопросов. Однако мы действительно получим нечто новое от нашего устройства на какой-то конечной стадии точности, по крайней мере пока нам не удастся найти усовершенствованный алгоритм для ответа на указанную последовательность вопросов: затем нам следовало бы повысить точность, чтобы продвинуться еще дальше – до тех пор, пока наш усовершенствованный алгоритм не окажется бессилен.

Тем не менее, создается впечатление, что даже всё возрастающая точность в определении физического параметра неудобна в качестве способа кодирования информации. Гораздо предпочтительнее было бы получать нашу информацию в «дискретной» (или «цифровой») форме. В этом случае ответы на вопросы, расположенные всё дальше и дальше от начала списка, могли бы быть получены путем рассмотрения всё большего количества дискретных единиц или, быть может, путем повторного рассмотрения некоторого фиксированного набора дискретных единиц, где требуемая неограниченная информация распределялась бы по всё более длинным временным интервалам. (Мы могли бы представить себе, что эти дискретные единицы построены из частей, каждая из которых может находиться в одном из двух состояний – «вкл.» или «выкл.» – подобных единицам и нулям в описании машины Тьюринга, приведенном в главе 2.) Для этого нам, как представляется, требуются такие устройства, которые могли бы принимать (отличимые) дискретные состояния и, совершив определенные эволюции в соответствии с динамическими законами, снова перейти в один из наборов дискретных состояний. Если бы это было так, то мы могли бы избежать необходимости изучать каждое устройство с произвольно высокой степенью точности.

Возникает вопрос: действительно ли гамильтоновы системы ведут себя подобным образом? Необходимым условием для этого, видимо, должна быть некоторая устойчивость в поведении системы, позволяющая четко устанавливать, в каком из таких дискретных состояний находится наше устройство. При этом желательно будет зафиксировать это состояние (по крайней мере на некоторый достаточно продолжительный период времени) и добиться того, чтобы оно (устройство) не дрейфовало из одного состояния в другое. Кроме того, если система оказывается в этих состояниях с небольшой погрешностью, то нам бы не хотелось, чтобы погрешности накапливались; наоборот: мы будем требовать, чтобы такие погрешности со временем сглаживались. К тому же, наше искомое устройство должно было бы состоять из частиц (или каких-то других элементов), которые с необходимостью описывались бы в терминах непрерывных параметров, причем каждое отличимое «дискретное» состояние покрывало бы некоторый диапазон значений этих непрерывных параметров. (Например, можно представлять разные дискретные состояния с помощью частицы, лежащей либо в одном, либо в другом ящике. Чтобы указать, что частица действительно находится в одном из них, мы будем говорить, что координаты положения частицы принадлежат определенному диапазону значений.) С точки зрения фазового пространства это означает, что каждая из «дискретных» альтернатив должна соответствовать некоторой области в фазовом пространстве так, чтобы различные точки фазового пространства, принадлежащие одной и той же области, отвечали бы одному и тому же состоянию нашего устройства (рис. 5.12).

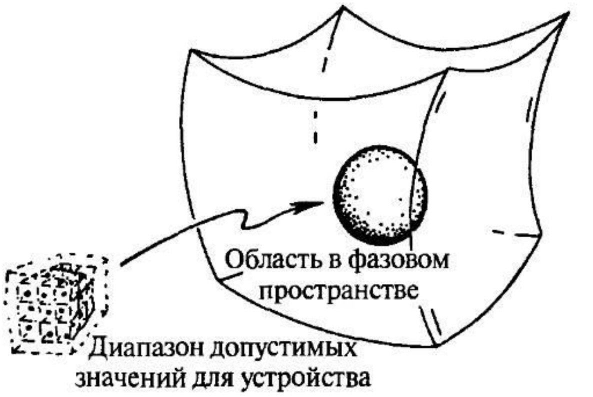


Рис. 5.12. Область в фазовом пространстве соответствует диапазону возможных значений пространственных координат и импульсов всех частиц. Такая область может представлять отдельное отличимое состояние (т.е. «альтернативу») какого-нибудь устройства

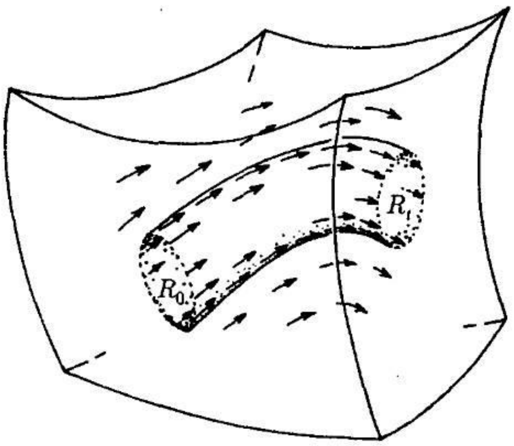


Рис. 5.13. С течением времени область R_0 фазового пространства, увлекаемая вдоль векторного поля, переходит в новую область R_t. Это может служить описанием эволюции во времени некоторого определенного состояния нашего устройства

Предположим теперь, что наше устройство стартует из точки фазового пространства, принадлежащей некоторой области R_0, которая соответствует одной из таких возможностей. Мы будем считать, что область R_0 перемещается вдоль гамильтонова векторного поля до тех пор, пока в момент времени t она не переходит в область R_t. Представляя себе такое развитие событий, мы тем самым описываем эволюцию нашей системы во времени при всех возможных начальных состояниях, соответствующих одной и той же альтернативе (рис. 5.13). Вопрос об устойчивости (в том смысле, в каком мы трактуем устойчивость здесь) сводится к вопросу о том, остается ли с ростом t область R_t локализованной или начинает расплываться по всему фазовому пространству. Если область R_t со временем сохраняет конечный объем, то мы будем говорить, что наша система демонстрирует устойчивое поведение. Точки фазового пространства, близкие друг к другу (настолько, что они соответствуют конкретным физическим состояниям системы, которые существенно похожи друг на друга), остаются близкими, и погрешности в указании их положения со временем не увеличиваются. Любое чрезмерно сильное расплывание начальной области R_0 в результате приводит к появлению непредсказуемой составляющей в поведении системы.

А что вообще можно сказать о гамильтоновых системах? Стремятся ли области фазового пространства расплываться со временем или все-таки нет? Казалось бы, при такой общей постановке проблемы сказать о ней можно будет немного. Однако для гамильтоновых систем существует весьма красивая теорема, принадлежащая выдающемуся французскому математику Жозефу Лиувиллю (1809–1882), которая утверждает, что объем любой области фазового пространства должен оставаться постоянным при любых изменениях состояния системы, происходящих в соответствии с уравнениями Гамильтона. (Разумеется, размерность «объема» следует понимать в смысле размерности фазового пространства.) Следовательно, объем каждой области R_t должен быть таким же, как объем исходной области R_0. На первый взгляд теорема Лиувилля позволяет утвердительно ответить на вопрос об устойчивости гамильтоновых систем. В силу того, что размер исходной области (в смысле ее объема в фазовом пространстве) не может возрастать, создается впечатление, будто наша исходная область не может со временем расплываться по всему фазовому пространству.

Однако такое впечатление обманчиво, и, немного поразмыслив над этим, мы поймем, что в действительности может произойти прямо противоположная ситуация! На рис. 5.14 я попытался наглядно изобразить такое поведение системы, которое можно было бы ожидать в общем случае. Представим себе, что начальная область R_0 невелика и имеет «приемлемую» форму – достаточно гладкую, лишенную причудливых выступов – которая указывает на то, что при описании состояний, принадлежащих этой области, чрезмерно высокая точность совсем необязательна. Но с течением времени область R_t начинает деформироваться и растягиваться – сначала принимая форму, напоминающую амебу, а затем образуя причудливые отростки, которые простираются далеко в стороны, замысловато извиваясь то в одном, то в другом направлении. Объем при этом действительно сохраняется, но тот же самый объем может теперь истончиться и распределиться по обширной области фазового пространства. Практически аналогичная картина будет наблюдаться в случае с капелькой чернил, попавшей в большую емкость с водой. В то время, как реальный объем чернильной жидкости остается неизменным, она постепенно истончается, распределяясь по всему объему емкости. Вероятно, подобным образом ведет себя и исходная область R_0 в фазовом пространстве. Она не обязательно должна расплываться по всему фазовому пространству (эта предельная ситуация известна под названием «эргодической») – но вполне может в конце концов занять область, значительно превышающую ее первоначальный объем. (Дальнейшее обсуждение см. в книге: Дэвис [1974].)

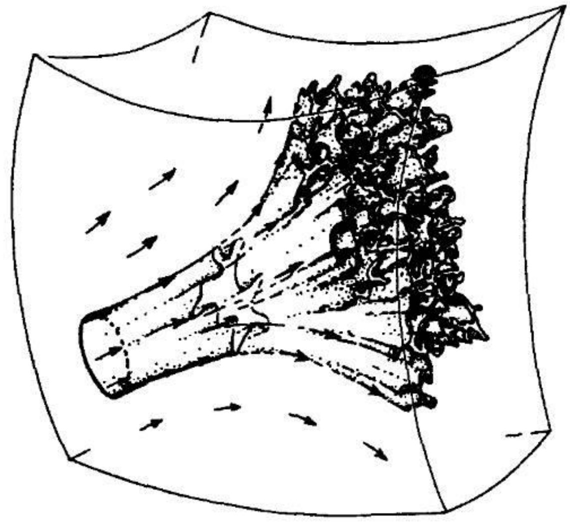


Рис. 5.14. Несмотря на то, что – согласно теореме Лиувилля – объем фазового пространства сохраняется постоянным, он, как правило, будет расплываться в результате чрезвычайно сложной эволюции системы во времени

Трудность заключается в том, что сохранение объема отнюдь не влечет за собой сохранение формы: малые области имеют тенденцию деформироваться, и их деформации простираются на большие расстояния. В многомерных пространствах проблема расплывания начальной области гораздо более серьезна, чем в пространствах малой размерности, так как «направлений», по которым расплываются отдельные части нашей области, гораздо больше. На самом деле, вместо того, чтобы «помочь» нам держать область R_t под контролем, теорема Лиувилля создает фундаментальную проблему! Не будь теоремы Лиувилля, можно было бы представить, что бесспорная тенденция к расплыванию области в фазовом пространстве могла бы (при соответствующих обстоятельствах) компенсироваться уменьшением полного объема. Но теорема Лиувилля говорит нам, что такое уменьшение невозможно, и нам остается только мириться с таким поразительным свойством – универсальным для всех классических динамических (гамильтоновых) систем нормального типа![45]

[45] В действительности, ситуация еще более «осложняется» в результате того, что лиувиллевский объем в фазовом пространстве – всего лишь один из целого семейства «объемов» различного числа

Помня о неизбежном расплывании исходной области в фазовом пространстве, уместно спросить: а как в таком случае вообще возможно делать предсказания в классической механике? Это действительно непростой вопрос. Расплывание начальной области говорит нам о том, что независимо от степени точности, с которой мы знаем начальное состояние системы (конечно, в разумных пределах), тенденция к возрастанию погрешностей со временем сделает нашу исходную информацию практически бесполезной. В этом смысле классическая механика в принципе непредсказуема. (Вспомним введенное выше понятие «хаоса».)

Чем же в таком случае объяснить явный успех ньютоновской механики? Говоря о небесной механике (т.е. движении небесных тел под действием сил гравитации), в качестве наиболее вероятной причины можно назвать, наверное, то, что, во-первых, небесная механика занимается изучением сравнительно небольшого числа связанных тел (Солнца, планет и их естественных спутников – лун), между которыми имеется большой разброс по массе, поэтому в первом приближении возмущающим действием менее массивных тел на более массивные можно пренебречь и рассматривать только взаимодействие нескольких массивных тел друг на друга; во-вторых, законы движения, применимые к отдельным частицам, образующим эти тела, как нетрудно видеть, работают и на уровне самих тел, вследствие чего с очень хорошим приближением Солнце, планеты и луны можно, в свою очередь, рассматривать как частицы и не беспокоиться по поводу малых движений отдельных составляющих небесных тел![46] И снова нам удается свести всё к рассмотрению системы из «небольшого» количества тел, где расплывание начальной области в фазовом пространстве становится несущественным.

Помимо небесной механики и поведения запущенных тел (камней, пуль, ядер, и т.д.), что можно рассматривать как ее частный случай, а также изучения простых систем, содержащих небольшое число частиц, – основные методы, использовавшиеся ньютоновской механикой, очевидно, не могут быть вообще отнесены к разряду «детерминистско-предсказуемых» в том смысле, о котором мы говорили выше. Общую ньютоновскую схему используют скорее для построения моделей, изучение которых позволяет делать выводы о поведении системы в целом. Некоторые точные следствия из законов движения, такие, как законы сохранения энергии, импульса и углового момента, действительно выполняются на любых масштабах. Кроме того, существуют статистические свойства, которые можно комбинировать с динамическими законами, управляющими отдельными частицами, и использовать их для общего прогнозирования поведения системы. (См. обсуждение термодинамики в главе 7; эффект расплывания в фазовом пространстве, рассмотрением которого мы занимались выше, находится в достаточно тесной взаимосвязи со вторым началом термодинамики – и при соблюдении надлежащей осторожности эти идеи действительно можно использовать для прогнозирования.) Искусно проделанное самим Ньютоном вычисление скорости звука в воздухе (слегка подправленное столетие спустя Лапласом) – хороший тому пример. Но весьма редко случается, чтобы детерминизм, присущий ньютоновской (или, в более широком смысле, гамильтоновой) динамике, реально использовался на практике.

Эффект расплывания начальной области в фазовом пространстве приводит к еще одному замечательному следствию. Только подумайте: ведь он свидетельствует о том, что классическая механика, на самом деле, не в состоянии адекватно описать наш с вами мир! Я несколько

измерений (называемых инвариантами Пуанкаре), которые остаются постоянными в ходе эволюции системы, описываемой уравнениями Гамильтона. Однако я был немного несправедлив в оценке всеобщности моих утверждений. Можно представить себе систему, в которой физические степени свободы (дающие вклад в какой-то из объемов фазового пространства) могут быть «заброшены» за пределы области наших интересов (например, они могут относиться к излучению, уходящему на бесконечность), так что объем той части фазового пространства, которую мы непосредственно изучаем, мог бы, на самом деле, уменьшиться.

[46] Этот второй факт следует считать исключительной удачей для науки, ибо без него динамическое поведение больших тел могло бы остаться непостижимым и никак не указывало бы на конкретный вид тех законов, которые управляют поведением отдельных частиц. Как мне кажется, Ньютон столь упорно настаивал на своем третьем законе в том числе и потому, что без третьего закона динамическое поведение было бы просто невозможно перенести с микроскопического уровня на макроскопический. Наряду с этим, не менее важное значение для развития естествознания имело еще одно «чудесное» совпадение, касающееся закона обратных квадратов: оказалось, что этот закон – единственный из всех степенных законов (описывающих убывающие с расстоянием силы) для которого орбиты движения вокруг центрального тела в общем случае имеют простую геометрическую форму. Что делал бы Кеплер, если бы сила всемирного тяготения была бы обратно пропорциональна не квадрату, а кубу расстояния?

преувеличиваю – но не так уж сильно. Классическая механика может достаточно точно описывать поведение жидких тел – главным образом газов, хотя (с приемлемой степенью точности) и собственно жидкостей – в том случае, когда интерес представляют общие «усредненные» свойства систем частиц; но она испытывает затруднения при попытке объяснить структуру твердых тел, которая отличается более высокой организацией. Проблемой здесь становится невозможность описать феномен сохранения твердым телом своей формы несмотря на то, что оно состоит из мириадов точечноподобных частиц, структура относительного расположения которых постоянно нарушается из-за расплывания начальной области в фазовом пространстве. Как мы теперь знаем, для того, чтобы разобраться в строении твердых тел, необходима квантовая теория, поскольку квантовые эффекты могут каким-то образом предотвратить расплывание портрета системы в фазовом пространстве. Это – весьма важный вопрос, к которому мы еще вернемся в дальнейшем (см. главы 8 и 9).

Затронутая нами тема имеет не менее важное значение и для вопроса о построении «вычислительной машины». Эффект расплывания в фазовом пространстве относится к разряду явлений, которые необходимо контролировать. Нельзя позволить слишком сильно расплываться той области фазового пространства, которая соответствует «дискретному» состоянию вычислительного устройства (такой, например, как описанная выше область R_0). Напомним, что даже в «бильярдном компьютере» Фредкина–Тоффоли требовались некоторые специально вводимые извне <u>твердые стенки</u>, необходимые для правильной работы компьютера. Объяснить «цельность» объекта, состоящего из множества частиц, можно в действительности только с помощью квантовой механики. Создается впечатление, что даже «классическая» вычислительная машина должна заимствовать некоторые принципы из квантовой физики – иначе она просто не сможет работать эффективно![47]

§5.8. Электромагнитная теория Максвелла

В ньютоновской картине мира мы представляем, что крохотные частицы влияют друг на друга с помощью сил, действующих на расстоянии, причем если частицы не совсем точечные, то они способны отскакивать друг от друга в результате прямого физического контакта. Как уже упоминалось раньше (с. 142)[48], электрические и магнитные силы (которые были известны еще с античных времен и впервые подробно изучены Уильямом Гильбертом в 1600 году и Бенджамином Франклином в 1752 году) действуют аналогично гравитационным силам, поскольку также обратно пропорциональны квадрату расстояния – хотя обе представляют собой скорее силы отталкивания, чем притяжения, действуя в соответствии с принципом «подобное отталкивает подобное»; а вместо массы мерой интенсивности их воздействия служит электрический заряд и сила магнитного полюса, соответственно. На этом уровне не существует никаких трудностей, которые препятствовали бы включению электричества и магнетизма в ньютоновскую схему. Поведение света может быть сравнительно легко описано в общем виде с позиций ньютоновской механики (хотя определенные проблемы при этом всё же возникают): либо путем рассмотрения света как субстанции, состоящей из отдельных частиц («фотонов», как теперь их принято называть); либо с помощью представления его в виде волнового процесса, распространяющегося в некоторой среде (в последнем случае эту среду – «эфир» – следует считать состоящей из отдельных частиц).

То, что движущиеся электрические заряды могут создавать магнитные силы, вызывает некоторые дополнительные затруднения, но не разрушает целиком всю ньютонианскую схему. Многие математики и физики (в том числе Гаусс) предлагали системы уравнений для описания эффектов, создаваемых движущимися электрическими зарядами. В рамках общей ньютонианской схемы эти уравнения казались вполне удовлетворительными. Первым, кто бросил серьезный вызов «ньютонианской» картине мира, был, по-видимому, великий английский физик-экспериментатор Майкл Фарадей (1791–1867).

Чтобы понять суть этого вызова, необходимо прежде всего разобраться в смысле термина физическое <u>поле</u>. Начнем с магнитного поля. Большинству читателей случалось наблюдать за

---

[47] **В.Э.:** Разумеется, чтобы построить компьютер, необходимы те явления природы, которые описываются квантовой механикой. Но чтобы программировать для компьютера, идеи квантовой механики не нужны. А человеческая психика есть целиком работа программ.

[48] **В.Э.:** Это §5.4 выше в этом томе.

поведением железных опилок, рассыпанных на листке бумаги, который положили поверх магнита. Железные опилки поразительным образом выстраиваются вдоль так называемых «магнитных силовых линий». Представим себе, что силовые линии присутствуют в пространстве, даже если нет железных опилок. Эти силовые линии и образуют то, что мы называем магнитным полем. В каждой точке пространства это «поле» ориентировано в определенном направлении, а именно – в направлении силовой линии, проходящей через данную точку. В действительности, мы имеем в каждой точке пространства вектор, т.е. магнитное поле является примером векторного поля. (Мы можем сравнить магнитное поле с гамильтоновым векторным полем, которое было рассмотрено нами в предыдущем разделе, но теперь мы имеем векторное поле в обычном, а не фазовом пространстве.) Точно так же и тела, несущие электрический заряд, оказываются окруженными полем, только несколько иного рода, которое известно под названием электрического поля; а любое массивное тело создает вокруг себя так называемое гравитационное поле. Всё это – векторные поля в обычном пространстве.

Подобные идеи были известны задолго до Фарадея, и в ньютоновской механике они составляли весьма заметную часть арсенала теоретиков. Но согласно господствовавшей тогда точке зрения, такие «поля» не рассматривались как реальная физическая субстанция. Их скорее считали своего рода страницами вспомогательной «бухгалтерской книги», в различных точках которых надлежало размещать подходящие частицы. Но фундаментальные явления, наблюдаемые Фарадеем (во время опытов с движущимися витками с током, магнитами и т.п.), привели его к убеждению, что электрическое и магнитное поля совершенно «материальны» с физической точки зрения – и к открытию у переменных полей способности «проталкивать» друг друга через пустое пространство, порождая своего рода бестелесную волну! Фарадей высказал предположение, что свет может состоять из таких волн. Подобная точка зрения существенно отличалась от господствовавшей в то время «ньютонианской мудрости», которая не считала электромагнитные поля чем-то «реальным», а рассматривала их всего лишь как удобные вспомогательные математические понятия для описания «настоящей» ньютоновской картины «физической реальности» – «действия на расстоянии (дальнодействия) точечных частиц».

Столкнувшись с обнаруженными Фарадеем экспериментальными фактами, а также с более ранними открытиями замечательного французского физика Андре Мари Ампера (1775–1836) и других исследователей, великий шотландский физик и математик Джеймс Клерк Максвелл (1831–1879) задумался над математической формой уравнений, описывающих электрические и магнитные поля с учетом обнаруженных экспериментальных фактов. В результате поразительного интуитивного озарения Максвелл предложил внести в уравнения незначительную на первый взгляд поправку, что привело к поистине фундаментальным последствиям. Эта поправка в принципе не могла быть подсказана ему никакими из известных экспериментальных фактов (хотя и находилась в согласии с ними). Выводы Максвелла были результатом собственных теоретических постулатов Максвелла – отчасти физических, отчасти математических, а где-то – даже эстетических. Одно из следствий уравнений Максвелла говорило о том, что электрическое и магнитное поля действительно «проталкивают» друг друга сквозь пустое пространство. Осциллирующее магнитное поле должно было бы порождать осциллирующее электрическое поле (о чем свидетельствовали экспериментальные факты, полученные Фарадеем); а это осциллирующее электрическое поле, в свою очередь, должно создавать осциллирующее магнитное поле (в согласии с теоретическими выводами Максвелла); последнее снова порождает осциллирующее электрическое поле и т.д. (См. рис. 6.26, 6.27[49] на с. 220 и 221, где схематически изображен этот волновой процесс.)

Максвеллу удалось вычислить скорость, с которой этот процесс должен был бы распространяться в пространстве, и она в результате оказалась равной скорости света! Кроме того, эти так называемые электромагнитные волны интерферировали и обладали удивительной способностью поляризоваться, как и свет (последнее свойство на тот момент было уже давно известно, а мы еще вернемся к нему в главе 6, с. 194, 220). Помимо объяснения свойств видимого света, для которого длины электромагнитных волн должны были бы лежать в диапазоне $4 - 7 \times 10^{-7}$ м, Максвелл предсказал существование электромагнитных волн других длин, порождаемых электрическими токами в проводниках. Существование таких волн было экспериментально установлено замечательным немецким физиком Генрихом Герцем в 1888 году. Вдохновенная надежда Фарадея воплотилась в чудесные уравнения Максвелла!

---

[49] **В.Э.:** В этом томе ниже.

Хотя нам совсем не обязательно вдаваться в подробности уравнений Максвелла, давайте всё же окинем их быстрым взглядом:

$$\frac{1}{c^2} \times \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathrm{rot}\,\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{j}, \qquad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\,\mathrm{rot}\,\mathbf{E},$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = 4\pi\rho, \qquad \mathrm{div}\,\mathbf{B} = 0.$$

Здесь E, B и j – векторные поля, описывающие, соответственно, электрическое поле, магнитное поле и электрический ток; ρ – плотность электрического заряда, а c – постоянная – скорость света.[50] Не стоит огорчаться, если вам не известен смысл обозначений «rot» и «div». Они просто означают различные пространственные вариации полей B и E. (Обозначения «rot» и «div» представляют собой определенные комбинации частных производных по пространственным координатам. Напомним, что операции взятия «частной производной», обозначаемой символом ∂, мы коснулись в связи с уравнениями Гамильтона.) Операторы $\partial/\partial t$, стоящие в левых частях двух первых уравнений, по существу означают то же самое, что «точки» в уравнениях Гамильтона (различие в обозначениях вызвано чисто техническими причинами). Таким образом, $\partial E/\partial t$ означает «скорость изменения во времени электрического поля», а $\partial B/\partial t$ означает «скорость изменения во времени магнитного поля». Первое уравнение[51] связывает изменения электрического поля с текущими значениями магнитного поля и электрического тока; тогда как второе, наоборот, описывает изменения магнитного поля в зависимости от величины электрического поля. Третье уравнение, грубо говоря, представляет собой закодированную форму закона обратных квадратов, показывающую, как электрическое поле (в данный момент времени) должно быть связано с распределением зарядов. Что же касается четвертого уравнения, то оно говорит то же самое о магнитном поле (с той лишь разницей, что «магнитные заряды» – отдельные «северные» и «южные» полюсы частиц – не существуют).

Уравнения Максвелла несколько напоминают уравнения Гамильтона тем, что определяют скорость изменения по времени соответствующих величин (электрического и магнитного полей) в зависимости от их текущих значений в любой заданный момент времени. Следовательно, уравнения Максвелла являются по сути <u>детерминистскими</u> – точно так же, как и система уравнений в обычной гамильтоновой теории. Единственное (хотя и важное) различие состоит в том, что уравнения Максвелла <u>полевые</u>, а не <u>корпускулярные</u>. Это означает, что для описания состояния такой системы необходимо <u>бесконечно много</u> параметров (векторы поля в каждой точке пространства) вместо всего лишь <u>конечного</u> числа параметров (трех координат положения и трех компонент импульса каждой частицы) в корпускулярной теории. Таким образом, фазовое пространство в теории Максвелла <u>бесконечномерно</u>! (Как я уже упоминал выше, уравнения Максвелла в действительности могут быть включены в общую гамильтонову схему, но из-за их бесконечномерности гамильтонову схему перед этим необходимо слегка обобщить.[52])

Принципиально <u>новой</u> составляющей в той картине нашего физического мира, которая выстраивалась на основе теории Максвелла (помимо и сверх того, что было известно ранее), стала необходимость рассматривать <u>поля</u> уже не как математические придатки к «реальным» частицам, или корпускулам, в ньютоновской теории – но как самостоятельно существующие объекты. Действительно, Максвелл показал, что когда поля распространяются в виде электромагнитных волн, они переносят с собой определенное количество <u>энергии</u>. Ему удалось получить даже явное выражение для этой энергии. То есть оказалось, что энергию, на самом деле, могли переносить с места на место «нематериальные» электромагнитные волны. Этот факт был экспериментально подтвержден Герцем, сумевшим зарегистрировать электромагнитные волны.

---

[50] Я выбрал единицы для различных полей так, чтобы они находились в хорошем согласии с той формой, в которой Максвелл первоначально записывал свои уравнения (за исключением того, что его плотность заряда в моих обозначениях выглядела бы как $c^{-2}\rho$). При другом выборе единиц множители, содержащие c, были бы распределены иначе.

[51] Именно введение $\partial B/\partial t$ в это уравнение было мастерским штрихом в теоретических рассуждениях Максвелла. Все остальные члены во всех уравнениях, по существу, были известны нз опытных данных. Что же касается коэффициента $1/c^2$, то он очень мал и поэтому член с $\partial B/\partial t$ не мог быть обнаружен экспериментально.

[52] Действительно, мы имеем <u>бесконечно</u> много x_i и p_i, но еще одно осложнение возникает в связи с тем, что мы не можем использовать непосредственно значения полей в этих координатах, поэтому для поля Максвелла нам необходимо ввести определенные «потенциалы», чтобы к нему можно было применить гамильтонову схему.

То, что радиоволны действительно могут переносить энергию, до сих пор представляется удивительным даже тем, кто в той или иной степени знаком с этим феноменом!

§5.9. Вычислимость и волновое уравнение

Непосредственно из своих уравнений Максвелл сумел вывести, что в областях пространства, где нет ни зарядов, ни токов (т.е. там, где в приведенных выше уравнениях $j = 0$, $\rho = 0$) все компоненты электрического и магнитного полей должны удовлетворять так называемому волновому уравнению.[53] Волновое уравнение можно рассматривать как «упрощенный вариант» уравнений Максвелла, так как оно записано для одной-единственной величины, а не для всех шести компонент электрического и магнитного полей. Решения уравнения Даламбера дают пример волнообразного движения без дополнительных усложняющих свойств наподобие «поляризации» в теории Максвелла (направления вектора электрического поля, см. с. 220)[54].

Волновое уравнение представляет сейчас для нас тем больший интерес, что оно было предметом целенаправленного изучения именно в связи с его свойствами вычислимости. Действительно, Мариану Б. Пур-Элю и Яну Ричардсу (Пур-Эль, Ричардс [1979, 1981, 1982], см. также [1989]) удалось показать, что, даже несмотря на детерминистское (в обычном смысле) поведение решения волнового уравнения – при котором данные в начальный момент времени однозначно определяют решение во все остальные моменты времени – существуют вычислимые начальные данные некоего «особого» рода, обладающие тем свойством, что для них однозначно рассчитать значения поля в более поздний (вычислимый) момент времени – невозможно. Таким образом, уравнения вполне допустимой физической теории поля (хотя и отличающейся от теории Максвелла, которая действительно «работает» в нашем мире) могут, согласно Пур-Элю и Ричардсу, породить невычислимую эволюцию!

На первый взгляд это кажется весьма удивительным результатом, который вроде бы противоречит тому, о чем я говорил в предыдущем разделе относительно возможной вычислимости «разумных» гамильтоновых систем. Однако, несмотря на то, что поразительный результат Пур-Эля–Ричардса исполнен, несомненно, глубокого математического смысла, он всё же не противоречит высказанной выше гипотезе – причем по причине, имеющей глубокий физический смысл. Причина же эта состоит в том, что начальные условия «особого» рода не относятся к «плавно изменяющимся»[55], а именно это свойство обычно требуется от каждого поля, имеющего физический смысл. Пур-Эль и Ричардс в действительности доказали, что невычислимость не может возникнуть в случае волнового уравнения, если мы не будем рассматривать поля «особого» рода. С другой стороны, даже если бы такие поля считались допустимыми, было бы трудно понять, как может использовать подобную «невычислимость» любое физическое «устройство» (например, головной мозг человека)? Она могла бы иметь существенное значение только при наличии возможности производить измерения со сколь угодно высокой степенью точности (которые, как я объяснял выше, нереальны с физической точки зрения). Тем не менее, результаты Пур-Эля–Ричардса открывают интригующую область знания, которая до сих пор остается практически нетронутой.

§5.10. Уравнение движения Лоренца; убегающие частицы

Система уравнений Максвелла в том виде, как мы ее выписали, не является, на деле, полной. Эти уравнения великолепным образом описывают распространение электрических и магнитных полей при наличии заданного распределения электрических зарядов и токов. Эти заряды физически нам даны в виде заряженных частиц – в основном, электронов и протонов, как нам сейчас известно – а токи порождаются движением этих частиц. Если мы знаем, где находятся заряженные частицы и как они движутся, то уравнения Максвелла позволяют определить

---

[53] (*1) Волновое уравнение (уравнение Даламбера) представимо в виде

$$\left\{ \left(\frac{1}{c^2}\right)\times\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^2-\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \right\}\varphi = 0.$$

[54] **В.Э.:** Это §6.15 ниже в этом томе.

[55] Т.е. не имеющие второй производной.

поведение электромагнитного поля. Но вот что уравнения Максвелла нам не говорят – это как должны себя вести сами частицы. Частичный ответ на этот вопрос был известен еще во времена Максвелла, но удовлетворительной системы уравнений не было до тех пор, пока в 1895 году замечательный голландский физик Хендрик Антон Лоренц, воспользовавшись идеями, близкими к идеям специальной теории относительности, не вывел уравнения движения заряженной частицы, известные ныне как уравнения Лоренца (см. Уиттекер [1910]). Эти уравнения позволяют описывать непрерывные изменения скорости заряженной частицы под действием электрического и магнитного полей в той точке, где она в данный момент находится.[56] Присоединив уравнения Лоренца к уравнениям Максвелла, мы получаем систему уравнений, описывающих эволюцию во времени и заряженных частиц, и электромагнитного поля.

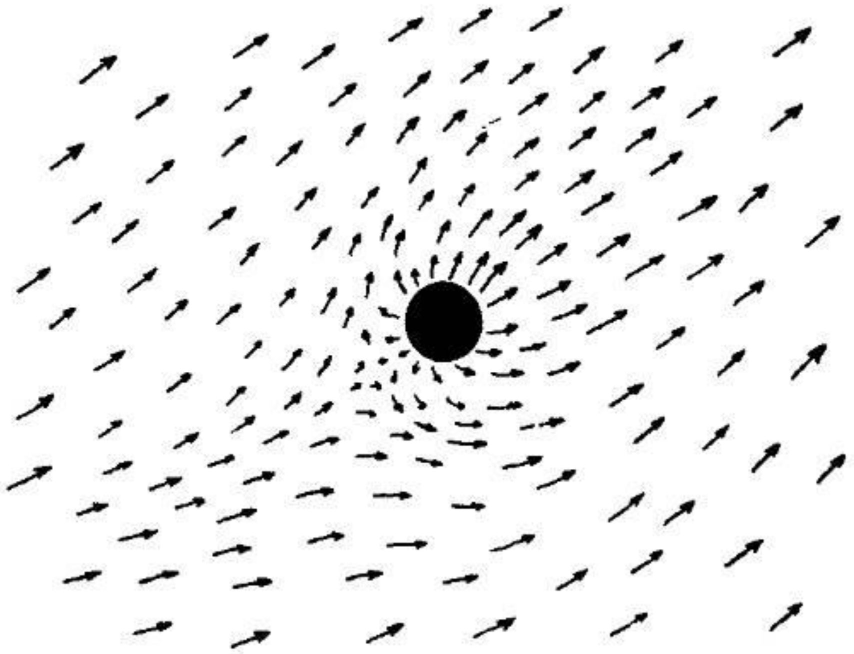


Рис. 5.15. Как можно строго применить уравнения движения Лоренца? Сипа, действующая на заряженную частицу, не может быть получена измерением поля в точке нахождения частицы, так как здесь доминирует собственное поле частицы

Но эта система уравнений, в свою очередь, тоже не безукоризненна. Она дает превосходные результаты, если поля однородны вплоть до масштабов порядка диаметра самих частиц (за единицу измерения диаметра принимается «классический радиус» электрона – около 10^{-15} м), а движения частиц не слишком интенсивны. Однако здесь имеется принципиальная трудность, обойти которую при других обстоятельствах становится невозможно. Дело в том, что уравнения Лоренца подразумевают измерения электромагнитного поля в той самой точке, где находится заряженная частица (по существу, такое измерение должно дать нам значение «силы», действующей в этой точке со стороны электромагнитного поля на нашу частицу). Но где следует выбирать эту точку, если частица имеет конечные размеры? Следует ли принять за нужную точку «центр» частицы, или поле («силу») необходимо усреднить по всем точкам поверхности частицы? Если поле неоднородно в масштабе порядка размера частицы, то разный выбор точки может привести к отличающимся результатам. Есть и другая, более серьезная проблема: каково на самом деле электромагнитное поле на поверхности частицы (или в ее центре)? Напомним, что мы рассматриваем заряженную частицу. Следовательно, электромагнитное поле, обусловленное

[56] Уравнение Лоренца определяет силу, действующую на заряженную частицу со стороны электромагнитного поля, в котором та находится. Таким образом, если масса частицы известна, то второй закон Ньютона позволяет нам найти ускорение частицы. Но заряженные частицы часто движутся со скоростями, близкими к скорости света, так что начинают сказываться эффекты специальной теории относительности, для которых выбор массы частицы (см. следующий раздел) становится уже существенным. Именно по этой причине открытие правильного закона для силы, действующей на заряженную частицу, стало возможным только после появления на свет СТО.

самой частицей, необходимо добавить к «фоновому полю», в котором находится частица. Вблизи самой «поверхности» частицы ее собственное поле становится чрезвычайно интенсивным и легко поглощает все остальные поля в окрестности частицы. Кроме того, собственное поле частицы всюду вокруг нее направлено преимущественно наружу (или вовнутрь), вследствие чего результирующее истинное поле, на которое по предположению реагирует частица, вовсе не однородно, а в каждой точке на «поверхности» частицы направлено в свою сторону, не говоря уже о «внутренности» частицы (рис. 5.15). Дополнительно к этому нам следует выяснить, будут ли отличающиеся по величине силы, которые действуют на частицу, стремиться повернуть или деформировать ее; а также понять, какими упругими свойствами обладает частица: и т.д. (особенно трудны вопросы, возникающие в связи с теорией относительности, но я не собираюсь сейчас отвлекать на них внимание читателя). Ясно, что теперь проблема становится намного сложнее по сравнению с тем, какой она казалась нам прежде.

Возможно, нам стоило бы рассматривать частицу как материальную точку. Но такой подход приводит к проблемам другого рода, ибо в непосредственной окрестности точечной частицы ее собственное электрическое поле становится бесконечным. Если, как это следует из уравнений Лоренца, частица должна реагировать на электромагнитное поле в той точке, где она находится, то точечная частица должна испытывать действие со стороны бесконечно большого поля! Чтобы формула Лоренца для величины силы имела смысл, необходимо найти способ, который позволил бы вычитать собственное поле частицы и оставлять конечное фоновое поле, которое бы однозначно определяло поведение частицы. Такой метод был предложен в 1938 году Дираком (о котором мы еще услышим в дальнейшем). Однако решение Дирака приводило к определенным следствиям, которые не могли не вызывать тревогу. Дирак обнаружил, что для однозначного определения поведения частиц и полей, исходя из соответствующих начальных данных, необходимо знать не только начальное положение и скорость каждой частицы, но и ее начальное ускорение (в контексте стандартных динамических теорий такую ситуацию нельзя не признать несколько аномальной). Для большинства значений начального ускорения частица ведет себя самым «сумасшедшим» образом, спонтанно ускоряясь в пространстве до скорости, весьма близкой к световой! Эти «убегающие решения» Дирака не соответствуют ни одному природному явлению. Необходимо найти способ, который позволил бы исключать убегающие решения и правильно выбирать начальные ускорения. Такой выбор возможен всегда, но только при условии, что мы будем пользоваться неким «априорным знанием», т.е. будем задавать начальное ускорение так, будто нам уже известно, какие решения в конце концов станут убегающими, и стараться избавляться от них. Однако в стандартной детерминистской физической задаче начальные данные задаются по-другому – произвольно и без каких-либо ограничений и требований относительно будущего поведения решений. В нашем же случае не только будущее полностью определено данными, заданными в некоторый момент времени в прошлом, но и сам способ задания этих данных весьма жестко ограничен требованием, накладываемым на будущее («допустимое») поведение частиц и полей!

Так обстоит дело, пока мы рассматриваем фундаментальные классические уравнения. Читатель легко поймет, что вопрос о детерминизме и вычислимости в законах классической физики носит раздражающе неясный характер.[57] Действительно ли в физических законах есть

[57] **В.Э.:** Ну, с точки зрения Веданской теории тут ничего принципиально неясного нет. В первую очередь нужно четко разграничить, что существует реальный, физический мир с одной стороны, и «отражающая» система в компьютере субъекта (человека, робота, инопланетянина и т.д.), с другой стороны. (У Пенроуза этого четкого разграничения нет). Физический мир никакой математике не подчиняется и никакая «вычислимость» его не интересует. Он однозначно детерминирован, и ему безразлично, может или не может субъект что-то предсказать или вычислить. Детерминизм существует только в этом физическом мире, и искать его в теориях означает – путаться в упомянутом разграничении. Субъект же производит некоторые действия с объектами физического мира, в частности – измерения. Такие действия (а именно: измерения) в Веданской теории называются первичными. Кроме первичных измерений субъект проводит вторичные действия – вычисления, построение всяких там теорий, уравнений, даже эвклидова пространства и целой математики. Построения субъекта могут быть изоморфными с отношениями объектов физического мира (тогда вычислительные предсказания субъекта «совпадают с экспериментом») или же могут быть НЕ изоморфными (тогда не совпадают). Если в построениях субъекта (в теории) появляются какие-то внутренние трудности или несовпадения с экспериментом – стройте более изоморфную модель! Что же тут неясного или таинственного? Вся путаница получается только из-за того, что недостаточно разграничивают физический мир от построений субъекта, считают мир подчиняющимся «математическим законам» и т.п.

телеологическая составляющая, которая заставляет будущее каким-то образом оказывать влияние на происходящее в прошлом? На самом деле, физики обычно не рассматривают подобные следствия из классической электродинамики (теории классических заряженных частиц, а также электрического и магнитного полей) как соответствующие реальности. Стандартный ответ физиков на упомянутые выше трудности сводится к утверждению, что «отдельные заряженные частицы» относятся к области квантовой электродинамики, и что нельзя ожидать получить разумные ответы на подобные вопросы, если использовать строго классическую теорию. Такое утверждение, безусловно, верно – но, как мы увидим в дальнейшем, в самой квантовой теории здесь также возникают проблемы. На самом деле, Дирак исследовал классическую задачу движения заряженной частицы именно потому, что надеялся обнаружить там какие-нибудь новые идеи, способные помочь в разрешении еще более фундаментальных трудностей, возникающих при рассмотрении (физически более адекватной) квантовой задачи. С проблемами квантовой теории нам еще придется столкнуться позднее!

§5.11. Специальная теория относительности Эйнштейна и Пуанкаре

Напомним принцип относительности Галилея, который гласит, что физические законы Ньютона и Галилея останутся совершенно неизменными, если от покоящейся системы отсчета мы перейдем в другую, движущуюся равномерно и прямолинейно. Из этого принципа следует, что, просто наблюдая динамическое поведение объектов вокруг нас, мы не можем установить, находимся ли мы в состоянии покоя или движемся равномерно и прямолинейно в каком-то направлении. (Вспомним пример Галилея с кораблем в море, см. с. 138.)[58] Предположим теперь, что к законам Ньютона и Галилея мы присоединили уравнения Максвелла. Останется ли при этом в силе принцип относительности Галилея? Напомним, что электромагнитные волны Максвелла распространяются с фиксированной скоростью *c* – скоростью света. Казалось бы, здравый смысл подсказывает, что если мы будем двигаться очень быстро в каком-нибудь направлении, то должно создаться впечатление, что скорость света в этом направлении стала меньше *c* (поскольку мы «догоняем свет»); а скорость света в противоположном направлении – больше *c* (так как при этом мы движемся «от света»). Видно, что и тот, и другой результат отличны от фиксированного значения *c* скорости света в теории Максвелла. И здравый смысл не подвел бы нас: комбинация уравнений Ньютона и Максвелла не удовлетворяет принципу относительности Галилея.

Обеспокоенность этими проблемами привела Эйнштейна в 1905 году – а Пуанкаре даже несколько раньше (в 1898–1905 годах), – к созданию специальной теории относительности. Пуанкаре и Эйнштейн независимо обнаружили, что уравнения Максвелла тоже удовлетворяют некоторому принципу относительности (см. Пайс [1982]), т.е. остаются неизменными при переходе от неподвижной системы отсчета к движущейся, хотя правила такого перехода несовместимы с физикой Галилея–Ньютона! Чтобы сделать их совместимыми, необходимо видоизменить либо одну, либо другую систему уравнений – или же отказаться от принципа относительности. Эйнштейн не собирался отказываться от принципа относительности. Его великолепная физическая интуиция настойчиво подсказывала ему, что принцип относительности должен выполняться для физических законов нашего мира. Кроме того, Эйнштейну было хорошо известно, что практически для всех известных явлений физика Галилея–Ньютона была экспериментально проверена только при скоростях ничтожно малых по сравнению со скоростью света, при которых отмеченная выше несовместимость была несущественной. Только сам свет, как было известно, способен развивать скорости достаточно большие для того, чтобы упомянутые выше «несоответствия» начинали заметно сказываться. Следовательно, именно поведение света могло бы подсказать, какой принцип относительности следует избрать; при этом уравнения, которыми описывается свет – это уравнения Максвелла. Таким образом, выбор следовало бы остановить на принципе относительности для теории Максвелла, а законы Галилея–Ньютона – соответственно, модифицировать!

Лоренц еще до Пуанкаре и Эйнштейна тоже заинтересовался этими вопросами и даже нашел на них частичные ответы. К 1895 году Лоренц пришел к заключению, что силы, связывающие частицы материи, имеют электромагнитную природу (как в действительности и оказалось), поэтому поведение реальные материальных тел должно удовлетворять законам,

---

[58] **В.Э.:** Это §5.3 выше в этом томе.

вытекающим из уравнений Максвелла. Отсюда, в частности, следовало, что тело, движущееся со скоростью, сравнимой со скоростью света, должно претерпевать небольшое сокращение в направлении движения[59] («сокращение Фитцджеральда–Лоренца»). Этот вывод Лоренц использовал для объяснения удивительного экспериментального факта, установленного в 1897 году Майкельсоном и Морли, который свидетельствовал о том, что электромагнитные явления нельзя использовать для определения «абсолютной» покоящейся системы отсчета. (Майкельсон и Морли показали, что на скорость света, измеряемую на поверхности Земли, движение Земли вокруг Солнца – вопреки ожиданиям – не влияет.)[60] Всегда ли материя ведет себя так, что ее (равномерное прямолинейное) движение не может быть обнаружено локально? Таким был предварительный вывод Лоренца; однако Лоренц в своем исследовании ограничился только специальной теорией материи, где не учитывались никакие силы, кроме электромагнитных. Пуанкаре, будучи выдающимся математиком, сумел в 1905 году строго показать, что материя должна вести себя именно так, как предполагал в своих теоретических построениях Лоренц – т.е. в соответствии с принципом относительности, лежащим в основе уравнений Максвелла – поэтому равномерное прямолинейное движение вообще не может быть обнаружено локально. Ему также удалось глубоко понять физические следствия из этого принципа (в том числе – явление «относительности одновременности», о котором мы еще поговорим далее). По-видимому, Пуанкаре рассматривал этот принцип лишь как одну из возможностей, и не разделял убеждения Эйнштейна, что определенный принцип относительности должен выполняться.

Принцип относительности, которому удовлетворяют уравнения Максвелла, ставший известным под названием специальной (или частной) относительности (СТО), довольно труден для понимания и полон противоречащих нашей интуиции моментов,[61] которые на первый взгляд невозможно связать с реальными свойствами окружающего нас мира. Действительно, принципу специальной относительности вряд ли удастся придать смысл, если не воспользоваться еще одной идеей, введенной в 1908 году немецким геометром русского происхождения Германом Минковским (1864–1909), обладавшим в высшей степени незаурядным мышлением и тонкой интуицией. Минковский был одним из преподавателей Эйнштейна в Цюрихском Высшем Политехническом Училище. Его принципиально новая идея состояла в том, что пространство и время следует рассматривать совместно как единую сущность – четырехмерное пространство-время. В своей знаменитой лекции, прочитанной в 1908 году в Геттингенском университете, Минковский провозгласил:

> «Таким образом, пространство само по себе и время само по себе обречены исчезнуть, превратившись в бесплотные тени, и только объединение пространства и времени сохранится как независимая реальность».

Попытаемся понять основные положения специальной теории относительности в терминах величественного пространства-времени Минковского.

Одна из трудностей на пути к освоению понятия пространства-времени связана с его четырехмерностью, мешающей нам представить себе пространство-время наглядно. Но после

---

[59] **В.Э.:** Это распространенная в литературе формулировка, но она больше вводит в заблуждение, чем объясняет. На самом деле, тело, разумеется, не сокращается, а такое «сокращение» констатирует, т.е. находит та система измерений и вычислений, которой пользуется субъект. Дело не в изменениях самого объекта, а дело в адекватности (или неадекватности) измерительной системы субъекта соотношениям реальных объектов.

[60] **В.Э.:** В опыте Майкельсона свет из одного источника посылался в двух перпендикулярных направлениях, на одинаковом расстоянии отражался и приходил назад в одну точку. Если бы существовало «абсолютное движение относительно эфира», то волны, пришедшие назад из двух разных направлений, должны были бы быть несколько сдвинуты одна относительно другой и поэтому интерферировать. Но интерференции не было. Всё выглядело так, будто установка Майкельсона стоит неподвижно в центре Вселенной.

[61] **В.Э.:** Они противоречат встроенной в человеческую операционную систему подсистеме кодирования соотношений объектов физического мира, – т.е. человеческой системе пространства и времени. Эта (программная) система перестает быть изоморфной физическому миру. (Ничего удивительного: системка-то довольно простенькая – три независимые координаты пространства плюс отдельная координата для последовательности во времени. Было бы удивительно, если столь простая система оказалась бы изоморфной всему и вся во Вселенной. Вот это было бы действительно чудо! Скорее удивительно, что столь простая программная система так долго и хорошо нам служила).

того, как мы пережили нашу встречу с фазовым пространством, представить себе всего лишь четыре измерения не составит для нас особых трудностей! Как и в случае с фазовым пространством, мы пойдем на «обман» и нарисуем картину пространства меньшего числа измерений, но теперь степень обмана будет несравненно меньше, а картина, соответственно – гораздо точнее и ближе к истинной. Для многих целей достаточно рассмотреть двумерное пространство-время (одно измерение – для пространства и одно измерение – для времени). Я надеюсь, что читатель простит мне некоторую напористость и разрешит подняться до трехмерного пространства-времени (два измерения – для пространства, и одно измерение – для времени). Это позволит нарисовать вполне убедительную картину, посмотрев на которую нетрудно будет понять, что, в принципе, аналогичные идеи могут быть легко распространены без особых изменений и на четырехмерный случай. Рассматривая графическое изображение пространства-времени, необходимо иметь в виду, что каждая точка на картинке представляет некоторое событие, т.е. определенную точку в пространстве в какой-то конкретный момент времени. Иначе говоря, точка пространства-времени обладает только мгновенным существованием. Полная картина пространства-времени изображает всю историю: прошлое, настоящее и будущее. Любая частица, коль скоро она существует на протяжении некоторого времени, представляется в пространстве-времени не точкой, а линией, которая называется мировой линией данной частицы. Мировая линия – прямая в случае равномерного движения частицы, и искривленная, если частица движется с ускорением (т.е. неравномерно) – описывает всю историю существования частицы.

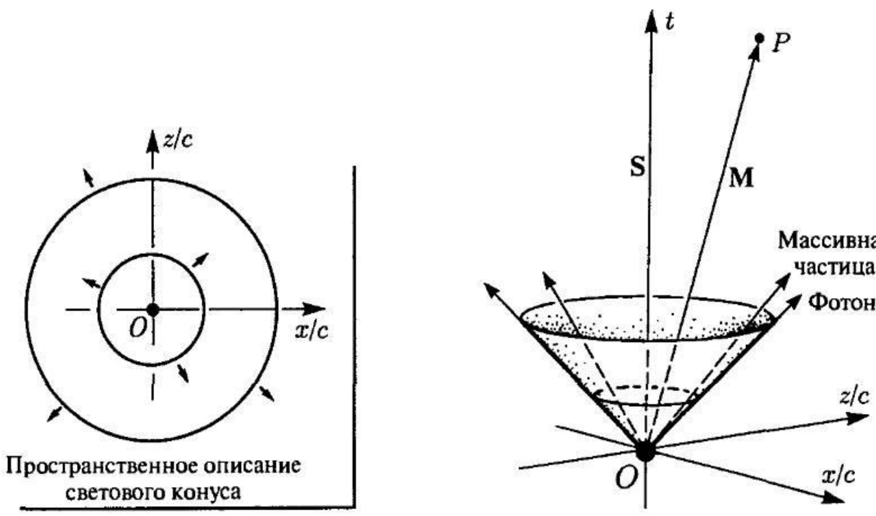


Рис. 5.16. Световой конус в пространстве-времени Минковского (с двумя пространственными измерениями), описывающий историю световой вспышки при взрыве, произошедшем в точке O пространства-времени

На рис. 5.16 я изобразил пространство-время с двумя пространственными измерениями и одним временным. Можно считать, что существует обычная временна́я координата t, измеряемая по вертикали, и две пространственные координаты x/c и z/c, измеряемые по горизонтали.[62] Конус с вершиной в центре – это световой конус (будущего), с центром в начале координат O пространства-времени. Чтобы по достоинству оценить его значение, представьте себе, что в точке O происходит взрыв. (Иначе говоря, взрыв происходит в начале пространства в момент времени $t = 0$.) Этот световой конус описывает историю света, испущенного при взрыве. На языке двумерного пространства история вспышки света была бы окружностью, расширяющейся со скоростью света c. В полном трехмерном пространстве вместо окружности мы имели бы сферу, расширяющуюся со скоростью света c, – сферический волновой фронт света. Но в рассматриваемом примере мы «подавляем» пространственное направление y и поэтому получаем всего лишь окружность, подобную круговым волнам, расходящимся от точки падения камня на поверхность пруда. Нетрудно понять, что на объемной картине пространства-времени мы

[62] Причина, по которой пространственные координаты мы делим на c (скорость света), проста: это делается для того, чтобы мировые линии фотонов были наклонены под удобным углом 45° к вертикали (см. текст далее).

получим расширяющиеся окружности, если рассмотрим серию горизонтальных сечений светового конуса, каждое последующее из которых расположено выше предыдущего. Эти горизонтальные сечения представляют собой различные пространственные описания волнового фронта света по мере возрастания временно́й координаты t. Одна из отличительных особенностей специальной теории относительности состоит в том, что никакая материальная частица не может двигаться быстрее света (подробнее об этом – чуть позднее). Все материальные частицы, возникшие при взрыве, должны отставать от света. На языке пространства-времени это означает, что мировые линии всех частиц, испущенных при взрыве, должны лежать <u>внутри</u> светового конуса.

Часто свет бывает удобно описывать не электромагнитными волнами, а как поток частиц, называемых <u>фотонами</u>. Мы можем мысленно представлять себе «фотон» как крохотный «пакет» электромагнитного поля, осциллирующего с высокой частотой. Термин «волновой пакет» физически более приемлем в контексте квантовых описаний, к которым мы перейдем в следующей главе, но пока для нас будут полезны и «классические» фотоны. В свободном пространстве фотоны всегда движутся по прямолинейным траекториям с постоянной скоростью c. Это означает, что, изображенная на картине пространства-времени Минковского мировая линия фотона всегда имеет вид прямой, образующей с вертикалью угол 45°. Фотоны, образовавшиеся при взрыве в точке O пространства-времени, описывают световой конус с вершиной в O.

Описанными выше свойствами должны обладать все точки пространства-времени. В начале пространства-времени нет ничего особенного: точка O ничем не отличается от любой другой точки. Следовательно, в любой точке пространства-времени должен быть свой световой конус, имеющий такой же смысл, как и световой конус, исходящий из начала пространства-времени. История любой вспышки света, или мировые линии фотонов, если угодно воспользоваться корпускулярным описанием света, всегда располагаются на поверхности светового конуса с вершиной в каждой точке пространства-времени – тогда как история любой материальной частицы всегда должна располагаться внутри соответствующего светового конуса. Это показано на рис. 5.17. Семейство световых конусов во всех точках пространства-времени можно рассматривать как часть <u>геометрии Минковского</u> пространства-времени.

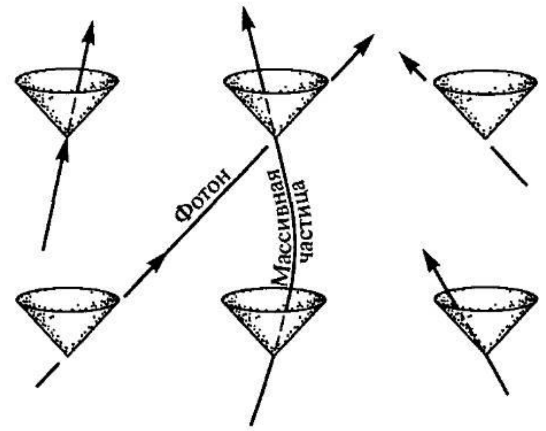


Рис. 5.17. Картина геометрии Минковского

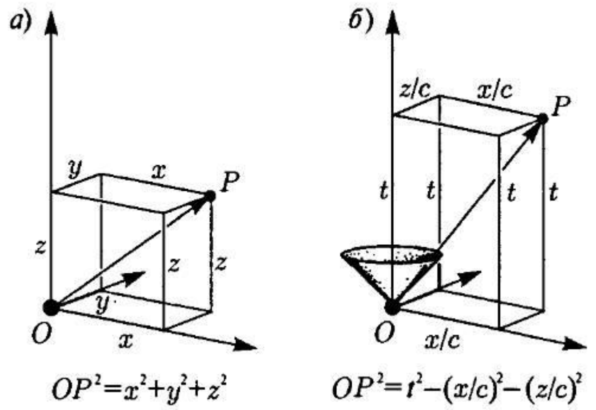


Рис. 5.18. Сравнение «расстояний», измеренных в (а) евклидовой геометрии и (б) геометрии Минковского (здесь «расстояние» означает «прожитое время»)

Что такое геометрия Минковского? Самая важная ее часть – структура светового конуса, хотя геометрия Минковского ею не исчерпывается. В этой геометрии существует понятие «расстояния», во многом аналогичное определению расстояния в евклидовой геометрии. В трехмерной евклидовой геометрии расстояние r от произвольной точки до начала координат, выраженное через обычные декартовы координаты, определяется соотношением

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

(См. рис. 5.18 а. Это – всего лишь теорема Пифагора; возможно, двумерный вариант этого соотношения более привычен читателю.) В нашей трехмерной геометрии Минковского выражение для расстояния очень похоже на евклидово (рис. 5.18 б); существенное отличие состоит в том, что в геометрии Минковского это выражение содержит два <u>знака минус</u>:

$$s^2 = t^2 - \left(\frac{x}{c}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2.$$

Каков физический смысл величины «расстояния» s в этом выражении? Предположим, что мы рассматриваем точку P с координатами (t, x/c, y/c, z/c), или (t, x/c, z/c) в трехмерном случае; см. рис. 5.16 – она лежит в световом конусе (будущего) точки O. Тогда прямолинейный отрезок OP может представлять часть истории какой-то материальной частицы, например, испущенной при взрыве. «Длина» Минковского s отрезка OP допускает прямую физическую интерпретацию. Это – продолжительность (длина) интервала времени, реально прожитого частицей между событиями O и P! Иначе говоря, если бы существовали очень прочные и точные часы, намертво прикрепленные к частице,[63] то разность между их показаниями в точках O и P составила бы ровно s единиц времени. Вопреки ожиданиям, величина t сама по себе не описывает время, измеряемое этими гипотетическими часами – за исключением того случая, когда часы «покоятся» в нашей системе координат (т.е. имеют фиксированные значения координат x/c, y/c, z/c), а это означает, что мировая линия часов имеет на «картине» вид вертикальной прямой. Таким образом, t будет задавать «время» только для тех наблюдателей, которые «стационарны» (т.е. чьи мировые линии – «вертикальные» прямые). Правильной мерой времени для движущегося (равномерно и прямолинейно из начала координат O) наблюдателя, согласно специальной теории относительности, служит величина s. Заключение, к которому мы пришли, весьма удивительно и полностью расходится с находящейся в согласии со «здравым смыслом» галилеево–ньютонианской мерой времени, которая просто совпадает с координатным значением t. Обратите внимание на то, что релятивистская (в смысле Минковского) мера времени s всегда несколько меньше, чем t, если вообще существует какое-то движение (так как s^2 меньше, чем t^2, коль скоро не все координаты x/c, y/c, z/c равны нулю), как это следует из приведенной выше формулы. Наличие движения (т.е. случай, когда отрезок OP расположен не вдоль оси t) приводит к «замедлению» хода часов по сравнению с t, иными словами, по отношению к показаниям часов в нашей системе отсчета. Если скорость движения мала по сравнению с c, то величины s и t почти совпадают, чем объясняется то, что мы непосредственно не ощущаем «замедление хода движущихся часов». В другом предельном случае, когда скорость движения совпадает со скоростью света, точка P лежит на световом конусе, и мы получаем $s = 0$. Световой конус есть не что иное, как геометрическое место точек, для которых «расстояние» в смысле Минковского (т.е. «время») от начала координат O действительно равно нулю. Таким образом, фотон вообще «не ощущает», как течет время! (Мы не можем позволить себе рассматривать еще более экстремальный случай, когда точка P движется у самой поверхности снаружи светового конуса, так как это привело бы к мнимому значению s – квадратному корню из отрицательного числа, и нарушило бы правило, согласно которому материальные частицы, или фотоны, не могут двигаться быстрее света.)[64]

Понятие «расстояния» в смысле Минковского одинаково хорошо применимо к любой паре точек в пространстве-времени, одна из которых лежит внутри светового конуса другой, так что частица может двигаться из одной точки в другую. Мы просто будем считать, что начало координат O перенесено в какую-то иную точку пространства-времени. Кроме того, расстояние по Минковскому между точками соответствует интервалу времени, отсчитываемого часами, которые равномерно и прямолинейно движутся из одной точки в другую. Когда в качестве частицы выступает фотон, и расстояние в смысле Минковского обращается в нуль, мы получаем две точки, одна из которых лежит на световом конусе другой – что позволяет строить световой конус для последней.

---

[63] Действительно, в некотором смысле, любая квантовомеханическая частица, встречающаяся в природе, сама по себе является часами. Как мы узнаем из главы 6, с любой квантовой частицей связано свое колебание, частота которого пропорциональна массе частицы (см. с. 191 (*§6.3 ниже в этом томе – В.Э.*)). Именно этот эффект позволил создать точнейшие современные (атомные и ядерные) часы.

[64] Тем не менее для событий, разделенных отрицательными значениями s^2, величина $c^2 \sqrt{-s^2}$ имеет смысл, равняясь обычному расстоянию до того наблюдателя, которому события кажутся одновременными (см. далее).

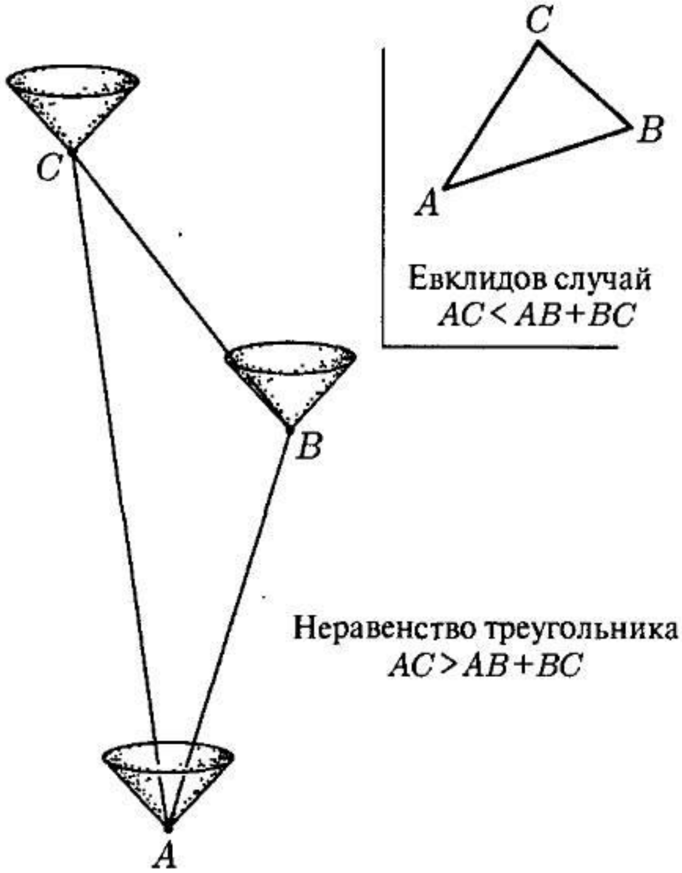


Рис. 5.19. Так называемый «парадокс близнецов» специальной теории относительности, трактуемый с помощью неравенства треугольника в геометрии Минковского. (Для сравнения приведен и евклидов случай.)

Основная структура геометрии Минковского со столь причудливой мерой «длины» мировых линий, интерпретируемой как время, измеряемое (или «прожитое») физическими часами, несет в себе самую суть специальной теории относительности. В частности, читателю, возможно, известен так называемый «парадокс близнецов» в СТО: один из братьев-близнецов остается на Земле, другой совершает путешествие на соседнюю звезду, двигаясь туда и обратно с огромной скоростью, приближающейся к скорости света. По возвращении выясняется, что близнецы состарились неодинаково: путешественник всё еще молод, а его брат, остававшийся на Земле, стал дряхлым стариком. «Парадокс близнецов» легко описывается в терминах геометрии Минковского, и всякий может без труда понять, почему это явление – хотя и способное озадачить – парадоксальным всё же не является. Мировая линия AC принадлежит тому из близнецов, который остается дома, тогда как мировая линия близнеца-путешественника состоит из двух отрезков AB и BC, соответствующих полету на звезду и возвращению на Землю (рис. 5.19). Близнец-домосед проживает время, измеряемое расстоянием в смысле Минковского AC, тогда как близнец-путешественник проживает время, измеряемое суммой[65] двух расстояний AB и BC. Эти времена не равны, и мы обнаруживаем, что

[65] «Излом» на мировой линии путешественника в точке B мог бы вызвать беспокойство у читателя: судя по картинке, путешественник в этой точке должен испытывать бесконечно большое ускорение. Но это несущественно. При конечном ускорении мировая линия путешественника будет иметь в точке B просто закругленный, или сглаженный изгиб, который очень слабо скажется на полном времени, которое путешественник проживает, и которое по-прежнему измеряется «длиной» (в смысле Минковского) всей его мировой линии. **В.Э.:** Мне это не понятно. В следующем абзаце Пенроуз скажет, что именно ускорение замедляет время у близнеца-путешественника. А здесь говорит, что ускорение (поворот) «очень слабо скажется...». Так ЧЕМ создается замедление времени у путешественника? Ведь участок AB и участок BC сами по себе, отдельно взятые, ничем не отличаются от участка АС (или отличаются? если да – то чем?) Пути обоих братьев отличает только поворот одного из них – или не так?

$$AC > AB + BC.$$

Это неравенство показывает, что время, прожитое близнецом-домоседом, действительно больше времени, прожитого близнецом-путешественником.

Полученное неравенство очень похоже на хорошо известное неравенство треугольника из обычной евклидовой геометрии (*A*, *B* и *C* теперь – три точки в евклидовом пространстве):

$$AC < AB + BC,$$

которое утверждает, что сумма двух сторон треугольника всегда больше третьей стороны. Это неравенство мы не считаем парадоксом! Мы прочно усвоили идею о том, что евклидова мера расстояния вдоль пути из одной точки в другую (в нашем случае – из *A* в *C*), зависит от того, какой путь мы в действительности выберем. (В рассматриваемом примере двумя путями служат *AC* и более длинный изломанный маршрут *ABC*.) Неравенство треугольника – частный случай общего утверждения, которое гласит, что кратчайшее расстояние между двумя точками (в данном случае *A* и *C*) измеряется по прямой, их соединяющей (отрезок *AC*). Изменение знака неравенства на обратный при измерении расстояний в смысле Минковского происходит вследствие изменения знаков в определении «расстояния», в результате чего отрезок *AC*, измеряемый по Минковскому, оказывается «длиннее», чем ломаный маршрут *ABC*. Таким образом, «неравенство треугольника» в геометрии Минковского в более обобщенной формулировке говорит о том, что самой длинной (в смысле наибольшего прожитого времени) среди мировых линий, соединяющих два события, является прямая (т.е. траектория, соответствующая равномерному движению). Если оба близнеца стартуют из точки *A* и завершают свой путь в точке *C*, и при этом первый близнец движется прямо из *A* в *C* без ускорения, а второй – с ускорением, то первый близнец к моменту встречи со вторым всегда успевает прожить более длинный интервал времени.[66]

Может показаться возмутительным вводить столь странную и сильно расходящуюся с нашими интуитивными представлениями концепцию меры времени. Однако ныне имеется огромное количество экспериментальных данных, свидетельствующих о правомерности такого положения. Например, существует много субатомных частиц, которые распадаются (т.е. превращаются в другие частицы) в определенной шкале времени. Иногда такие частицы движутся со скоростями, очень близкими к скорости света (например, так происходит с космическими лучами, попадающими на Землю из космического пространства, или в созданных человеком ускорителях элементарных частиц), и их времена распада оказываются при этом «растянуты» в полном согласии с вышеизложенными рассуждениями. Еще удивительнее другое: теперь, когда стало возможным изготовить особо точные («ядерные») часы, мы можем непосредственно обнаружить эффекты замедления хода часов, перевозимых на высокоскоростных самолетах, летающих на небольшой высоте – причем результаты измерений согласуются с мерой «расстояния» s в смысле Минковского, а не с t! (Строго говоря, с учетом высоты приходится принимать во внимание небольшие дополнительные гравитационные эффекты, предсказываемые общей теорией относительности, но они также согласуются с наблюдениями – см. следующий раздел.) Кроме того, существует много других явлений, тесно связанных со всей теоретической основой СТО, постоянно подтверждающейся вплоть до мельчайших деталей. Одно из них – знаменитое соотношение Эйнштейна

$$E = mc^2,$$

которое по существу устанавливает равноправие энергии и массы. (В конце этой главы мы познакомимся с некоторыми необычайно заманчивыми следствиями из этого соотношения.)

[66] **В.Э.:** То есть, ускорение «замедляет» время, «придавливает» его... Процессы идут медленнее... Но что такое ускорение? Ускорение относительно ЧЕГО? Почему мы должны считать, что ускорялся именно близнец, прошедший путь *ABC*, а не близнец, прошедший путь *AC*? Все-таки пространство Минковского остается абсолютным. Не таким, как ньютоновское эвклидовое, но всё равно абсолютное.

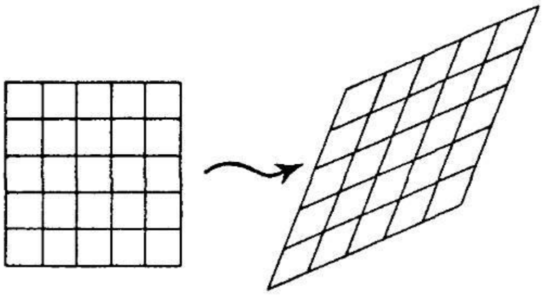


Рис. 5.20. Движение Пуанкаре в двумерном пространстве-времени

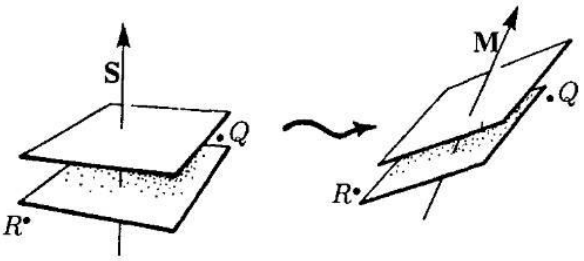


Рис. 5.21. Движение Пуанкаре в трехмерном пространстве-времени. На рисунке справа изображены пространства, одновременные для наблюдателя **S**, на рисунке слева – одновременные для наблюдателя **M**.[67] Обратите внимание, что, по мнению наблюдателя **S**, событие *R* предшествует событию *Q*, тогда как, с точки зрения наблюдателя **M**, событие Q предшествует событию *R*. (Движение в данном случае считается пассивным, т.е. приводит лишь к различным описаниям двумя наблюдателями **S** и **M** одного и того же пространства-времени.)

Я еще не объяснил, каким образом принцип относительности оказывается реально включенным в намеченную выше схему. Каким образом происходит, что наблюдатели, движущиеся прямолинейно и равномерно с различными скоростями, могут оказаться эквивалентными с точки зрения геометрии Минковского? Каким образом ось времени на рис. 5.16 («стационарный наблюдатель») может быть полностью эквивалентной некоторой другой прямолинейной мировой линии, например, отрезку *OP* («движущийся наблюдатель»)? Задумаемся сначала над особенностями евклидовой геометрии. Ясно, что в ней две произвольные несовпадающие прямые совершенно эквивалентны по отношению к геометрии в целом. Можно мысленно представить себе, что всё евклидово пространство «скользит» по самому себе как «жестко скрепленное целое» до тех пор, пока одна прямая не совпадет с другой. Представьте себе двумерный случай – евклидову плоскость. Можно представить себе листок бумаги, жестко скользящий по плоской поверхности, до тех пор, пока некоторая прямая, проведенная на листке бумаги, не совпадет с прямой, проведенной на поверхности. Это «жесткое» движение сохраняет структуру геометрии. Аналогичное утверждение справедливо и относительно геометрии Минковского, хотя это и менее очевидно, так что следует проявлять особую осмотрительность, договариваясь о том, какой смысл надлежит вкладывать в термин «жесткое движение». Вместо листка бумаги следует рассматривать особый материал (возьмем сначала для простоты двумерный случай), на котором прямые с углом наклона 45° сохраняют этот угол, тогда как сам материал может растянуться в одном направлении под углом 45° и, соответственно, сжаться в другом направлении под углом 45°. Такая ситуация изображена на рис. 5.20. На рис. 5.21 я попытался показать, что происходит в трехмерном случае. Эта разновидность «жесткого движения» пространства Минковского, называемая движением Пуанкаре (или неоднородным движением Лоренца), может выглядеть не очень «жесткой», но она сохраняет все расстояния в смысле Минковского, а «сохранение всех расстояний» – это ни что иное, как смысл понятия «жесткий» в евклидовом случае. Принцип специальной относительности утверждает, что законы физики при таких движениях Пуанкаре пространства-времени остаются неизменными. В частности, «стационарный» наблюдатель *S*, мировая линия которого совпадает с осью времени на нашем исходном изображении пространства-времени Минковского (рис. 5.16), имеет дело с физикой, совершенно эквивалентной физике «движущегося» наблюдателя *M* с мировой линией вдоль прямой *OP*.

[67] **В.Э.:** По-моему, тут изображено как раз наоборот: слева для S и справа для M. У меня, к сожалению, нет английского текста этого места, чтобы сравнить. Но было бы, во-первых, странно ТАК рисовать, если бы эта подпись соответствовала действительности, и, во-вторых, появляется противоречие с дальнейшим текстом: по рисунку же событие *R* раньше события *Q* именно на левом рисунке (а текст утверждает, что это для наблюдателя S). Похоже, кто-то («..сено–солома..») не отличает правое от левого (скорее всего, переводчики).

Каждая координатная плоскость t = const представляет для наблюдателя S «пространство» в какой-то один момент «времени», т.е. семейство событий, которые он считает одновременными (происходящими в «одно и то же время»). Назовем эти плоскости одновременными пространствами наблюдателя *S*. Когда же мы переходим к другому наблюдателю *M*, то с необходимостью переводим наше исходное семейство одновременных пространств в некоторое новое семейство с помощью движения Пуанкаре, что позволяет нам получить одновременные пространства для наблюдателя M.[68] Обратите внимание на то, что одновременные пространства наблюдателя *M* выглядят «наклоненными вверх» (рис. 5.21). Если мыслить в терминах жестких движений в евклидовой геометрии, то может показаться, что наклон на рис. 5.21 изображен не в ту сторону, но именно таким его следует ожидать в геометрии Минковского. Наблюдатель *S* думает, что все события на любой плоскости t = const происходят одновременно, а наблюдатель *M* должен придерживаться другого мнения: ему кажется, что одновременно происходят все события на каждом из «наклоненных» одновременных пространств! Геометрия Минковского сама по себе не содержит единственного понятия «одновременности»; но каждый наблюдатель, движущийся равномерно и прямолинейно, имеет свое собственное представление о том, что значит «одновременно».[69]

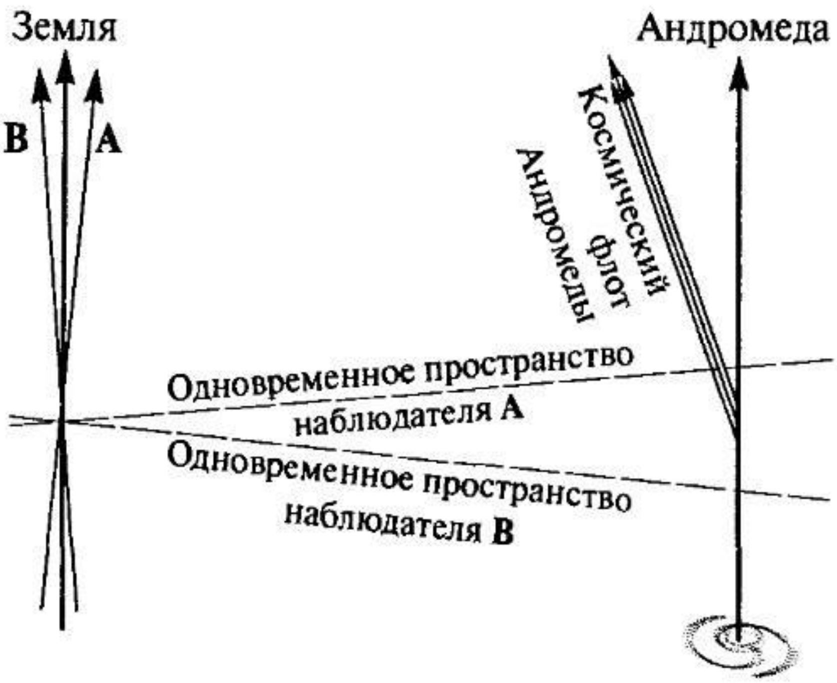


Рис. 5.22. Два наблюдателя **A** и **B** медленно проходят мимо друг друга. Их мнения относительно того, стартовал ли космический флот Андромеды в момент, когда они поравнялись, существенно отличаются

Рассмотрим два события *R* и *Q* на рис. 5.21. С точки зрения наблюдателя *S* событие *R* происходит раньше события *Q*, так как *R* лежит в более раннем одновременном пространстве, чем *Q*. Но с точки зрения наблюдателя *M* всё будет наоборот, и событие *Q* окажется в более раннем одновременном пространстве, чем *R*. Таким образом, для одного наблюдателя событие *R*

[68] С точки зрения наблюдателя *M*, эти пространства событий одновременны в смысле эйнштейновского определения одновременности, которое использует световые сигналы, посылаемые наблюдателем *M* и отражающиеся обратно к *M* из рассматриваемых точек пространства-времени. См., например, Риндлер [1982].

[69] **В.Э.:** Один вопрос все-таки смущает здесь меня всю вторую половину моей жизни – с 1978 года, когда появилась и Веданская теория. По-моему, понятие одновременности всё же может быть введено в это (абсолютное) пространство Минковского – во всяком случае для нашей Вселенной (без учета других возможных вселенных). Для нашей Вселенной в пространстве Минковского имеется одна особая точка – точка Большого взрыва. Тогда одновременными следует считать все те точки, которые имеют одинаковое расстояние до точки Большого взрыва. Или есть какие-то трудности в определении «геометрического места» этих точек?

происходит раньше события Q, а для другого наблюдателя – позже! (Так может случиться лишь потому, что события R и Q, как принято говорить, пространственно разделены, что означает следующее: каждое событие находится вне светового конуса другого события, в результате чего ни одна материальная частица или фотон не могут совершить путешествие от одного события к другому.) Даже при очень медленных относительных скоростях для точек, разделенных большими расстояниями, имеют место значительные различия в хронологической последовательности. Представим себе двух людей, медленно проходящих друг мимо друга на улице. События в туманности Андромеды (ближайшей большой галактики, находящейся на расстоянии 20˙000˙000˙000˙000˙000˙000 км от нашей собственной галактики – Млечного Пути), одновременные по мнению этих двух прохожих, в тот момент, когда они поравняются друг с другом – могут отстоять по времени друг от друга на несколько суток (рис. 5.22). В то время как для одного из прохожих космический флот, отправленный с заданием уничтожить все живое на Земле, уже находится в полете, для другого прохожего само решение относительно отправки космического флота в рейд еще не принято!

§5.12. Общая теория относительности Эйнштейна

Напомним великую истину, открытую Галилеем: все тела под действием силы тяжести падают одинаково быстро. (Это было блестящей догадкой, едва ли подсказанной эмпирическими данными, поскольку из-за сопротивления воздуха перья и камни всё же падают не одновременно! Галилей внезапно понял, что, если бы сопротивление воздуха можно было свести к нулю, то перья и камни падали бы на Землю одновременно.) Потребовалось три столетия, прежде чем глубокое значение этого открытия было по достоинству осознано и стало краеугольным камнем великой теории. Я имею в виду общую теорию относительности Эйнштейна – поразительное описание гравитации, для которого, как нам вскоре станет ясно, потребовалось введение понятия искривленного пространства-времени!

Какое отношение имеет интуитивное открытие Галилея к идее «кривизны пространства-времени»? Каким образом могло получиться, что эта концепция, столь явно отличная от схемы Ньютона, согласно которой частицы ускоряются под действием обычных гравитационных сил, оказалась способной не только сравняться в точности описания с ньютоновской теорией, но и превзойти последнюю? И потом, насколько верным будет утверждение, что в открытии Галилея было нечто такое, что не было позднее включено в ньютоновскую теорию?

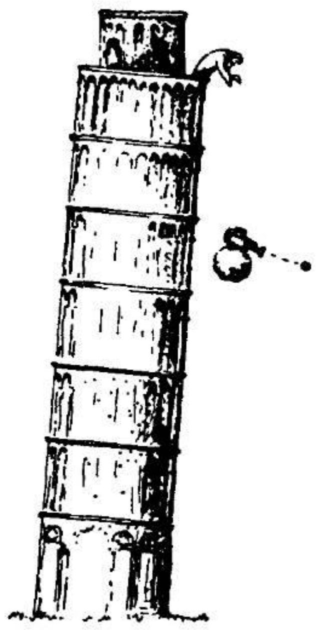


Рис. 5.23. Галилей бросает два камня (и видеокамеру) с Пизанской башни

Позвольте мне начать с последнего вопроса потому, что ответить на него проще всего. Что, согласно теории Ньютона, управляет ускорением тела под действием гравитации? Во-первых, на тело действует гравитационная сила, которая, как гласит открытый Ньютоном закон всемирного тяготения, должна быть пропорциональна массе тела. Во-вторых, величина ускорения, испытываемая телом под действием заданной силы, по второму закону Ньютона, обратно пропорциональна массе тела. Удивительное открытие Галилея зависит от того факта, что «масса», входящая в открытый Ньютоном закон всемирного тяготения, есть, в действительности, та же «масса», которая входит во второй закон Ньютона. (Вместо «та же» можно было бы сказать «пропорциональна».) В результате ускорение тела под действием гравитации не зависит от его массы. В общей схеме Ньютона нет ничего такого, что указывало бы, что оба понятия массы одинаковы. Эту одинаковость Ньютон лишь постулировал. Действительно, электрические силы аналогичны гравитационным в том, что и те, и другие обратно пропорциональны квадрату расстояния, но электрические силы зависят от электрического заряда, который имеет совершенно другую природу, чем масса во втором законе Ньютона. «Интуитивное открытие Галилея» было бы неприменимо к электрическим силам: о телах (заряженных телах) брошенных в электрическом поле, нельзя сказать, что они «падают» с одинаковой скоростью!

На время просто примем интуитивное открытие Галилея относительно движения под действием гравитации и попытаемся выяснить, к каким следствиям оно приводит. Представим себе Галилея, бросающего с Пизанской наклонной башни два камня. Предположим, что с одним из камней жестко скреплена видеокамера, направленная на другой камень. Тогда на пленке окажется запечатленной следующая ситуация: камень парит в пространстве, как бы не испытывая действия гравитации (рис. 5.23)! И так происходит именно потому, что все тела под действием гравитации падают с одной и той же скоростью.

В описанной выше картине мы пренебрегаем сопротивлением воздуха. В наше время космические полеты открывают перед нами лучшую возможность проверки этих идей, так как в космическом пространстве нет воздуха. Кроме того, «падение» в космическом пространстве означает просто движение по определенной орбите под действием гравитации. Такое «падение» совсем не обязательно должно происходить по прямой вниз – к центру Земли. В нем вполне может быть и некоторая горизонтальная составляющая. Если эта горизонтальная составляющая достаточно велика, то тело может «падать» по круговой орбите вокруг Земли, не приближаясь к ее поверхности! Путешествие по свободной околоземной орбите под действием гравитации – весьма изощренный (и очень дорогой!) способ «падения». Как в описанной выше видеозаписи, астронавт, совершая «прогулку в открытом космосе», видит свой космический корабль парящим перед собой и как бы не испытывающим действия гравитации со стороны огромного шара Земли под ним! (См. рис. 5.24.) Таким образом, переходя в «ускоренную систему отсчета» свободного падения, можно локально исключить действие гравитации.

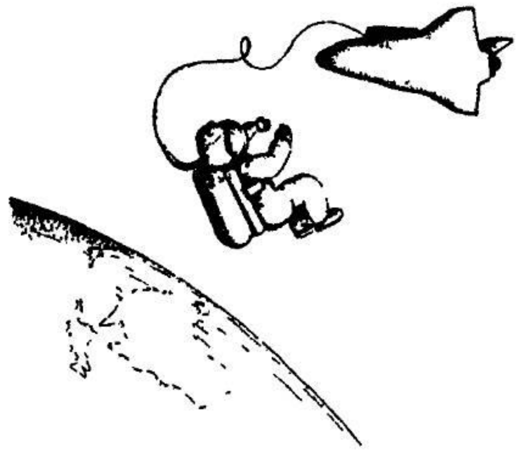


Рис. 5.24. Астронавт видит, что его космический корабль парит перед ним, как будто неподверженный действию гравитация

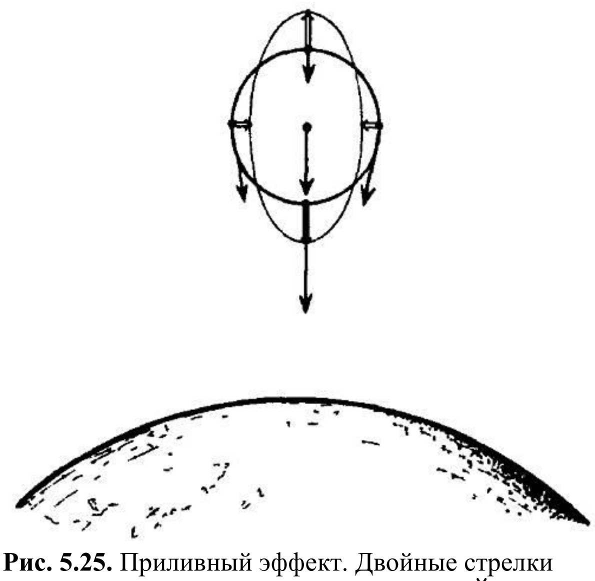


Рис. 5.25. Приливный эффект. Двойные стрелки указывают относительное ускорение (ВЕЙЛЬ)

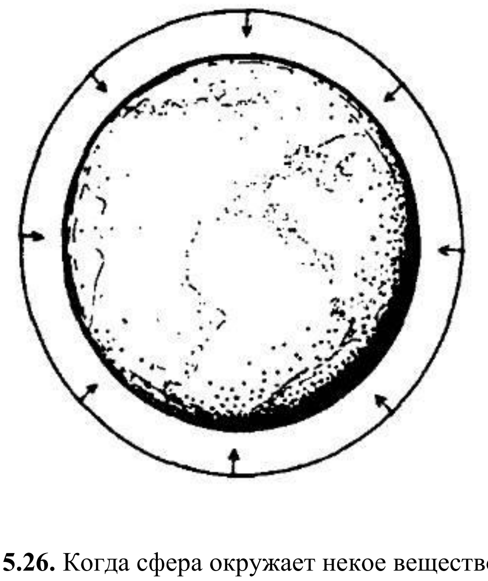


Рис. 5.26. Когда сфера окружает некое вещество (в данном случае – Землю), возникает результирующее ускорение, направленное внутрь (РИЧЧИ)

Мы видим, что свободное падение позволяет исключить гравитацию потому, что эффект от действия гравитационного поля такой же, как от ускорения. Действительно, если вы находитесь в лифте, который движется с ускорением вверх, то вы просто ощущаете, что кажущееся гравитационное поле увеличивается, а если лифт движется с ускорением вниз, то вам кажется, что гравитационное поле убывает. Если бы трос, на котором подвешена кабина, оборвался, то (если пренебречь сопротивлением воздуха и эффектами трения) результирующее ускорение, направленное вниз (к центру Земли), полностью уничтожило бы действие гравитации, и люди, оказавшиеся в кабине лифта, стали бы свободно плавать в пространстве, подобно астронавту во время выхода в открытый космос, до тех пор, пока кабина не стукнулась бы о Землю! Даже в поезде или на борту самолета ускорения могут быть такими, что ощущения пассажира относительно величины и направления гравитации могут не совпадать с тем, где, как показывает обычный опыт, должны быть «верх» и «низ». Объясняется это тем, что действия ускорения и гравитации схожи настолько, что наши ощущения не способны отличить одни от других. Этот факт – то, что локальные проявления гравитации эквивалентны локальным проявлениям ускоренно движущейся системы отсчета, – и есть то, что Эйнштейн назвал принципом эквивалентности.

Приведенные выше соображения «локальны». Но если разрешается производить (не только локальные) измерения с достаточно высокой точностью, то в принципе можно установить различие между «истинным» гравитационным полем и чистым ускорением. На рис. 5.25 я изобразил в немного преувеличенном виде, как первоначально стационарная сферическая конфигурация частиц, свободно падающая под действием гравитации, начинает деформироваться под влиянием неоднородности (ньютоновского) гравитационного поля. Это поле неоднородно в двух отношениях. Во-первых, поскольку центр Земли расположен на некотором конечном расстоянии от падающего тела, частицы, расположенные ближе к поверхности Земли, движутся вниз с бóльшим ускорением, чем частицы, расположенные выше (напомним закон обратной пропорциональности квадрату расстояния Ньютона). Во-вторых, по той же причине существуют небольшие различия в направлении ускорения для частиц, занимающих различные положения на горизонтали. Из-за этой неоднородности сферическая форма начинает слегка деформироваться, превращаясь в «эллипсоид». Первоначальная сфера удлиняется в направлении к центру Земли (а также в противоположном направлении), так как те ее части, которые ближе к центру Земли, движутся с чуть бóльшим ускорением, чем те части, которые дальше от центра Земли, и сужается по горизонтали, так как ускорения ее частей, находящихся на концах горизонтального диаметра, слегка скошены «внутрь» – в направлении на центр Земли.

Это деформирующее действие известно как приливный эффект гравитации. Если мы заменим центр Земли Луной, а сферу из материальных частиц – поверхностью Земли, то получим в точности описание действия Луны, вызывающей приливы на Земле, причем «горбы» образуются по направлению к Луне и от Луны. Приливный эффект – общая особенность гравитационных полей, которая не может быть «исключена» с помощью свободного падения. Приливный эффект служит мерой неоднородности ньютоновского гравитационного поля. (Величина приливной деформации в действительности убывает обратно пропорционально кубу, а не квадрату расстояния от центра притяжения.)

Закон всемирного тяготения Ньютона, по которому сила обратно пропорциональна квадрату расстояния, допускает, как оказывается, простую интерпретацию в терминах приливного эффекта: объем эллипсоида, в который первоначально[70] деформируется сфера, равен объему исходной сферы – в предположении, что сфера окружает вакуум. Это свойство сохранения объема характерно для закона обратных квадратов; ни для каких других законов оно не выполняется. Предположим далее, что исходная сфера окружает не вакуум, а некоторое количество материи общей массой M. Тогда возникает дополнительная компонента ускорения, направленная внутрь сферы из-за гравитационного притяжения материи внутри сферы. Объем эллипсоида, в который первоначально деформируется наша сфера из материальных частиц, сокращается – на величину, пропорциональную M. С примером эффекта уменьшения объема эллипсоида мы бы столкнулись, если бы выбрали нашу сферу так, чтобы она окружала Землю на постоянной высоте (рис. 5.26). Тогда обычное ускорение, обусловленное земным притяжением и направленное вниз (т.е. внутрь Земли), будет той самой причиной, по которой происходит сокращение объема нашей сферы. В этом свойстве сжимания объема заключена оставшаяся часть закона всемирного тяготения Ньютона, а именно – что сила пропорциональна массе притягивающего тела.

---

[70] Это начальное значение второй производной по времени (или «ускорение») от формы. Быстрота изменения (или «скорость») формы первоначально считается равной нулю, так как сфера сначала находится в состоянии покоя.

Попробуем получить пространственно-временну́ю картину такой ситуации. На рис. 5.27 я изобразил мировые линии частиц нашей сферической поверхности (представленной на рис. 5.25 в виде окружности), причем я использовал для описания ту систему отсчета, в которой центральная точка сферы кажется покоящейся («свободное падение»). Позиция общей теории относительности состоит в том, чтобы считать свободное падение «естественным движением» – аналогичным «равномерному прямолинейному движению», с которыми имеют дело в отсутствие гравитации. Таким образом, мы пытаемся описывать свободное падение «прямыми» мировыми линиями в пространстве-времени! Но если взглянуть на рис. 5.27, то становится понятно, что использование слова «прямые» применительно к этим мировым линиям способно ввести читателя в заблуждение, поэтому мы будем в терминологических целях называть мировые линии свободно падающих частиц в пространстве-времени – геодезическими.

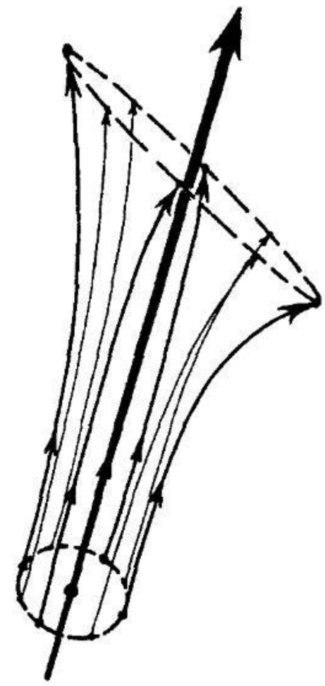


Рис. 5.27. Кривизна пространства-времени: приливный эффект, изображенный в пространстве-времени

Но насколько хороша такая терминология? Что обычно понимают под «геодезической» линией? Рассмотрим аналогию для двумерной искривленной поверхности. Геодезическими называются такие кривые, которые на данной поверхности (локально) служат «кратчайшими маршрутами». Иначе говоря, если представить себе отрезок нити, натянутый на указанную поверхность (и не слишком длинный, чтобы он не мог соскользнуть), то нить расположится вдоль некоторой геодезической линии на поверхности. На рис. 5.28 я привел два примера поверхностей: первая (слева) – поверхность так называемой «положительной кривизны» (как поверхность сферы), вторая – поверхность «отрицательной кривизны» (седловидная поверхность). На поверхности положительной кривизны две соседние геодезические линии, выходящие из начальных точек параллельно друг другу, начинают впоследствии изгибаться навстречу друг другу; а на поверхности отрицательной кривизны они изгибаются в стороны друг от друга.

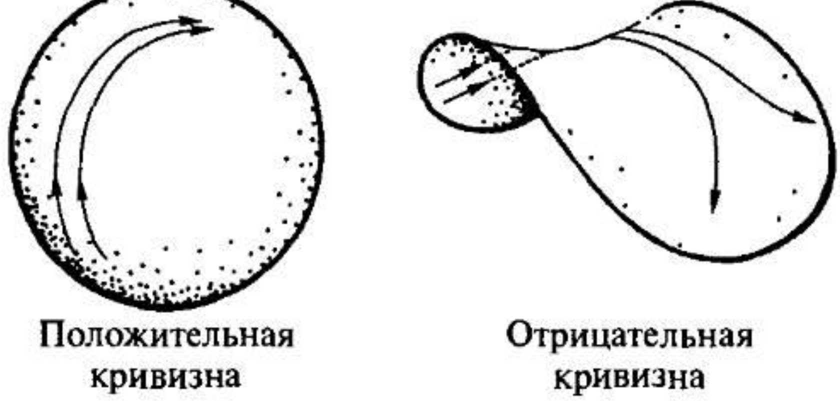


Рис. 5.28. Геодезические линии в искривленном пространстве: линии сходятся в пространстве с положительной кривизной, и расходятся – в пространстве с отрицательной кривизной

Если мы представим себе, что мировые линии свободно падающих частиц в некотором смысле ведут себя как геодезические линии на поверхности, то окажется, что существует тесная аналогия между гравитационным приливным эффектом, о котором шла речь выше, и эффектами кривизны поверхности – причем как положительной кривизны, так и отрицательной. Взгляните на рис. 5.25, 5.27. Мы видим, что в нашем пространстве-времени геодезические линии начинают расходиться в одном направлении (когда они «выстраиваются» в сторону Земли) – как это происходит на поверхности отрицательной кривизны на рис. 5.28 – и сближаться в других направлениях (когда они смещаются горизонтально относительно Земли) – как на поверхности положительной кривизны на рис. 5.28. Таким образом, создается впечатление, что наше пространство-время, как и вышеупомянутые поверхности, тоже обладает «кривизной», только более сложной, поскольку из-за высокой размерности пространства-времени при различных перемещениях она может носить смешанный характер, не будучи ни чисто положительной, ни чисто отрицательной.

Отсюда следует, что понятие «кривизны» пространства-времени может быть использовано для описания действия гравитационных полей. Возможность использования такого описания в конечном счете следует из интуитивного открытия Галилея (принципа эквивалентности) и позволяет нам исключить гравитационную «силу» с помощью свободного падения. Действительно, ничто из сказанного мной до сих пор не выходит за рамки ньютонианской теории. Нарисованная только что картина дает просто переформулировку этой теории.[71] Но когда мы пытаемся скомбинировать новую картину с тем, что дает предложенное Минковским описание специальной теории относительности – геометрии пространства-времени, которая, как мы знаем, применяется в отсутствие гравитации – в игру вступает новая физика. Результат этой комбинации – общая теория относительности Эйнштейна.

Напомним, чему учил нас Минковский. Мы имеем (в отсутствие гравитации) пространство-время, наделенное особого рода мерой «расстояния» между точками: если мы имеем в пространстве-времени мировую линию, описывающую траекторию какой-нибудь частицы, то «расстояние» в смысле Минковского, измеряемое вдоль этой мировой линии, дает время, реально прожитое частицей. (В действительности, в предыдущем разделе мы рассматривали это «расстояние» только для тех мировых линий, которые состоят из прямолинейных отрезков – но приведенное выше утверждение справедливо и по отношению к искривленным мировым линиям, если «расстояние» измеряется вдоль кривой.) Геометрия Минковского считается точной, если нет гравитационного поля, т.е. если у пространства-времени нет кривизны. Но при наличии гравитации мы рассматриваем геометрию Минковского уже лишь как приближенную – аналогично тому, как плоская поверхность лишь приблизительно соответствует геометрии искривленной поверхности. Вообразим, что, изучая искривленную поверхность, мы берем микроскоп, дающий всё большее увеличение – так, что геометрия искривленной поверхности кажется всё больше растянутой. При этом поверхность будет нам казаться всё более плоской. Поэтому мы говорим, что искривленная поверхность имеет локальное строение евклидовой плоскости.[72] Точно так же мы можем сказать, что при наличии гравитации пространство-время локально описывается геометрией Минковского (которая есть геометрия плоского пространства-времени), но мы допускаем некоторую «искривленность» на более крупных масштабах (рис. 5.29). В частности, как и в пространстве Минковского, любая точка пространства-времени является вершиной светового конуса – но в данном случае эти световые конусы расположены уже не одинаково. В главе 7 мы познакомимся

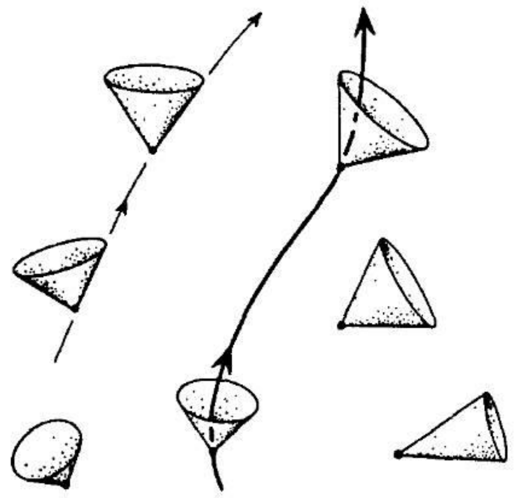


Рис. 5.29. Картина искривленного пространства-времени

[71] Математическое описание этой переформулировки ньютоновской теории впервые было выполнено замечательным французским математиком Эли Картаном [1923], которое, разумеется, последовало после открытия общей теории относительности Эйнштейна.

[72] Искривленные пространства – в том числе и многомерные – являющиеся в этом смысле локально евклидовыми, называются римановыми многообразиями в честь великого Бернгарда Римана (1826–1866), который первым исследовал такие пространства, опираясь в своих изысканиях на раннюю работу Гаусса, посвященную двумерному случаю. Здесь нам понадобится существенно модифицировать идеи Римана, вводя допущение о возможности замены локально евклидовой геометрии на геометрию Минковского. Такие пространства часто принято называть лоренцевыми многообразиями (принадлежащими к классу так называемых псевдоримановых, или, что менее логично, полуримановых многообразий).

с отдельными моделями пространства-времени, в которых явно видна эта неоднородность расположения световых конусов (см. рис. 7.13, 7.14 на с. 271, 273). Мировые линии материальных частиц всегда направлены внутрь световых конусов, а линии фотонов – вдоль световых конусов. Вдоль любой такой кривой мы можем ввести «расстояние» в смысле Минковского, которое служит мерой времени, прожитого частицами так же, как и в пространстве Минковского. Как и в случае искривленной поверхности, эта мера «расстояния» определяет геометрию поверхности, которая может отличаться от геометрии плоскости.

Геодезическим линиям в пространстве-времени теперь можно придать интерпретацию, аналогичную интерпретации геодезических линий на двумерных поверхностях, учитывая при этом различия между геометриями Минковского и Евклида. Таким образом, наши геодезические линии в пространстве-времени представляют собой не (локально) кратчайшие кривые, а наоборот – кривые, которые (локально) максимизируют «расстояние» (т.е. время) вдоль мировой линии. Мировые линии частиц, свободно перемещающиеся под действием гравитации, согласно этому правилу действительно являются геодезическими. В частности, небесные тела, движущиеся в гравитационном поле, хорошо описываются подобными геодезическими линиями. Кроме того, лучи света (мировые линии фотонов) в пустом пространстве так же служат геодезическими линиями, но на этот раз – нулевой «длины».[73] В качестве примера я схематически нарисовал на рис. 5.30 мировые линии Земли и Солнца. Движение Земли вокруг Солнца описывается «штопорообразной» линией, навивающейся вокруг мировой линии Солнца. Там же я изобразил фотон, приходящий на Землю от далекой звезды. Его мировая линия кажется слегка «изогнутой» вследствие того, что свет (по теории Эйнштейна) на самом деле отклоняется гравитационным полем Солнца.

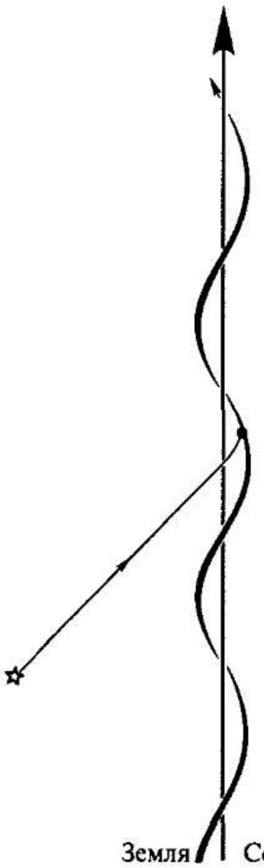


Рис. 5.30. Мировые линии Земли и Солнца. Световой луч от далекой звезды отклоняется Солнцем

Нам необходимо еще выяснить, каким образом ньютоновский закон обратных квадратов может быть включен (после надлежащей модификации) в общую теорию относительности Эйнштейна. Обратимся еще раз к нашей сфере из материальных частиц, падающей в гравитационном поле. Напомним, что если внутри сферы заключен только вакуум, то, согласно теории Ньютона, объем сферы первоначально не изменяется; но если внутри сферы находится материя общей массой M, то происходит сокращение объема, пропорциональное M. В теории Эйнштейна (для малой сферы) правила в точности такие же, за исключением того, что не всё изменение объема определяется массой M; существует (обычно очень малый) вклад от давления, возникающего в окруженном сферой материале.

Полное математическое выражение для кривизны четырехмерного пространства-времени (которая должна описывать приливные эффекты для частиц, движущихся в любой данной точке по всевозможным направлениям) дается так называемым тензором кривизны Римана. Это несколько сложный объект; для его описания необходимо в каждой точке указать двадцать действительных чисел. Эти двадцать чисел называются его компонентами. Различные компоненты соответствуют различным кривизнам в различных направлениях пространства-времени. Тензор кривизны Римана обычно записывают в виде R_{ijkl}, но так как мне не хочется объяснять здесь, что означают эти субиндексы (и, конечно, что такое тензор), то я запишу его просто как:

РИМАН.

[73] Возможно, у читателя может возникнуть беспокойство по поводу того, каким образом это нулевое значение может быть максимальным значением «длины»! Но это именно так, хотя и в несколько бессодержательном смысле: геодезическая линия нулевой длины характеризуется тем, что не существует мировых линий других частиц, соединяющих (локально) любые две ее точки.

Существует способ, позволяющий разбить этот тензор на две части, называемые, соответственно, тензором ВЕЙЛЯ и тензором РИЧЧИ (каждый – с десятью компонентами). Условно я запишу это разбиение так:

РИМАН = ВЕЙЛЬ + РИЧЧИ.

(Подробная запись тензоров Вейля и Риччи для наших целей сейчас совершенно не нужна.) Тензор Вейля ВЕЙЛЬ служит мерой приливной деформации нашей сферы из свободно падающих частиц (т.е. изменения начальной формы, а не размеров); тогда как тензор Риччи РИЧЧИ служит мерой изменения первоначального объема.[74] Напомним, что ньютоновская теория гравитации требует, чтобы масса, содержащаяся внутри нашей падающей сферы, была пропорциональна этому изменению первоначального объема. Это означает, что, грубо говоря, плотность массы материи – или, что эквивалентно, плотность энергии (так как $E = mc^2$) – следует приравнять тензору Риччи.

По существу, это именно то, что утверждают уравнения поля общей теории относительности, а именно – полевые уравнения Эйнштейна.[75] Правда, здесь имеются некоторые технические тонкости, в которые нам сейчас, впрочем, лучше не вдаваться. Достаточно сказать, что существует объект, называемый тензором энергии-импульса, который объединяет всю существенную информацию об энергии, давлении и импульсе материи и электромагнитных полей. Я буду называть этот тензор ЭНЕРГИЕЙ. Тогда уравнения Эйнштейна весьма схематично можно представить в следующем виде,

РИЧЧИ = ЭНЕРГИЯ.

(Именно наличие «давления» в тензоре ЭНЕРГИЯ вместе с некоторыми требованиями непротиворечивости уравнений в целом приводят с необходимостью к учету давления в описанном выше эффекте сокращения объема.)

Кажется, что вышеприведенное соотношение ничего не говорит о тензоре Вейля. Тем не менее, оно отражает одно важное свойство. Приливный эффект, производимый в пустом пространстве, обусловлен ВЕЙЛЕМ. Действительно, из приведенных выше уравнений Эйнштейна следует, что существуют дифференциальные уравнения, связывающие ВЕЙЛЯ с ЭНЕРГИЕЙ – практически как во встречавшихся нам ранее уравнениях Максвелла.[76] Действительно, точка зрения, согласно которой ВЕЙЛЯ надлежит рассматривать как своего рода гравитационный аналог электромагнитного поля (в действительности, тензора – тензора Максвелла), описываемого парой (E, B), оказывается весьма плодотворной. В этом случае ВЕЙЛЬ служит своего рода мерой гравитационного поля. «Источником» для ВЕЙЛЯ является ЭНЕРГИЯ – подобно тому, как источником для электромагнитного поля (E, B) является (ρ, j) – набор из зарядов и токов в теории Максвелла. Эта точка зрения будет полезна нам в главе 7.

Может показаться весьма удивительным, что при столь существенных различиях в формулировке и основополагающих идеях, оказывается довольно трудно найти наблюдаемые различия между теориями Эйнштейна и теорией, выдвинутой Ньютоном двумя с половиной столетиями раньше. Но если рассматриваемые скорости малы по сравнению со скоростью света c, а гравитационные поля не слишком сильны (так, что скорости убегания гораздо меньше c, см. главу 7, с. 138[77]), то теория Эйнштейна по существу дает те же результаты, что и теория Ньютона. Но в тех ситуациях, когда предсказания этих двух теорий расходятся, прогнозы теории Эйнштейна оказываются точнее. К настоящему времени был проведен целый ряд весьма впечатляющих экспериментальных проверок, которые позволяют считать новую теорию Эйнштейна вполне обоснованной. Часы, согласно Эйнштейну, в гравитационном поле идут чуть медленнее. Ныне этот эффект измерен непосредственно несколькими способами. Световые и

---

[74] В действительности, это деление на эффекты деформации и изменения объема носит не настолько четкий характер, как я пытаюсь это изобразить. Тензор Риччи сам может дать определенный вклад в приливную деформацию. (Для световых лучей такое деление проводится однозначно; см. Пенроуз, Риндлер [1986], т. 2, глава 7.) Точное определение тензоров Вейля и Риччи см., например, в книге Пенроуза и Риндлера [1984], т. 1. (Герман Вейль (род. в Германии) был выдающимся математиком XX века, а Грегорио Риччи (род. в Италии) – весьма влиятельным геометром, создавшим также теорию тензоров.)

[75] Правильная форма уравнений общей теории относительности была также найдена и Давидом Гильбертом (в ноябре 1915 года), однако все физические идеи, нашедшие отражение в этой теории, принадлежат исключительно Эйнштейну.

[76] Для тех, кто разбирается в подобных вопросах, эти дифференциальные уравнения представляют собой полные тождества Бьянки, в которые подставлены уравнения Эйнштейна.

[77] **В.Э.:** Это §5.3 выше в этом томе.

радиосигналы действительно изгибаются вблизи Солнца и слегка запаздывают для наблюдателя, движущегося им навстречу. Эти эффекты, предсказанные изначально общей теорией относительности, на сегодняшний день подтверждены опытом. Движение космических зондов и планет требуют небольших поправок к ньютоновским орбитам, как это следует из теории Эйнштейна – эти поправки сегодня также проверены опытным путем. (В частности, аномалия в движении планеты Меркурия, известная как «смещение перигелия», беспокоившая астрономов с 1859 года, была объяснена Эйнштейном в 1915 году.) Возможно, наиболее впечатляющим из всего следует считать серию наблюдений над системой, называемой двойным пульсаром, которая состоит из двух небольших массивных звезд (возможно, двух «нейтронных звезд», см. с. 270). Эта серия наблюдений очень хорошо согласуется с теорией Эйнштейна и служит прямой проверкой эффекта, полностью отсутствующего в теории Ньютона, – испускания гравитационных волн. (Гравитационная волна представляет собой аналог электромагнитной волны и распространяется со скоростью света *c*.) Не существует проверенных наблюдений, которые противоречили бы общей теории относительности Эйнштейна. При всей своей странности (на первый взгляд), теория Эйнштейна работает и по сей день!

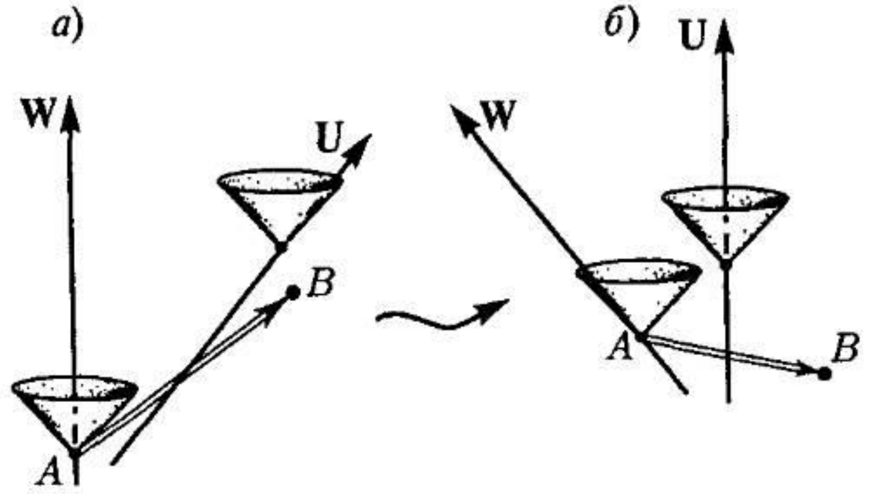


Рис. 5.31. Сигнал, который распространяется для наблюдателя **W** быстрее света, для наблюдателя **U** распространяется назад по времени. Ситуация справа (б) представляет собой ту же ситуацию, что и слева (а), только перерисованную с точки зрения наблюдателя **U**. (Эту перерисовку можно рассматривать как движение Пуанкаре. Сравните с рис. 5.21 – но здесь преобразование от (а) к (б) следует понимать в активном, а не в пассивном смысле.)

§5.13. Релятивистская причинность и детерминизм

Напомним, что в теории относительности материальные тела не могут двигаться быстрее света – откуда, в частности, следует, что их мировые линии всегда должны лежать внутри световых конусов (см. рис. 5.29). (В общей теории относительности ситуацию следует формулировать именно в таком локальном виде. Световые конусы расположены неодинаково, поэтому не имело бы особого смысла говорить, превосходит ли скорость очень далекой частицы скорость света здесь.) Мировые линии фотонов проходят по поверхности световых конусов, но мировая линия ни одной частицы не должна лежать вне световых конусов. В действительности, должно выполняться более общее утверждение, а именно: ни одному сигналу не разрешается распространяться вне светового конуса.

Чтобы понять, почему должно быть именно так, рассмотрим снова картину пространства Минковского (рис. 5.31). Предположим, что сконструировано некоторое устройство, способное посылать сигнал со скоростью немного больше скорости света. Пользуясь этим устройством, наблюдатель W посылает сигнал из точки *A* на своей мировой линии к далекой точке *B*, положенной непосредственно под световым конусом события *A*. На рис. 5.31а эта ситуация изображена с точки зрения наблюдателя W, но на рис. 5.31б картина нарисована уже по-другому, с точки зрения второго наблюдателя U, который быстро движется от W (из точки, например, между *A* и *B*) – и наблюдателю U событие *B* кажется происходящим раньше события *A*! (Такая «перерисовка» есть не что иное, как движение Пуанкаре, как описано выше, см. с. 167.) С точки зрения наблюдателя W одновременные пространства наблюдателя U представляются «наклонеными». Поэтому событие *B* кажется наблюдателю U происходящим раньше события *A*. Таким образом, для U сигнал, испущенный наблюдателем W, будет распространяться назад во времени!

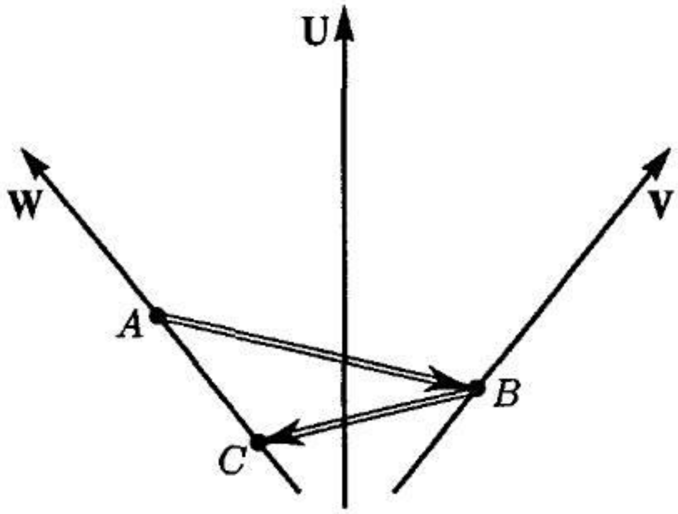


Рис. 5.32. Если у наблюдателя **V** имеется сверхсветовое сигнальное устройство, тождественное устройству, имеющемуся у **W**, но посылающее сигналы в противоположном направлении, то наблюдатель **W** может им воспользоваться для того, чтобы отправить послание в свое собственное прошлое!

Здесь пока еще нет явного противоречия. Но, учитывая симметричность картины с точки зрения наблюдателя U (в силу принципа специальной относительности), третий наблюдатель V, движущийся от наблюдателя U в сторону, противоположную той, в которую движется наблюдатель W, и оснащенный таким же, как и у наблюдателя W, устройством, мог бы в свою очередь послать сигнал, распространяющийся быстрее света с его (наблюдателя V) точки зрения, в направлении, противоположном направлению сигнала, испущенного наблюдателем W. Наблюдателю U при этом будет казаться, что сигнал, испущенный наблюдателем V, тоже движется назад во времени – но в противоположном (пространственном) направлении. Действительно, наблюдатель V мог бы послать второй сигнал к наблюдателю W в момент (*B*) получения исходного сигнала, пришедшего от наблюдателя W. Этот сигнал достигает наблюдателя W в тот момент, когда происходит событие *C*, которое (по оценке наблюдателя U) предшествует испусканию исходного сигнала (событию *A*) (рис. 5.32). Но еще хуже то, что событие *C* действительно происходит раньше события *A* (испускания исходного сигнала) на собственной мировой линии наблюдателя W, поэтому W действительно воспринимает событие *C* как происходящее до того, как он испускает сигнал (события *A*)! Сигнал, отправляемый наблюдателем V обратно наблюдателю W, мог бы, по предварительной договоренности с W, просто повторять сигнал, полученный наблюдателем W в точке *B*. Таким образом, W получает в более ранний момент времени на своей мировой линии тот же самый сигнал, который он сам собирается послать позднее! Разнося двух наблюдателей достаточно далеко друг от друга, можно устроить всё так, что ответный сигнал будет опережать исходный на сколь угодно большое время. Возможно, наблюдатель W своим исходным сигналом сообщал о том, что он сломал ногу. Тогда ответный сигнал он мог бы получить задолго до того, как с ним произошло это печальное происшествие, и тогда (предположительно) он мог бы предпринять необходимые меры предосторожности и избежать несчастного случая!

Таким образом, распространение сигналов со сверхсветовыми скоростями вместе с эйнштейновским принципом относительности приводит к вопиющему противоречию с нашим нормальным пониманием «свободы воли». В действительности, ситуация еще более серьезна, чем до сих пор представлялось. Ибо мы могли бы сделать «наблюдателя W» всего лишь механическим устройством, запрограммированным так, чтобы посылать в ответ тот же сигнал, который был им получен (т.е. отвечать на «НЕТ» – «НЕТ» и на «ДА» – «ДА»). Это приводит к такому же принципиальному противоречию, как то, с которым нам уже приходилось сталкиваться прежде.[78] Причем кажется, что на этот раз оно не зависит от наличия у наблюдателя W «свободы воли». Это свидетельствует о том, что на устройство, способное испускать сверхсветовые сигналы, не стоит «делать ставку» как на физически возможное. В дальнейшем это обстоятельство еще приведет нас с вами к удивительным выводам (глава 6, с. 232)[79].

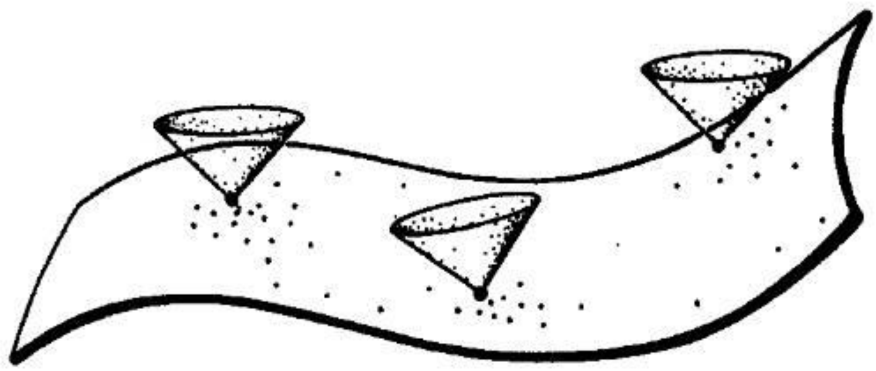


Рис. 5.33. Пространственно-подобная поверхность для задания начальных условий в общей теории относительности

Исходя из вышесказанного, давайте примем, что сигналы любого рода – а не только переносимые обычными физическими частицами – должны быть ограничены световыми конусами. Действительно, то, о чем мы только что говорили, опирается на идеи специальной теории относительности – но и в общей теории относительности правила СТО (локально) остаются в силе. Именно локальная выполнимость положений специальной теории относительности позволяет утверждать, что все сигналы остаются в пределах световых конусов, поэтому то же самое должно выполнятся и в общей теории относительности. Далее мы посмотрим, как это отражается на вопросах детерминизма в рамках этих теорий. Напомним, что в ньютоновской (или гамильтоновой и т.д.) схеме «детерминизм» – это возможность однозначного определения поведения системы в любой момент времени при условии, что заданы начальные условия. Если мы будем смотреть на ньютоновскую теорию с точки зрения пространства-времени, то «конкретное время», когда мы задаем эти начальные условия, будет представлено некоторым трехмерным «слоем» в четырехмерном пространстве-времени (т.е. будет всем пространством в этот момент времени). В теории относительности не существует одного глобального понятия «времени», которое можно было бы выделить для этой цели. Обычный подход предполагает гибкое отношение к этому вопросу. Годится любое «время». В специальной теории относительности вместо упоминавшегося выше «слоя» можно взять одновременное пространство какого-нибудь наблюдателя и задать на нем начальные данные. Но в общей теории относительности понятие «одновременного пространства» достаточно размыто. Вместо него можно воспользоваться более общим понятием пространственно-подобной поверхности.[80] Такая поверхность изображена на рис. 5.33; она характеризуется тем, что в каждой из своих точек она лежит целиком вне светового конуса – так, что локально она напоминает одновременное пространство.

Детерминизм в СТО можно сформулировать так: начальные данные на любом заданном одновременном пространстве *S* определяют поведение системы во всем пространстве-времени. (В частности, это верно для теории Максвелла, которая действительно является «специально релятивистской» теорией.) Однако можно высказать и более сильное утверждение. Если мы хотим знать, что произойдет в некоторой точке *P*, лежащей где-то в будущем по отношению к пространству *S*, то для этого нам необходимы начальные данные не на всем *S*, а только в некоторой ограниченной (конечной) области пространства *S* – потому, что «информация» не может распространяться быстрее света, так что любые точки пространства *S*, лежащие слишком

[78] Существуют определенные (не очень убедительные) пути для обхода этого затруднения (см. Уилер, Фейнман [1945]).

[79] **В.Э.:** Это §6.19 ниже в этом томе.

[80] Технически термин «гиперповерхность» более точен, чем «поверхность», так как объект не двумерен, а трехмерен.

далеко для того, чтобы световые сигналы из них могли достигать *P*, не оказывают на *P* никакого влияния (рис. 5.34)[81]. Это гораздо более удовлетворительный результат по сравнению с той ситуацией, которая возникает в ньютоновском случае, где в принципе потребовалось бы иметь информацию о всем бесконечном «слое», для того, чтобы иметь возможность предсказать ближайшее будущее хотя бы для одной точки. На скорость, с которой может распространяться ньютоновская информация, не существует никаких ограничений, и действие ньютоновских сил поэтому распространяется мгновенно.

Рис. 5.34. В специальной теории относительности то, что происходит в точке *P*, зависит только от данных, заданных в конечной области одновременного пространства. Так происходит потому, что никакое воздействие не может достичь точки *P* быстрее света

«Детерминизм» в общей теории относительности – вопрос гораздо более сложный, чем в СТО, и я ограничусь здесь лишь несколькими замечаниями. Прежде всего, для задания начальных условий нам необходимо воспользоваться пространственноподобной поверхностью *S* (а не просто одновременной поверхностью). Тогда оказывается, что уравнения Эйнштейна задают локально детерминистское поведение гравитационного поля в предположении (как обычно), что поля материи, дающие вклад в тензор ЭНЕРГИЯ, ведут себя детерминистским образом. Однако здесь возникают значительные осложнения. Сама геометрия пространства-времени (включая ее «причинную» структуру – расположение световых конусов) теперь становится частью того, что требуется определить. Априори расположение световых конусов нам не известно, так что мы не можем сказать, какие части поверхности *S* необходимы для однозначного определения поведения системы в некотором будущем событии *P*. Но могут сложиться такие экстремальные ситуации, когда всех точек поверхности *S* для этого окажется недостаточно, и, соответственно, глобальный детерминизм будет утрачен! (Здесь затрагиваются непростые вопросы, имеющие отношение к одной важной нерешенной пока проблеме в общей теории относительности, которая известна под названием «космической цензуры» и связана с образованием черных дыр (Типлер и др. [1980]); см. главу 7, с. 27 {МОИ № 16}, а также примечание на с. 30 и с. 35.) Маловероятно, чтобы любое подобное «крушение детерминизма», обусловленное «экстремальными» гравитационными полями, имело непосредственное отношение к тому, что происходит на «человеческих» масштабах – но тем не менее это недвусмысленно указывает на отсутствие ясности в вопросе о детерминизме в рамках общей теории относительности.

[81] Можно заметить, что волновое уравнение (см. примечание на с. 157 (*У меня это примечание отмечено выше, в* §5.9*, как* *1 – *В.Э.*)), как и уравнение Максвелла, также является релятивистским уравнением. Таким образом, «феномен невычислимости» Пур-Эля–Ричардса, рассмотренный нами ранее, тоже зависит только от начальных данных в ограниченных областях пространства *S*.

§5.14. Вычислимость в классической физике: где мы находимся?

На протяжении всей этой главы я старался не упускать из виду проблему вычислимости и, проводя различие между вычислимостью и детерминизмом, стремился показать, что первая может иметь не меньшее значение, коль скоро речь заходит о «свободе воли» и умственной деятельности. Но само понятие детерминизма в рамках классической теории оказалось не настолько четко определенным, как принято было думать. Мы видели, что при изучении классического уравнения Лоренца для движения заряженной частицы возникает целый ряд тревожных вопросов. (Вспомним «убегающие решения» Дирака.) Потом было показано, что и в общей теории относительности с детерминизмом сопряжены определенные трудности. Когда в таких теориях нет детерминизма – в них заведомо нет и вычислимости. Тем не менее ни в одном из названных случаев не создается впечатление, что отказ от детерминизма может существенным образом повлиять на нашу философию. В подобных явлениях еще «нет места» для нашей свободы воли: во-первых, потому, что классическое уравнение Лоренца для точечной частицы (в том виде, как его решил Дирак) нельзя считать пригодным с физической точки зрения для использования на том уровне, где возникают эти проблемы; и, во-вторых, потому, что масштабы, на которых классическая общая теория относительности приводит к такого рода проблемам (черные дыры и т.д.), в принципе не сравнимы с масштабами нашего собственного головного мозга.

Спрашивается: что мы сейчас знаем о вычислимости в классической теории? Разумно предположить, что в общей теории относительности мы сталкиваемся с теми же проблемами, что и в СТО – если не считать тех различий в вопросах причинности и детерминизма, о которых было только что сказано. Там, где будущее поведение физической системы определяется начальными данными, оно в то же время должно (из соображений, изложенных при рассмотрении ньютоновской теории) быть вычислимо на основе тех же начальных данных[82] (не считая «бесполезного» типа невычислимости, с которым столкнулись Пур-Эль и Ричардс в случае волнового уравнения, о чем уже говорилось выше; эта ситуация не реализуется при гладко изменяющихся данных). Действительно, трудно представить, каким образом в любой из рассмотренных мной до сих пор физических теорий могут возникнуть какие-либо существенные «невычислимые» элементы. Можно заведомо предсказать, что «хаотическое» поведение является типичным для большинства из этих теорий, где весьма малые изменения начальных данных способны вызвать громадные расхождения в последующем поведении. (Именно так, насколько можно судить, обстоит дело в общей теории относительности; см. Мизнер [1969], Белинский и др. [1970].) Но, как я уже упоминал выше, довольно трудно понять, каким образом этот тип невычислимости (т.е. непредсказуемости) может быть «использован» в устройстве, с помощью которого мы могли бы попытаться «подчинить» себе возможные невычислимые элементы в физических законах. Если «разум» способен каким-то образом использовать невычислимые элементы, то последние должны, видимо, лежать вне классической физики. Нам придется еще раз вернуться к этому вопросу позднее – после того, как мы в общих чертах познакомимся с квантовой теорией.

§5.15. Масса, материя и реальность

Произведем небольшую «ревизию» той картины мира, которую дала нам классическая физика. Во-первых, там существует пространство-время, выполняющее важнейшую функцию арены, на которой разыгрываются всевозможные физические процессы. Во-вторых, имеются физические объекты, задействованные в этих процессах, но ограниченные точными математическими законами. Физические объекты, о которых идет речь, бывают двух типов: частицы (корпускулы) и поля. Об истинной природе и отличительных особенностях частиц сказано немного, за исключением того, что у каждой частицы имеется своя мировая линия и каждая частица обладает индивидуальной массой покоя, (возможно) электрическим зарядом и т.д. С другой стороны поля описываются очень точно: электромагнитное поле удовлетворяет уравнениям Максвелла, а гравитационное поле – уравнениям Эйнштейна.

В описании частиц мы сталкиваемся с определенной двусмысленностью. Если частицы имеют столь малые массы, что их собственным влиянием на поля можно пренебречь, то такие частицы называются пробными частицами, и их движение под действием полей задается

[82] Строгие теоремы на этот счет были бы очень полезны и интересны. Но пока их нет.

однозначно. Выражение для силы Лоренца описывает реакцию пробных частиц на электромагнитное поле, законы движения по геодезическим линиям – на гравитационное поле (или соответствующую комбинацию в случае присутствия обоих полей). Поэтому частицы надлежит рассматривать как точечные, т.е. имеющие одномерные мировые линии. Но в тех случаях, когда влиянием частиц на поля (и, следовательно, на другие частицы) пренебрегать нельзя, т.е. когда сами частицы становятся источниками поля, их следует рассматривать как объекты с ненулевой протяженностью в пространстве. Иначе поля в непосредственной близости от каждой частицы обращаются в бесконечность. Такие протяженные источники создают распределение заряда-тока (ρ, j), необходимое для уравнений Максвелла, и тензор ЭНЕРГИЯ, входящий в уравнения Эйнштейна. Наряду с этим пространство-время, вмещающее в себя все частицы и поля, обладает изменчивой структурой, которая сама по себе описывает гравитационные явления. «Арена» принимает участие в том самом действии, которое на ней разыгрывается!

Это то, что нам говорит классическая физика о природе физической реальности. Ясно, что хотя очень многое уже известно – не стоит пока благодушно тешить себя надеждой на то, что картины мироздания, рисующиеся нам сейчас, не будут однажды перечеркнуты с появлением более глубоких теоретических построений. В следующей главе мы увидим, что даже те революционные преобразования нашей картины, которые совершила теория относительности, бледнеют и кажутся почти незначительными по сравнению с нововведениями квантовой теории. Но мы пока не закончили изучение классической теории и далеко не исчерпали всех ее возможностей. А у нее для нас еще припасен один сюрприз!

Чем в действительности является «материя»? Это реальная субстанция, из которой состоят физические объекты – «вещи» окружающего нас мира. Это то, из чего состоим вы и я, то, из чего сделаны наши дома. Каким образом можно квантифицировать эту субстанцию, т.е. выразить ее количественно? В наших элементарных учебниках физики излагается ясный ответ, который дал на этот вопрос Ньютон. Мерой количества материи, содержащейся в объекте или в системе объектов, служит его (или их) масса. Такой ответ действительно кажется верным: другой физической величины, которая может всерьез конкурировать с массой за право называться истинной мерой всей материи, содержащейся в объекте, просто не существует. Кроме того, масса сохраняется: масса, а следовательно, и полное материальное содержимое любой системы всегда должно оставаться одним и тем же.

Однако знаменитая формула Эйнштейна из специальной теории относительности

$$E = mc^2$$

свидетельствует о способности массы (m) превращаться в энергию (E) – и наоборот.[83] Например, когда атом урана участвует в процессе распада, распадаясь на меньшие осколки, полная масса каждого из осколков (если бы их можно было привести в состояние покоя), была бы меньше исходной массы атома урана – но если учесть энергию движения, т.е. кинетическую энергию (см. с. 140[84])[85] каждого осколка и пересчитать ее в терминах массы, разделив на c^2 (по формуле $E = mc^2$), то мы обнаружим, что суммарная энергия осколков осталась неизменной. Масса действительно сохраняется, но, поскольку она отчасти состоит из энергии, после распада атома могут возникнуть сомнения, что именно масса служит мерой количества вещества в составе объекта. Энергия, по существу, зависит от скорости, с которой движется материя. Энергия движения скорого поезда весьма значительна, но если мы сидим в вагоне этого поезда, то с нашей точки зрения поезд вообще не движется. Энергия движения скорого поезда (хотя и не тепловая энергия случайных движений его отдельных частиц) была «сведена к нулю» подходящим выбором системы отсчета. В качестве поразительного примера, весьма наглядно демонстрирующего действие соотношения масса-энергия Эйнштейна, рассмотрим распад одной из разновидностей субатомных частиц – так называемого π°-мезона. Это – заведомо материальная частица, обладающая вполне определенной (положительной) массой. Через какие-

[83] **В.Э.:** Ну, это какая-то совсем архаичная точка зрения! Ничто ни во что здесь не превращается. Ни масса, ни энергия не существуют как физические объекты. Это просто коэффициенты в некоторых системах измерений и вычислений. Данное «превращение» означает просто то, что в одной системе коэффициент уменьшается, а в другой системе увеличивается. И в целом эти системы изоморфно описывают соотношения объектов физического мира.

[84] **В.Э.:** Это §5.3 выше в этом томе.

[85] В ньютоновской теории кинетическая энергия частицы равна $\frac{1}{2}mv^2$, где m – масса, v – скорость частицы; но в специальной теории относительности выражение для кинетической энергии выглядит несколько сложнее.

нибудь 10^{-16} секунды $\pi°$-мезон распадается (как атом урана, но гораздо быстрее), при этом почти всегда на два фотона (рис. 5.36). Для наблюдателя, покоящегося относительно $\pi°$-мезона, каждый фотон уносит половину энергии и, в действительности, половину массы $\pi°$-мезона. Однако, «масса» фотона носит несколько призрачный характер, ибо это – чистая энергия. Если бы мы получили возможность быстро двигаться в направлении одного из фотонов, то смогли бы уменьшить его массу до сколь угодно малой величины – поскольку собственная масса (или масса покоя – с этим понятием мы вскоре познакомимся) фотона равна нулю. Всё сказанное вместе образует непротиворечивую картину сохраняющейся массы, но эта картина сильно отличается от той, которой мы располагали раньше. Масса может, как и прежде, служить в некотором смысле мерой «количества материи» – но наша точка зрения теперь кардинально изменилась: так как масса эквивалентна энергии, то масса системы, как и ее энергия, зависит от движения наблюдателя!

Рис. 5.35. 4-вектор энергии-импульса

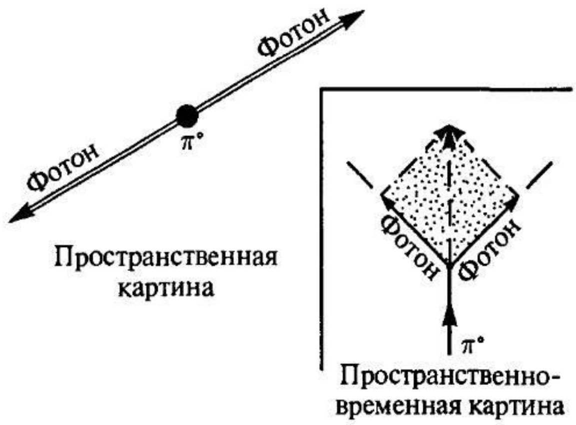


Рис. 5.36. «Массивный» $\pi°$-мезон распадается на два безмассовых фотона. Пространственно-временна́я картина показывает, как сохраняется 4-вектор энергии-импульса: 4-вектор $\pi°$-мезона есть сумма 4-векторов двух фотонов, получаемая по правилу параллелограмма (на рисунке этот параллелограмм покрыт точками)

Сейчас нам стоит более четко сформулировать ту точку зрения, к которой мы в итоге пришли. Сохраняющаяся величина, которая исполняет роль массы – это единый объект, известный как четырехвектор энергии-импульса (или, в другой форме записи, 4-вектор энергии-импульса). Его можно условно изобразить в виде стрелки (вектора), исходящей из начала O пространства Минковского и направленной внутрь светового конуса будущего точки O (или, если речь идет о фотоне, – лежащей на поверхности этого конуса, см. рис. 5.35). Эта стрела, направленная в ту же сторону, что и мировая линия объекта, содержит всю информацию о его энергии, массе и импульсе. Таким образом, «t-значение» (или «высота») конца стрелки, измеренная в системе отсчета наблюдателя, описывает массу (или энергию, деленную на c^2) объекта, а пространственные компоненты задают импульс (деленный на c).

«Длина» этой стрелки в смысле Минковского – это важная величина, известная как масса покоя. Она описывает массу объекта в системе отсчета наблюдателя, покоящегося относительно этого объекта. Можно было бы рассматривать такую величину в качестве хорошей меры «количества материи», входящей в состав указанного объекта. Но подобная величина не аддитивна: если систему разделить на две, то исходная масса покоя не равна сумме масс покоя возникших в результате деления частей. Напомним рассмотренный выше распад $\pi°$-мезона. $\pi°$-мезон имеет положительную массу покоя, тогда как масса покоя каждого из возникших в результате распада фотонов равна нулю. Но свойство аддитивности выполняется для всей стрелки (четырехвектора), по отношению к которой мы должны выполнять «сложение» векторного типа, как показано на рис. 5.6. Именно вся стрелка служит мерой «количества материи»!

Обратимся теперь к электромагнитному полю Максвелла. Мы уже отмечали, что оно переносит энергию. Значит, по соотношению $E = mc^2$ электромагнитное поле должно тоже иметь массу. Таким образом, и поле Максвелла представляет собой материю! И с этим утверждением теперь придется согласиться, коль скоро поле Максвелла тесно связано с силами, удерживающими частицы вместе. Электромагнитные поля внутри любого тела должны вносить существенный вклад[86] в его массу.

А как обстоит дело с гравитационным полем Эйнштейна? Во многих отношениях оно напоминает поле Максвелла. Подобно тому, как в теории Максвелла заряженные тела, двигаясь, могут испускать электромагнитные волны, массивные движущиеся тела тоже могут (согласно теории Эйнштейна) порождать гравитационные волны (см. с. 175)[87], которые, как и электромагнитные волны, распространяются со скоростью света, перенося при этом энергию. Однако эта энергия не поддается измерению стандартным способом, т.е. не может быть определена тензором ЭНЕРГИЯ, о котором говорилось выше. Для (чисто) гравитационной волны этот тензор всюду равен нулю! Можно было бы принять точку зрения, согласно которой кривизна пространства-времени (не полностью задаваемая тензором ВЕЙЛЬ) может каким-то образом представлять «количество материи», заключенной в гравитационных волнах. Но оказывается, что гравитационная энергия нелокальна: изучая кривизну пространства-времени только в ограниченных областях, невозможно определить, какова мера гравитационной энергии. Энергия, а следовательно, и масса гравитационного поля ведут себя подобно скользкому угрю, так что их невозможно «привязать» к какому-нибудь четко определенному месту. Тем не менее, к гравитационной энергии следует относиться со всей серьезностью. Она заведомо присутствует, и ее необходимо учитывать для того, чтобы сохранить смысл понятия массы. Существует хорошая (и положительная) мера массы (Бонди [1960] и Сакс [1962]), которая применима к гравитационным волнам – но нелокальность такова, что, как оказывается, эта мера может иногда становиться ненулевой в плоских областях пространства-времени, расположенных между двумя всплесками излучения (совсем как «глаз» урагана), где пространство-время на самом деле полностью лишено кривизны (см. Пенроуз, Риндлер [1986]) (и где, следовательно, оба тензора – ВЕЙЛЬ и РИЧЧИ – равны нулю)! В таких случаях мы, по-видимому, вынуждены придти к заключению, что если эта масса-энергия вообще должна быть локализована, то она с необходимостью должна быть сосредоточена в этом плоском пустом пространстве – области, совершенно свободной от материи или полей любого рода. При таких любопытных обстоятельствах наше «количество материи» либо локализовано там, в самых пустых областях пустого пространства – либо ее вообще нигде нет!

Такое заключение кажется чистейшим парадоксом. Но мы знаем, что этот вывод непосредственно вытекает из тех сведений о природе «реальной» материи нашего мира, которые дают наши лучшие классические теории (а это действительно превосходные теории!). Согласно классической теории – не говоря уже о квантовой, к изучению которой мы скоро приступим – материальная реальность оказывается субстанцией гораздо более расплывчатой, чем казалось прежде. Задача ее количественного измерения – и даже само ее существование – связана с необходимостью учета чрезвычайно тонких моментов и не может быть выполнена только локально! Если такая нелокальность кажется вам загадочной – приготовьтесь к еще более сильным потрясениям!

---

[86] Невычислимый в рамках современной теории – которая дает (предварительно) достаточно бесполезный ответ: бесконечный!

[87] **В.Э.:** Это конец §5.12 выше в этом томе.

Глава 6. Квантовая магия и квантовое таинство

§6.1. Нужна ли философам квантовая теория?

Классическая физика – в полном согласии со здравым смыслом – рассматривает объективный мир, который существует «там, вовне». Этот мир эволюционирует ясным и детерминистским образом, управляемый точно сформулированными математическими уравнениями.[88] Это также верно для теорий Максвелла и Эйнштейна, как и для исходной ньютоновской схемы. При этом считается, что физическая реальность существует независимо от нас самих, и как бы мы ни смотрели на классический мир – ничего в нем от этого не изменится. Кроме того, наше тело и наш головной мозг сами являются частью этого мира – а значит, эволюционируют в соответствии с теми же точными и детерминистскими классическими уравнениями. Все наши действия должны строго описываться этими уравнениями независимо от наших представлений о свободной сознательной воле, которой мы обладаем и которая может оказывать влияние на наше поведение.

Такая картина лежит, по-видимому, в основе самых серьезных[89] философских рассуждений по поводу природы реальности, нашего чувственного восприятия и нашей кажущейся свободы воли. Однако у некоторых возникает ощущение, что определенная роль должна быть отведена и квантовой теории – фундаментальной, но вызывающей смятение в умах картины мира, возникшей в первой четверти XX века, когда были обнаружены тончайшие расхождения между наблюдаемыми явлениями и их описаниями, которые предлагала классическая физика. У многих термин «квантовая теория» вызывает лишь смутные ассоциации с «принципом неопределенности», который говорит о невозможности точного описания системы на уровне частиц, атомов или молекул, позволяя использовать здесь лишь вероятностный подход. Как мы увидим в дальнейшем, квантовое описание является точным, хотя и радикально отличающимся от классического. Кроме того, мы обнаружим, что, несмотря на общепринятое убеждение, вероятности не возникают на микроскопическом уровне (движение частиц, молекул и атомов происходит детерминистично), а появляются в результате некоторого загадочного крупномасштабного действия, ответственного за существование классического макромира, доступного нашим ощущениям. Мы должны попытаться понять это и выяснить, как квантовая теория изменяет наши взгляды на физическую реальность.

Можно было бы подумать, что квантовая теория вносит лишь незначительные поправки в описание физических явлений по сравнению с классической физикой. Но в действительности лишь благодаря этим поправкам могут существовать многие явления, происходящие в обычных масштабах. Само существование твердых тел, упругость и другие свойства материалов, химические свойства, цвет вещества, явления замерзания и кипения, устойчивость наследственности – эти и многие другие знакомые нам явления невозможно объяснить без привлечения квантовой теории. Возможно, что и феномен сознания есть нечто, что нельзя объяснить, оставаясь в рамках классических представлений. Не исключено, что наш разум есть не просто элемент в игре так называемых «объектов» классической структуры, а скорее представляет собой качество, сущность которого коренится в необычных и удивительных особенностях физических законов, управляющих нашим миром. Пожалуй, что мы, как разумные существа, скорее должны были бы жить в квантовом, нежели в классическом мире, несмотря на всё его богатство,

---

[88] **В.Э.:** Не уравнениями управляется этот мир, а уравнения подобраны такими, чтобы они более или менее точно описывали его.

[89] Я считаю само собой разумеющимся, что любая «серьезная» философская точка зрения должна содержать по крайней мере изрядную долю реализма. У меня всегда вызывает удивление, когда я узнаю о серьезных мыслителях – нередко физиках, рассматривающих следствия, к которым приводит квантовая механика, – которые занимают сильно субъективную точку зрения, согласно которой в действительности никакого реального мира – «там, вовне» – вообще нет! То, что я придерживаюсь где только возможно реалистической линии, отнюдь не означает, что мне неизвестно о том, с какой серьезностью отстаиваются подобные субъективные взгляды, – но я просто не могу придать им смысл. Тех, кто желает ознакомится с мощной и занимательной атакой на субъективизм такого рода, я приглашаю читать книгу Гарднера [1983], глава 1.

разнообразие и удивительность.[90] Возможно, что квантовый мир необходим, чтобы из обычного вещества можно было бы создать нас – чувствующих и мыслящих существ. Это – вопрос скорее к Богу, вознамерившемуся сотворить обитаемую вселенную, чем к нам! Но всё это имеет непосредственное отношение и к нам. Если классический мир не есть нечто, частью чего могло бы быть наше сознание, то различия между классической и квантовой физикой должны каким-то образом влиять и на наш разум. К рассмотрению этой проблемы я еще вернусь позже.

Для того, чтобы основательно углубиться в философские вопросы и понять, как ведет себя наш мир и каково строение «разума», т.е. «нас самих», мы должны ближе познакомиться с квантовой теорией – самой точной и загадочной из физических теорий. Настанет время, когда наука достигнет более глубокого понимания природы, чем то, которое предлагает нам квантовая теория. Лично я склонен полагать, что квантовая механика есть лишь промежуточный и во многом еще неадекватный шаг на пути построения полной картины реального мира. Но это не освобождает нас от необходимости включения представлений квантовой теории в философскую картину реальности.

К сожалению, многие физики-теоретики придерживаются различных (но равноправных с точки зрения эксперимента) точек зрения относительно актуальности такой картины. Последователи Нильса Бора утверждают, что объективной картины реального мира не существует. С точки зрения квантовой теории «там, вовне» ничего не существует. Реальность же каким-то образом возникает только в связи с результатами «измерений». Согласно этой точке зрения квантовая теория представляет собой лишь вычислительную процедуру и не пытается описывать мир таким, каков он есть в действительности. Такое отношение к теории, на мой взгляд, является пораженческим, и я буду следовать позитивистскому способу рассмотрения, согласно которому объективная физическая реальность может быть описана квантовыми терминами: квантовым состоянием.

Существует точное уравнение – уравнение Шрёдингера, которое описывает полностью причинно обусловленную временну́ю эволюцию этого состояния. Но взаимоотношение между изменяющимся во времени квантовым состоянием и наблюдаемым реальным миром происходит довольно странным образом. Время от времени – всякий раз, как только мы делаем заключение, что «измерение» уже произведено, мы вынуждены отказываться от того самого квантового состояния, за эволюцией которого мы наблюдали, и использовать его только для вычисления вероятности, что оно скачком «перейдет» в одно из возможных новых состояний. В дополнение к странности этих «квантовых скачков» существует проблема того, какой должна быть физическая установка, позволяющая утверждать, что «измерение» действительно произведено. Измерительный прибор, в конечном счете, состоит из квантовых составляющих и поэтому должен эволюционировать в соответствии с уравнением Шрёдингера. Можно предположить, что и сами наблюдатели также построены из крохотных квантовых частиц. Является ли сознание необходимой составной частью процесса измерения? Думаю, что найдется немного физиков, готовых ответить положительно на этот вопрос.

Далее в этой главе мы рассмотрим некоторые необычные следствия этих «скачков» квантового состояния. Например, каким образом «измерение», производимое в одном месте, может вызвать «скачок» в другом удаленном месте! Но прежде нам необходимо познакомиться с еще одним необычным явлением. Допустим, что у объекта есть два различных, но совершенно равноправных маршрута движения. Если эти маршруты предоставлять ему по очереди, то он движется по ним одинаково хорошо. Но если открыть для него оба пути, то объект не может пройти ни по одному из них! Мы также рассмотрим более подробно, как реально описываются квантовые состояния, и увидим, насколько сильно это описание отличается от описания классических состояний. Например, частицы могут находиться сразу в двух местах! Мы обнаружим, насколько сложным становится квантовое описание системы многих частиц. Оказывается, что отдельная частица в такой системе не имеет определенного состояния. Только все вместе они обладают квантовым состоянием в виде сложной суперпозиции различных комбинаций друг друга. Мы увидим, как получается, что различные частицы одного типа не могут находиться в одинаковом квантовом состоянии. Мы подробно изучим необычное и сугубо

---

[90] **В.Э.:** Однако то, что мы все-таки живем не в «квантовом», а в «обычном» мире, – то, что всё наше восприятие реальности миллионолетним естественным отбором построено так, чтобы приспособиться именно к ЭТОМУ, а не к «квантовому» миру, как раз и является хоть и косвенным, но всё же доказательством того, что квантовые эффекты не имеют существенной роли в деятельности нашего интеллекта.

квантовое свойство спин. Мы обсудим проблемы, возникающие в парадоксальном мысленном эксперименте с «кошкой Шрёдингера», и способы решения этой ключевой головоломки, предлагаемые разными теоретиками.

Возможно, что материал этой главы покажется читателю более сложным для восприятия и слишком специальным по сравнению с предыдущими и последующими главами. Но я не пытаюсь упростить изложение и вводить читателя в заблуждение, поэтому нам с вами предстоит поработать более серьезно, чем обычно. Это позволит нам приблизиться к подлинному пониманию квантового мира. В тех же случаях, когда изложение будет казаться вам непонятным, я советую проявить настойчивость и попытаться осознать картину в целом. Не следует отчаиваться, если вам так и не удастся достичь полного понимания, ибо трудности коренятся в самой природе излагаемого предмета!

§6.2. Проблемы с классической теорией

Каким же образом выяснилось, что классическая физика не дает истинного описания нашего мира? Основной источник таких сведений – эксперимент. Квантовая теория не была всего лишь выдумкой теоретиков. Несмотря на огромное внутреннее сопротивление, они были вынуждены прийти к этому странному и во многом философски неудовлетворительному взгляду на окружающий нас мир. А произошло это потому, что классическая теория, несмотря на свое величие, столкнулась с серьезными трудностями. Главной из них было сосуществование физических объектов двух видов: частиц, описывающихся конечным числом параметров (шестью – тремя координатами и тремя компонентами импульсов), и полей, имеющих бесконечно большое число параметров. Такое деление в действительности оказывается физически непоследовательным. Для того, чтобы система частиц и полей пришла в состояние равновесия (или «полного покоя»), вся ее энергия должна перейти от частиц к полю. Это – проявление так называемого принципа «равномерного распределения энергии»: в равновесном состоянии вся энергия поровну распределяется между всеми степенями свободы системы. Так как поля обладают бесконечно большим числом степеней свободы, то на долю несчастных частиц вообще ничего не остается!

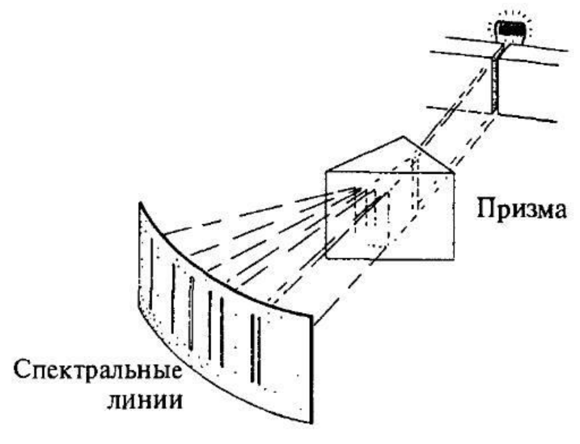


Рис. 6.1. Атомы нагретого вещества испускают свет, который обычно имеет лишь очень определенные частоты. С помощью призмы различные частоты можно разделить и получить характерные для атомов спектральные линии

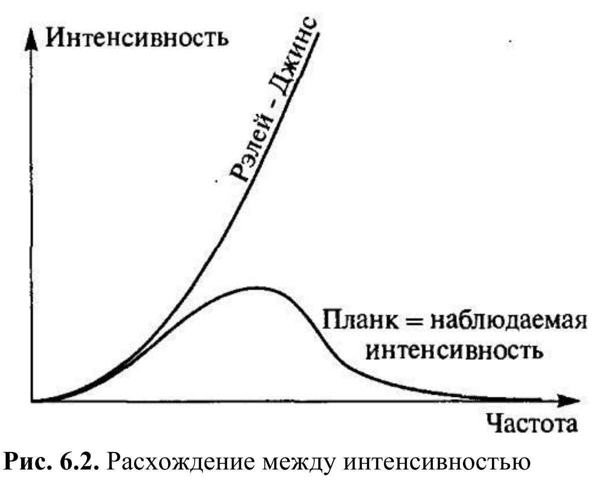


Рис. 6.2. Расхождение между интенсивностью излучения нагретого тела («абсолютно черного тела»), вычисленной в рамках классической теории, и наблюдаемой интенсивностью привели Планка к началам квантовой теории

В этом случае классический атом был бы нестабилен, ибо движение его частиц полностью трансформировалось бы в волновые моды поля. Напомню, что в 1911 году британский физик-экспериментатор новозеландского происхождения Эрнест Резерфорд предложил модель атома, напоминающую солнечную систему. В центре такого атома подобно маленькому солнцу располагалось ядро, а вокруг него подобно планетам обращались электроны, удерживаемые на своих орбитах электромагнитными силами вместо гравитации. Фундаментальная и на первый взгляд неразрешимая проблема состояла в том, что в соответствии с уравнениями Максвелла электрон должен был за долю секунды упасть на ядро по спиральной траектории, непрерывно излучая при этом электромагнитные волны, интенсивность которых за такое малое время достигала бы бесконечной величины. Но ничего подобного не наблюдалось! То, что происходило в действительности, было необъяснимо с точки зрения классической теории. Атомы могли излучать электромагнитные волны (свет) только определенного набора частот, в виде четких спектральных линий (рис. 6.1). Более того, эти частоты удовлетворяли «безумным» правилам,[91] не имеющим под собой никакого основания в классической теории.

Одним из проявлений такой нестабильности системы полей и частиц стало явление, известное как «излучение абсолютно черного тела». Представьте себе объект, нагретый до определенной температуры, в котором электромагнитное излучение находится в тепловом равновесии с частицами. В 1900 году Рэлей и Джинс теоретически показали, что в этом случае вся энергия частиц должна быть без остатка «высосана» полем! Этот физически абсурдный результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы», когда энергия безостановочно перетекает во всё более и более высокочастотные колебания поля, в то время как в действительности природа никогда не ведет себя столь расточительно. Наблюдения показали, что энергия низкочастотных колебаний поля действительно соответствует предсказанию Рэлея и Джинса, но в высокочастотной части спектра (где ими была предсказана «ультрафиолетовая катастрофа») она не возрастает бесконечно, а спадает до нуля. Максимальное значение энергии при данной температуре приходится на определенную частоту или цвет (см. рис. 6.2). Хорошо знакомыми примерами этого могут служить красный цвет нагретой кочерги или желто-белый цвет раскаленного Солнца.

§6.3. Начало квантовой теории

Как же разрешить все эти загадки? Очевидно, что исходную ньютоновскую схему частиц-корпускул необходимо дополнить максвелловским полем. Можно ли встать на противоположную точку зрения и предположить, что мир построен только из полей, а частицы представляют собой не что иное, как небольшие «сгустки» поля определенного вида? Этот подход имеет свои трудности, ибо такие частицы могли бы непрерывно изменять свою форму, извиваться и совершать колебания бесконечно большим числом способов. Но ничего подобного в действительности не наблюдается. В реальном мире все частицы одного вида, по-видимому, идентичны. Например, любые два электрона тождественны. Даже атомы и молекулы могут изменять свои конфигурации только дискретно.[92] Если частицы – это всего лишь поля, то необходимо ввести в теорию нечто новое, что заставило бы их иметь дискретные характеристики. В 1900 году блестящий, но осторожный немецкий физик Макс Планк выдвинул революционную идею для подавления высокочастотных мод излучения «абсолютно черного тела». Идея состояла в том, что излучение и поглощение электромагнитного поля может происходить только «квантами», энергия E которых связана с частотой ν следующим соотношением:

$$E = h\nu,$$

где h – новая фундаментальная постоянная природы, известная как постоянная Планка. Самое удивительное, что эта «бунтарская» идея позволила Планку достичь теоретического согласия с наблюдаемой зависимостью интенсивности излучения «абсолютно черного тела» от частоты (закон излучения Планка). (По современным данным постоянная Планка очень мала и составляет около $6{,}6 \times 10^{-34}$ Дж/с.) Смелая гипотеза Планка стала первым проблеском квантовой теории, но это событие не привлекло к себе внимания физиков до тех пор, пока Эйнштейн не выдвинул еще одну поразительную идею о том, что электромагнитное поле не только излучается, но и существует в виде таких дискретных порций. Таким образом, согласно Эйнштейну (и Ньютону, который высказывал аналогичное утверждение за два столетия раньше) свет представляет собой поток частиц! Вспомним, что в начале XIX века блестящий теоретик и экспериментатор Томас

[91] В частности, Дж.Дж. Бальмер отметил в 1895 году, что частоты спектральных линий водорода удовлетворяют формуле $R(n^{-2} - m^{-2})$, где n и m – положительные целые числа (R – постоянная).

[92] Возможно, нам ие следовало бы слишком легко отказываться от этой «чисто полевой» картины. Эйнштейн, который (как мы увидим в дальнейшем) глубоко сознавал дискретный характер квантовых частиц, провел последние тридцать лет своей жизни, пытаясь построить более общую теорию такого классического типа. Но попытки Эйнштейна, как и все прочие попытки, оказались тщетными. По-видимому, для объяснения дискретной природы частиц необходимо что-то еще помимо классического поля.

Юнг наглядно продемонстрировал волновую природу света, а Максвелл и Герц теоретически показали, что свет представляет собой колебания электромагнитного поля.

Каким образом свет может быть одновременно и частицами, и волнами? Ведь корпускулярная и волновая концепции представляются полностью противоположными. Тем не менее, одни экспериментальные факты явно указывают на то, что свет – это поток частиц, а другие на то, что свет – это волны. В 1923 году французский аристократ и проницательный физик маркиз Луи де Бройль продвинулся в этом вопросе еще дальше, высказав в своей докторской диссертации (которая снискала одобрение Эйнштейна!) идею о том, что частицы материи иногда ведут себя как волны! Частота ν волны де Бройля любой частицы с массой m также удовлетворяет соотношению Планка. Комбинируя это с формулой Эйнштейна $E = mc^2$, можно найти связь частоты ν с массой m:

$$h\nu = E = mc^2.$$

Таким образом, согласно идее де Бройля, раздельное существование частиц и полей, бывшее в почете у классической теории, отвергается природой! Действительно, всё, что осциллирует с частотой ν, может существовать только в виде дискретных порций с массой $h\nu/c^2$. Природа каким-то образом «умудряется» построить непротиворечивый мир, в котором частицы и осцилляции поля суть одно и то же! Или, точнее, мир природы состоит из каких-то более тонких составляющих, а представления о «частице» и «волне» лишь частично отражают реальность.

Еще один яркий пример проявления соотношения Планка нашел в 1913 году Нильс Бор – датский физик и выдающийся мыслитель XX века. Правила Бора требовали, чтобы угловой момент (см. с. 234)[93] электрона на ядерной орбите мог принимать только значения, кратные величине $h/2\pi$, для которой Дирак ввел более удобное обозначение $\hbar$:

$$\hbar = h\,/2\,\pi.$$

Таким образом, разрешены только следующие значения углового момента (относительно любой оси),

$$0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar, 4\hbar, \ldots.$$

С учетом этого нововведения «планетарная» модель атома позволила с большой точностью вычислить частоты энергетических уровней и объяснить те «безумные» правила, которым в действительности следует природа.

Несмотря на поразительный успех, блестящая гипотеза Бора была только временной схемой, своего рода «новой заплатой на старые меха» и получила название «старой квантовой теории». Сегодняшняя квантовая физика произошла из двух независимых схем, предложенных позже немцем Вернером Гейзенбергом и австрийцем Эрвином Шрёдингером («матричной механики» в 1925 году и «волновой механики» в 1926 году, соответственно). Сначала эти две схемы казались совершенно различными, но вскоре они были включены в более общую теорию как ее эквивалентные представления. Это было сделано главным образом британским физиком-теоретиком Полем Адриеном Морисом Дираком. В последующих главах мы попытаемся окинуть беглым взглядом квантовую теорию и ее необычные следствия.

§6.4. Эксперимент с двумя щелями

Рассмотрим «архетипичный» квантово-механический эксперимент, в котором пучок электронов, света или любых других «волн-частиц» направляется сквозь две узкие щели на расположенный позади них экран (рис. 6.3). Для большей конкретности выберем свет и условимся называть квант света «фотоном» согласно принятой терминологии. Наиболее очевидное проявление света как потока частиц, (фотонов) наблюдается на экране. Свет достигает экрана в виде дискретных точечных порций энергии, которые всегда связаны с частотой света формулой Планка: $E = h\nu$. Энергия никогда не передается в виде «половинки» (или иной доли) фотона. Регистрация фотонов представляет собой явление типа «всё или ничего». Всегда наблюдается только целое число фотонов.

Но при прохождении через две щели фотоны обнаруживают волновое поведение. Предположим, что сначала открыта только одна щель (а вторая – наглухо закрыта). Пройдя через эту щель, пучок света «рассеивается» (это явление называется дифракцией и является характерным для распространения волн). Пока еще можно придерживаться корпускулярной точки зрения и считать, что расширение пучка обусловлено влиянием краев щели, заставляющим фотоны

[93] **В.Э.:** Это §6.20 ниже в этом томе.

отклоняться на случайную величину в обе стороны. Когда свет, проходящий через щель, обладает достаточной интенсивностью (число фотонов велико), то освещенность экрана кажется равномерной. Но если интенсивность света уменьшить, то можно с уверенностью утверждать, что освещенность экрана распадется на отдельные пятна – в согласии с корпускулярной теорией. Яркие пятна располагаются там, где отдельные фотоны достигают экрана. Кажущееся равномерным распределение освещенности представляет собой статистический эффект, обусловленный очень большим числом участвующих в явлении фотонов (рис. 6.4). (Для сравнения, 60-ваттная электрическая лампа излучает около 100˙000˙000˙000˙000˙000˙000 фотонов в секунду!) При прохождении через щель фотоны действительно отклоняются случайным образом. Причем отклонения на различные углы имеют различные вероятности, что и порождает наблюдаемое распределение освещенности на экране.

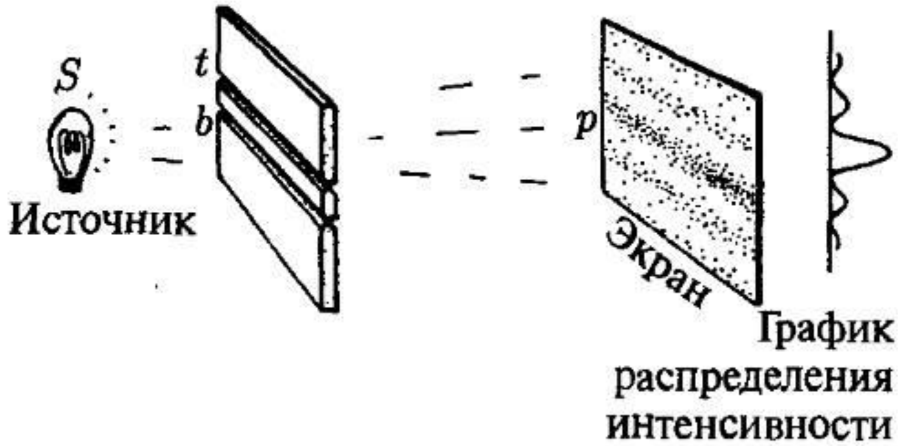


Рис. 6.3. Эксперимент с двумя щелями и монохроматическим светом (Обозначения на рисунке: *S* (англ. *source*) – источник, *t* (англ. *top*) – верхняя [щель], *b* (англ. *bottom*) – нижняя [щель]. – *Прим. ред*.)

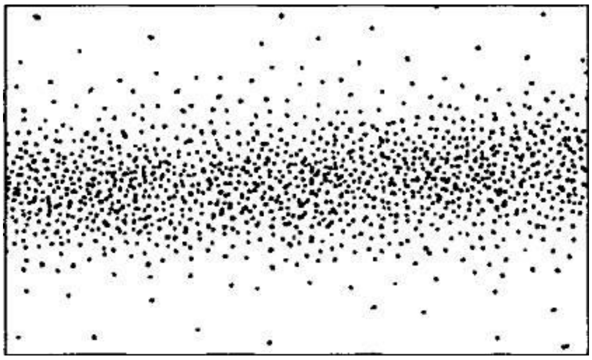


Рис. 6.4. Картина распределения интенсивности на экране, когда открыта только одна щель: наблюдается распределение дискретных крохотных пятнышек

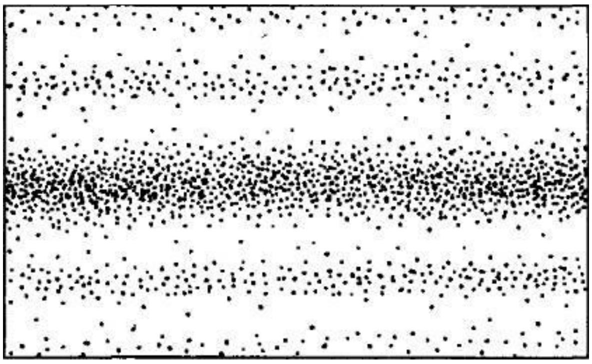


Рис. 6.5. Картина распределения интенсивности, когда открыты обе щели: наблюдается волнообразное распределение дискретных пятнышек

Но главная трудность для корпускулярной картины возникает, когда мы открываем вторую щель! Предположим, что свет излучается желтой натриевой лампой, это значит, что он имеет чистый цвет без примеси, или, если воспользоваться физическим термином, свет монохроматический, т.е. имеет одну определенную частоту, или, на языке корпускулярной картины, все фотоны имеют одну и ту же энергию. Длина волны в данном случае составляет около 5×10^{-7} м. Предположим, что щели имеют в ширину около 0,001 мм и отстоят друг от друга на расстояние около 0,15 мм, а экран находится от них на расстоянии около 1 м. При достаточно большой интенсивности света распределение освещенности всё еще выглядит равномерным, но теперь в нем имеется некое подобие волнообразности, называемое интерференционной картиной – на экране примерно в 3 мм от центра наблюдаются полосы (рис. 6.5). Открывая вторую щель, мы надеялись увидеть вдвое бóльшую освещенность экрана (и это, действительно, было бы верно, если рассматривать полную освещенность экрана). Но оказалось, что теперь детальная картина освещенности полностью отлична от той, которая имела место при одной открытой щели. В тех точках экрана, где освещенность максимальна, его интенсивность оказывается не в два, а в четыре раза больше той, что была прежде. В других же точках, где освещенность минимальна, – интенсивность падает до нуля. Точки с нулевой интенсивностью, возможно, и представляют наибольшую загадку для корпускулярной точки зрения. Это те точки, которых фотон мог бы благополучно достичь, если бы открыта была только одна щель. Теперь же, когда мы открыли и вторую щель, неожиданно оказалось, что нечто помешало фотону попасть туда, куда он мог бы попасть прежде. Как могло случиться, что, предоставив фотону альтернативный маршрут, мы в действительности воспрепятствовали его прохождению по любому из маршрутов?

Если в качестве «размера» фотона принять длину его волны, то в масштабе фотона вторая щель находится от первой на расстоянии около 300 «размеров фотона» (а ширина каждой щели составляет около двух длин волн фотона) (рис. 6.6). Каким образом фотон, проходя через одну из щелей, «узнает» о том, открыта или закрыта другая щель? На самом деле, в принципе не существует предела для расстояния, на которое могут быть разнесены щели для того, чтобы произошло явление «гашения или усиления».

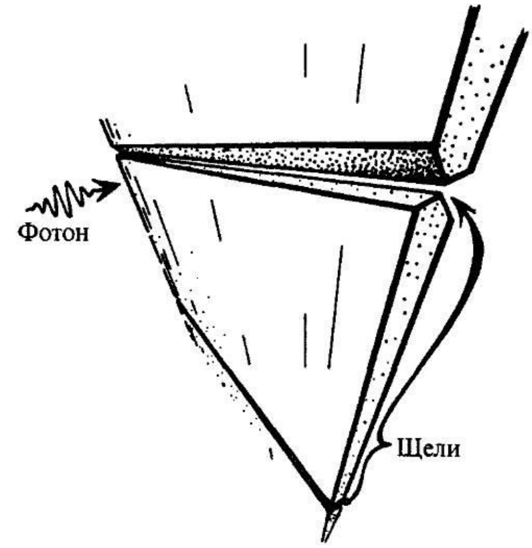


Рис. 6.6. Щели «с точки зрения» фотона! Разве может быть важно фотону, открыта или закрыта вторая щель, находящаяся на расстоянии около 300 «размеров фотона»?

Создается впечатление, что когда проходит через одну или две щели, он ведет себя как волна, а не как корпускула (частица)! Такое гашение – деструктивная интерференция – хорошо известное свойство обычных волн. Если каждый из двух маршрутов порознь может быть пройден волной, то когда для нее открыты оба маршрута, может оказаться, что они взаимно погасят друг друга. На рис. 6.7 показано, как это происходит. Когда какая-то часть волны, пройдя через одну из щелей, встречает часть волны, прошедшую через другую щель, то они усиливают друг друга, если находятся «в фазе» (т.е. если встречаются два гребня или две впадины), или гасят друг друга, если они находятся «в противофазе» (т.е. гребень одной части встречается с впадиной другой). В эксперименте с двумя щелями яркие места на экране возникают там, где расстояния до щелей отличаются на целое число длин волн так, что гребни приходятся на гребни, а впадины – на впадины, а темные места возникают там, где разность этих расстояний равна полуцелому числу длин волн так, что гребни встречаются с впадинами, а впадины – с гребнями.

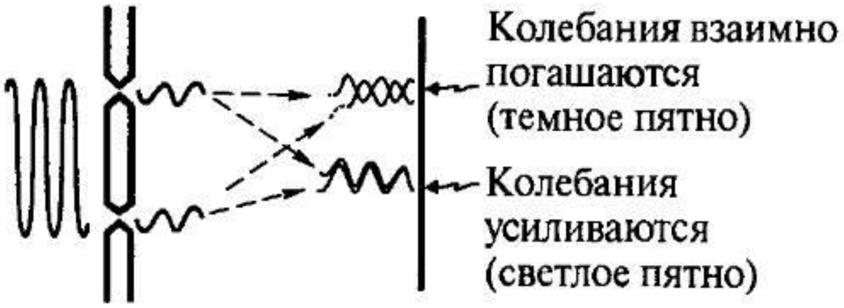


Рис. 6.7. Чисто волновая картина позволяет нам осмыслить распределение светлых и темных полос на экране (но не дискретность) на языке интерференции волн

Нет ничего загадочного в поведении обычной макроскопической классической волны, проходящей одновременно через две щели. Волна в конечном счете представляет собой всего лишь «возмущение» либо некоторой непрерывной среды (поля), либо некоторого вещества, состоящего из мириад крохотных точечных частиц. Возмущение может частично пройти через одну щель, частично через другую щель. Но в корпускулярной картине ситуация иная: каждый отдельный фотон сам по себе ведет себя, как волна! В некотором смысле каждая частица проходит сразу через обе щели и интерферирует сама с собой! Ибо, если значительно уменьшить полную интенсивность света, то можно гарантировать, что вблизи щелей будет находиться не более одного фотона одновременно. Явление деструктивной интерференции, когда два альтернативных маршрута каким-то образом «ухитряются» исключить друг друга из числа реализованных возможностей, есть нечто, применимое к одному фотону. Если для фотона открыт только один из двух маршрутов, то фотон может пройти по нему. Если открыт другой маршрут, то фотон может пройти второй вместо первого маршрута. Но если перед фотоном открыты оба маршрута, то эти две возможности чудесным образом исключают друг друга, и оказывается, что фотон не может пройти ни по одному из маршрутов![94]

Настоятельно советую читателю остановиться и вдуматься в смысл этого необычного факта. Дело не в том, что свет ведет себя в одних случаях как волны, а в других как частицы. Каждая частица в отдельности сама по себе ведет себя, как волна; и различные альтернативные возможности, открывающиеся перед частицей, иногда могут полностью уничтожать друг друга!

Действительно ли фотон расщепляется на два и частично проходит через одну щель, а частично – через другую? Большинство физиков будут возражать против такой постановки вопроса. По их мнению оба маршрута, открытых перед частицей, должны вносить вклад в конечный результат, они – всего лишь дополнительные способы движения, и не следует думать, будто частица должна расщепиться на две, чтобы пройти через щели. В подтверждение той точки зрения, что частица не проходит частично через одну щель и частично – через другую, можно рассмотреть видоизмененную ситуацию, в которой около одной из щелей помещен детектор частиц. В этом случае фотон (или любая другая частица) всегда появляется как единое целое, а не как некоторая доля целого: ведь наш детектор регистрирует либо целый фотон, либо полное отсутствие фотонов. Однако, если детектор расположен достаточно близко к одной из щелей, чтобы наблюдатель мог различить, через какую из них прошел фотон, то интерференционная картина на экране исчезает. Для того, чтобы имела место интерференция, по-видимому, необходимо «отсутствие знания» относительно того, через какую из щелей «действительно» прошла частица.

Чтобы получить интерференцию, обе альтернативы должны дать свой вклад, иногда «суммируясь», усиливая друг друга в два раза больше, чем можно было бы ожидать, а иногда «вычитаясь», чтобы загадочным образом погасить друг друга. Фактически же согласно правилам квантовой механики в действительности происходит нечто еще более загадочное! Конечно, альтернативы могут суммироваться (самые яркие точки на экране), альтернативы могут вычитаться (темные точки), но они также могут образовывать и такие странные комбинации, как:

$$\text{альтернатива } A + \mathrm{i} \times \text{альтернатива } B,$$

где i – «квадратный корень из минус единицы» ($\mathrm{i} = \sqrt{-1}$)[95], с которым мы уже встречались в главе 3 (в точках на экране с промежуточной интенсивностью освещенности). В сущности любое комплексное число может играть роль коэффициента в «комбинации альтернатив»!

---

[94] **В.Э.:** Ну как это «*не может пройти ни по одному из маршрутов*»? Ясно же, что проходит через обе щели по типу волны. Проблема не в том, как проходит, а в том, ЧТО проходит (я когда-то назвал это «правом создания фотона»), и в том, как это «право» потом реализуется локально – в одной точке. Я уже говорил в Предисловии этого тома, что не хочу вмешиваться в физику, но «чисто внешне», с точки зрения операционной системы человека, я думаю так. Человеческая операционная система (система обработки информации в мозге) устроена так, что она имеет три чрезвычайно фундаментальных «категории» (принципа, заложенных в самую самую ее основу). Это: 1) понятие «объекта»; 2) система кодирования положения объекта тремя координатами (эвклидово пространство); 3) способ кодирования изменений одной координатой (время). Из-за такого фундаментального устройства нашей операционной системы мы вообще не можем себе представить ничего, что не было бы «объектом» (телом) – находящимся в пространстве – и меняющим это положение во времени. Такой принцип работы системы программ был нам весьма полезен и пригоден, пока мы имели дело с бананами и леопардами (и даже немножко дольше). А в той области, которую пытается отобразить квантовая механика, мы столкнулись с вещами, которые не являются объектами (тем более, существующими в эвклидовом пространстве и в линейном времени). Чем они являются, я не знаю, но основную проблему я вижу в принципиальной непригодности нашей операционной системы для отображения таких вещей.

[95] **В.Э.:** i не квадратный корень из –1, а поворот на 90°. «Комплексные числа» вообще кодируют вращение.

Возможно, читатель уже вспомнил высказанное мной в главе 3 предупреждение о том, что комплексные числа играют «абсолютно фундаментальную роль в структуре квантовой механики». Комплексные числа – не просто математические диковинки. Физиков вынудили обратить на них внимание убедительные и неожиданные экспериментальные факты. Чтобы понять квантовую механику, мы должны поближе познакомиться с языком комплекснозначных весовых коэффициентов. Давайте же рассмотрим, к каким это приводит последствиям.

§6.5. Амплитуды вероятностей

Выбор фотона в приведенных выше рассуждениях не был продиктован ничем особенным. С тем же успехом для этого подошли бы электроны, любые другие частицы или даже целые атомы. Правила квантовой механики, насколько можно судить, утверждают, что и крикетные шары, и слоны должны вести себя описанным выше странным образом, где различные альтернативные возможности могут каким-то образом образовывать «суммы» состояний с комплексными весами! Однако нам никогда не приходилось реально видеть крикетные шары или слонов в виде столь странных «сумм». Почему? Это трудная и к тому же противоречивая тема, которую я не хотел бы сейчас затрагивать. А пока же мы просто допустим в качестве рабочего правила, что существуют два различных возможных уровня описания физической реальности, которые мы называем квантовым уровнем и классическим уровнем. Мы будем использовать эти странные комбинации состояний с комплекснозначными весами только на квантовом уровне. Крикетные же шары и слоны будут у нас объектами классического уровня.

Квантовый уровень – это уровень молекул, атомов и других субатомных частиц. Обычно считается, что это уровень явлений очень «малого масштаба», но эта «малость» не относится к физическим размерам. Мы увидим, что квантовые эффекты могут происходить на расстояниях многих метров или даже световых лет. Правильнее было бы считать, что нечто принадлежит «квантовому уровню», если это связано лишь с очень малыми изменениями энергии. (В дальнейшем я попытаюсь уточнить, о чем идет речь, главным образом в главе 8, с. 298.) Классический уровень – это «макроскопический» уровень, о котором мы имеем более непосредственные знания. Это – тот уровень, для которого верны наши обыденные представления о «происходящем», и где можно использовать наше обычное понятие вероятности. Мы увидим, что комплексные числа, которые нам приходится использовать на квантовом уровне, тесно связаны с классическими вероятностями. Но они не тождественны друг другу, и поэтому, чтобы освоиться с этими комплексными числами, было бы очень полезно вспомнить для начала, как ведут себя классические вероятности.

Рассмотрим некую неопределенную классическую систему, то есть систему, о которой мы не знаем, в каком из двух альтернативных состояний A или B она находится. Такую систему можно было бы рассматривать как «взвешенную» комбинацию альтернатив A и B:

$$p \times \text{альтернатива } A + q \times \text{альтернатива } B,$$

где p – вероятность события A, а q – вероятность события B. (Напомним, что вероятность – действительное число, принимающее значение от 0 до 1. Вероятность 1 означает, что событие «заведомо произойдет», а вероятность 0 означает, что событие «заведомо не произойдет».) Если A и B – единственно возможные альтернативы, то сумма их вероятностей должна быть равна 1:

$$p + q = 1.$$

Если же существуют и другие возможности, то эта сумма должна быть меньше 1. В этом случае выражение $p : q$ дает отношение вероятности события A к вероятности события B. А сами вероятности событий A и B (при условии, что имеются только эти две альтернативы) были бы равны, соответственно, $p/(p + q)$ и $q/(p + q)$. Мы может использовать такую интерпретацию и в том случае, когда сумма $p + q$ больше 1. (Такой способ вычисления вероятностей мог бы быть полезным, например, если бы мы многократно повторяли эксперимент, а p было бы количеством событий A, а q – количеством событий B). Мы будем говорить, что числа p и q нормированы, если $p + q = 1$, в этом случае они дают сами вероятности, а не только отношения вероятностей.

Подобным образом мы поступаем и в квантовой физике, с тем лишь исключением, что в квантовой физике p и q – комплексные числа, в силу чего я предпочитаю их обозначить w и z, соответственно:

$$w \times \text{альтернатива } A + z \times \text{альтернатива B}.$$

Как же теперь нам истолковать *w* и *z*? Несомненно, что они не являются[96] обычными вероятностями (или отношениями вероятностей), так как каждое из чисел *w* и *z* может по отдельности быть отрицательным или комплексным. Но во многих отношениях они ведут себя подобно вероятностям. Числа *w* и *z* (при соответствующей нормировке – см. далее) принято называть амплитудами вероятности, или просто амплитудами. Более того, часто используют терминологию, которая наводит на мысль о вероятностях, например: «Существует амплитуда *w* того, что произойдет событие *A*, и амплитуда *z* того, что произойдет событие *B*». Амплитуды еще не вероятности, но на миг попытаемся сделать вид, будто они являются вероятностями или, точнее, аналогами вероятностей на квантовом уровне.

Как проявляются обычные вероятности? Полезно представить себе какой-нибудь макроскопический объект, например, шарик, прошедший сквозь одну из двух щелей к стоящему позади экрану (как в описанном выше эксперименте с двумя щелями (см. рис. 6.3), но вместо прежнего фотона теперь фигурирует классический макроскопический шарик). Должна существовать некоторая вероятность $P(s, t)$ того, что, отправившись из точки *s*, шарик достигнет верхнего отверстия *t*, и некоторая вероятность $P(s, b)$ того, что шарик достигнет нижнего отверстия *b*. Кроме того, если мы выберем некоторую точку *p* на экране, то должна существовать некоторая вероятность $P(t, p)$ того, что шарик достигнет точки *p* на экране, пройдя через *t*, и некоторая вероятность $P(b, p)$ того, что шарик достигнет точки *p*, пройдя через *b*. Если открыто только отверстие *t*, то для того, чтобы найти вероятность того, что шарик действительно достигает точки *p*, пройдя через отверстие *t*, мы умножаем вероятность того, что он попадает из точки *s* в *t*, на вероятность того, что он попадает из *t* в точку *p*:

$$P(s, t) \times P(t, p).$$

Аналогично, если открыто только нижнее отверстие, то вероятность того, что шарик попадает из *s* в *p*, равна

$$P(s, b) \times P(b, p).$$

Если открыты оба отверстия, то вероятность того, что шарик попадает из *s* в точку *p* через *t*, по-прежнему равна первому произведению $P(s, t) \times P(t, p)$ (так, как если бы было открыто только отверстие *t*), и вероятность того, что шарик попадает из точки *s* в точку *p* через *b*, по-прежнему равна $P(s, b) \times P(b, p)$. Поэтому полная вероятность $P(s, p)$ того, что шарик, побывав в точке *p*, попадет в точку *s*, равна сумме двух приведенных выше вероятностей:

$$P(s, p) = P(s, t) \times P(t, p) + P(s, b) \times P(b, p).$$

На квантовом уровне эти правила остаются в точности такими же, с тем лишь исключением, что теперь роль вероятностей, с которыми мы имели дело в классическом случае, должны играть эти странные комплексные амплитуды. Например, в рассмотренном выше эксперименте с двумя щелями мы имеем амплитуду $A(s, t)$ того, что фотон достигнет верхней щели *t* из источника *s*, и амплитуду $A(t, p)$ того, что фотон достигнет точки *p* на экране из щели *t*, и, перемножив эти амплитуды, мы получим амплитуду

$$A(s, t) \times A(t, p)$$

того, что фотон достигнет точки *p* на экране через щель *t*. Как и в случае вероятностей, это – правильная амплитуда в предположении, что верхняя щель открыта независимо от того, открыта или не открыта нижняя щель *b*. Аналогично, в предположении, что открыта нижняя щель *b*, мы получаем амплитуду

$$A(s, b) \times A(b, p)$$

того, что фотон достигнет точки *p* на экране через щель *b* (независимо от того, открыта или не открыта верхняя щель *t*). Если же открыты обе щели, то мы получаем полную амплитуду

$$A(s, p) = A(s, t) \times A(t, p) + A(s, b) \times A(b, p)$$

того, что фотон попадает в точку *p* из точки *s*.

Всё это очень мило, но совершенно бесполезно, пока мы не знаем, как интерпретировать амплитуды, когда квантовый эффект увеличивается до классического уровня. Мы могли бы, например, поместить детектор фотонов, или фотоячейку в точке *p*, что дало бы нам способ

---

[96] **В.Э.:** Это, конечно, просто вопрос терминологии, но с точки зрения Веданской теории (и ее объяснения сущности чисел) нет почти никакой разницы между «обычными вероятностями» и «амплитудами вероятностей». При «обычной вероятности» субъект (согласно своей оценке по тому или иному принципу) приписывает событиям *A* и *B* метрическое число (действительное положительное), то есть, связывает эти события с таксоном классификации по программе R. А при «амплитуде вероятности» он делает то же самое, только связывает не с метрическими таксонами, а с таксонами классификации при планарной ориентации {NATUR3.1874 = МОИ № 36}.

увеличения события, происходящего на квантовом уровне, – прибытия фотона в точку p – до события, различимого на классическом уровне, скажем, громкого «щелчка». (С таким же успехом можно было бы взять в качестве экрана фотопластинку, на которой фотон оставляет видимое пятнышко, но для большей доходчивости мы всё же воспользуемся фотоячейкой, издающей при срабатывании звуковой сигнал.) Должна существовать реальная вероятность того, что произойдет восприятие звукового «щелчка», а не одной[97] из этих загадочных «амплитуд»! Как нам перейти от амплитуд к вероятностям, когда мы переходим с квантового уровня на классический? Оказывается, что для этого существует очень красивое, но удивительное правило.

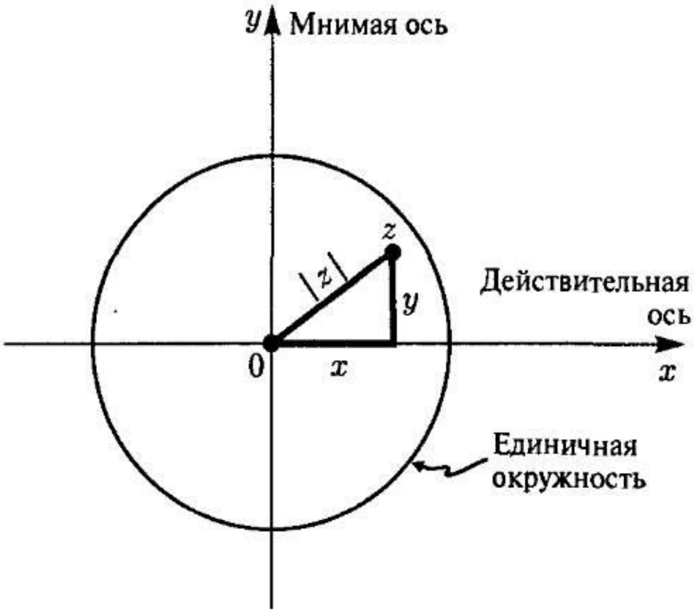


Рис. 6.8. Амплитуда вероятности представлена как точка z внутри единичной окружности на плоскости Аргана. Квадрат расстояния $|z|^2$ от центра может стать действительной вероятностью, если эффекты увеличены до классического уровня

Правило это состоит в том, что для получения классической вероятности, необходимо взять квадрат модуля квантовой комплексной амплитуды. Что такое «квадрат модуля»? Напомним как изображаются комплексные числа на плоскости Аргана (глава 3, с. 84 {МОИ № 14}). Модуль $|z|$ комплексного числа z есть просто расстояние от начала координат (т.е. от точки 0) до точки, изображающей число z. Квадрат модуля $|z|^2$ – просто квадрат этого числа. Таким образом, если

$$z = x + \mathrm{i}y,$$

где x и y – действительные числа, то (по теореме Пифагора, так как отрезок прямой, соединяющий точки 0 и z, служит гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами x и y) квадрат модуля равен

$$|z|^2 = x^2 + y^2.$$

Заметим, что для того, чтобы это выражение было настоящей «нормированной» вероятностью, значение $|z|^2$ должно быть заключено между 0 и 1. Это означает, что для того, чтобы быть надлежащим образом нормированной амплитудой, точка z на плоскости Аргана должна лежать где-то внутри единичной окружности (рис. 6.8). Однако иногда возникает необходимость рассматривать комбинации

$$w \times \text{альтернатива } A + z \times \text{альтернатива } B,$$

где w и z – всего лишь пропорциональны амплитудам вероятностей и поэтому не должны лежать внутри единичной окружности. Условие их нормированности (и, следовательно, того, что они дают настоящие амплитуды вероятностей) заключается в том, что сумма квадратов их модулей должна быть равна единице:

[97] **В.Э.:** Видимо, ошибка перевода; следовало бы сказать: «*Должна существовать реальная вероятность (..), а не* ***одна*** *из этих загадочных «амплитуд»*».

$$|w|^2 + |z|^2 = 1.$$

Если числа w и z не удовлетворяют этому условию нормировки, то настоящими амплитудами вероятностей альтернатив A и B, соответственно, служат величины

$$\frac{w}{\sqrt{w^2+z^2}} \quad \text{и} \quad \frac{z}{\sqrt{w^2+z^2}},$$

которые лежат внутри единичной окружности.

Теперь мы видим, что амплитуда вероятности в конечном счете представляет собой аналог не настоящей вероятности, а скорее «комплексного квадратного корня» из вероятности. Что происходит с ней, когда эффекты квантового уровня увеличиваются настолько, что достигают классического уровня? Напомним, что, манипулируя с вероятностями и амплитудами, мы иногда сталкивались с необходимостью производить их умножение и сложение. Прежде всего заметим, что операция умножения не сопряжена с какими-либо проблемами при переходе от квантовых правил к классическим. Происходит это вследствие замечательного математического факта: квадрат модуля произведения двух комплексных чисел равен произведению квадратов модулей каждого из чисел:

$$|zw|^2 = |z|^2\,|w|^2.$$

(Это свойство непосредственно следует из геометрического смысла произведения двух комплексных чисел, приведенного в главе 3 {МОИ № 14}, но на языке действительной и мнимой частей $z = x + \mathrm{i}y$, $w = u + \mathrm{i}v$; это – прекрасное маленькое чудо. Проверьте сами!)

Из этого факта следует, что если в эксперименте с двумя щелями для частицы существует только один маршрут (открыта только одна щель, например t), то рассуждения можно строить «классически», и вероятности получатся одними и теми же, независимо от того, наблюдаем ли мы за прохождением частицы в промежуточных точках ее пути (в щели t)[98]. А квадраты модулей можно будет взять на любой стадии наших вычислений, например,

$$|A(s,t)|^2 \times |A(t,p)|^2 = |A(s,t) \times A(t,p)|^2.$$

Ответ – результирующая вероятность – получится одним и тем же.

Рис. 6.9. Геометрический смысл добавочного члена $2|w|\,|z|\cos\theta$ для квадрата модуля суммы двух амплитуд

Но если перед частицей открыт более чем один маршрут (например, если открыты обе щели), то необходимо образовывать сумму, и здесь-то и начинают обнаруживаться характерные особенности квантовой механики. Когда мы образуем квадрат модуля суммы $w + z$ двух комплексных чисел w и z, мы обычно не получаем только лишь сумму квадратов модулей этих чисел; существует дополнительный «поправочный член»:

$$|w + z|^2 = |w|^2 + |z|^2 + 2|w|\,|z|\cos\theta,$$

[98] Это наблюдение необходимо произвести так, чтобы не помешать прохождению частицы через щель t. Этого можно было бы достичь, разместив детекторы в другом месте – рядом с щелью s. Тогда можно будет делать заключение о прохождении частицы через щель t, когда эти детекторы не срабатывают!

где θ – угол, образуемый направлениями на точки z и w из начала координат на плоскости Аргана (рис. 6.9). (Напомним, что косинус угла есть отношение «прилежащий к углу катет/гипотенуза» для прямоугольного треугольника. Пытливый читатель, незнакомый с этой формулой, может попытаться самостоятельно вывести ее, используя геометрию, изложенную в главе 3. В сущности эта формула есть не что иное, как слегка «замаскированное» хорошо известное «правило косинуса»!) Именно поправочный член $2|w|\,|z|\cos\theta$ описывает квантовую интерференцию между квантовомеханическими альтернативами. Значение $\cos\theta$ заключено между –1 и 1. При $\theta = 0°$ мы имеем $\cos\theta = 1$, и две альтернативы усиливают друг друга так, что полная вероятность оказывается больше суммы отдельных вероятностей. При $\theta = 180°$ мы имеем $\cos\theta = -1$, и две альтернативы стремятся погасить друг друга, в результате чего полная вероятность оказывается меньше суммы отдельных вероятностей (деструктивная интерференция). При $\theta = 90°$ мы имеем $\cos\theta = 0$, и получается ситуация, промежуточная между двумя упомянутыми выше: две вероятности просто суммируются. Для больших или сложных систем поправочные члены обычно «усредняются», так как «среднее» значение $\cos\theta$ равно нулю, и мы получаем обычные правила классической вероятности! Но на квантовом уровне эти члены описывают важные интерференционные эффекты.

Рассмотрим эксперимент с двумя щелями, когда обе щели открыты. Амплитуда того, что фотон достигает точки p, равна сумме $w + z$, где

$$w = A(s, t) \times A(t, p) \text{ и } z = A(s, b) \times A(b, p).$$

В самых ярких точках экрана имеем: $w = z$ (так что $\cos\theta = 1$), откуда

$$|w + z|^2 = |2w|^2 = 4|w|^2,$$

что в 4 раза больше вероятности $|w|^2$, когда открыта только верхняя щель, и приводит к увеличению интенсивности потока большого числа фотонов в 4 раза, в полном согласии с экспериментом. В темных точках экрана имеем $w = -z$ (так что $\cos\theta = -1$), откуда

$$|w + z|^2 = |w - w|^2 = 0,$$

т.е. интенсивность равна нулю (деструктивная интерференция!) также в соответствии с наблюдением. Точно посередине между этими точками мы имеем: $w = \mathrm{i}z$ или $w = -\mathrm{i}z$ (так что $\cos\theta = 0$), откуда

$$|w + z|^2 = |w \pm \mathrm{i}w|^2 = |w|^2 + |w|^2 = 2|w|^2,$$

что дает вдвое бóльшую интенсивность освещенности по сравнению с освещенностью только при одной щели (как в случае с классическими частицами). В конце следующего раздела мы узнаем, как рассчитывать, где именно расположены яркие, темные точки и точки с промежуточной интенсивностью освещенности.

И в заключение одно замечание. Когда открыты обе щели, амплитуда того, что частица достигнет точки p через щель t, в самом деле равна $w = A(s, t) \times A(t, p)$, но мы не можем интерпретировать квадрат ее модуля $|w|^2$ как вероятность того, что частица «действительно» прошла через верхнюю щель, чтобы достигнуть точки p. Такая интерпретация привела бы нас к бессмысленным ответам, в особенности, если точка p находится в темном месте на экране. Но если мы захотим «зарегистрировать» присутствие фотона в щели t, то, усиливая эффект его присутствия (или отсутствия) там до классического уровня, мы можем использовать величину $|A(s, t)|^2$ в качестве вероятности того, что фотон действительно присутствует в щели t. Но такое наблюдение нарушило бы картину распределения волн. Для того, чтобы произошла интерференция, нам необходимо убедиться в том, что прохождение фотона через щели остается на квантовом уровне так, чтобы оба альтернативных маршрута давали свой вклад и иногда могли гасить друг друга. На квантовом уровне отдельные альтернативные маршруты обладают только амплитудами, но не вероятностями.

§6.6. Квантовое состояние частицы

Как выглядит «физическая реальность» на квантовом уровне, где различные «альтернативные возможности», открытые перед системой, должны всегда обладать способностью сосуществовать, образуя суммы со странными комплекснозначными весами? Многие физики впадают в отчаяние при виде такой картины. Вместо этого они призывают рассматривать квантовую теорию только в качестве вычислительной процедуры для расчета вероятностей, а не объективной картины физического мира. Некоторые из них вполне серьезно заявляют, что квантовая теория проповедует невозможность получения объективной картины, по крайней мере той, которая согласуется с физическими фактами. Я же считаю такой пессимизм совершенно необоснованным. Во всяком случае было бы преждевременно на основании сказанного выше принять подобную точку зрения. Позднее мы рассмотрим некоторые из наиболее поразительных следствий квантовых эффектов, что, возможно, позволит нам понять причины такого отчаяния. Но пока давайте смотреть на вещи более оптимистично и мужественно встретим всё, что уготовила нам квантовая теория.

Первым предстанет перед нами квантовое состояние. Попытаемся мысленно представить себе одну-единственную квантовую частицу. Классически, частица определяется своим положением в пространстве, и для того, чтобы узнать, что произойдет с частицей дальше, нам также необходимо знать ее скорость (или, что эквивалентно, ее импульс). Квантовомеханически, любое положение, которое может занимать частица, является лишь одной их возможных «альтернатив» для частицы. Мы уже видели, что все альтернативы должны каким-то образом объединяться вместе с комплекснозначными весами. Набор этих комплекснозначных весов описывает квантовое состояние частицы. Обычно в квантовой теории принято использовать греческую букву ψ (произносится: «пси») для обозначения такого набора весов. Этот набор весов, рассматриваемый как комплекснозначная функция положения частицы, называется волновой функцией частицы. Для каждого положения x волновая функция принимает вполне определенное значение $\psi(x)$ – амплитуду вероятности того, что частица находится в положении x. Мы можем использовать одну букву ψ для обозначения квантового состояния как единого целого. Я разделяю ту точку зрения, что квантовое состояние ψ частицы – это и есть ее физически реальное положение в пространстве.

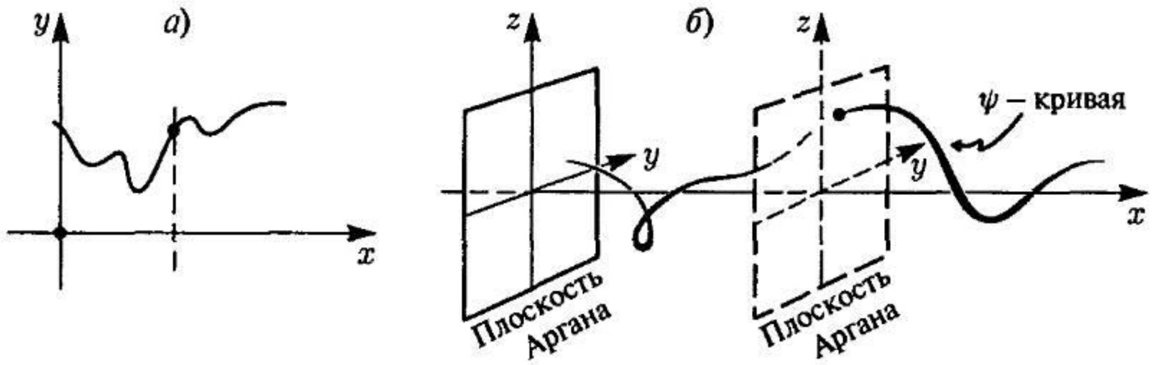


Рис. 6.10. а) График действительной функции действительной переменной x;
б) график комплексной функции ψ действительной переменной x

Каким же образом можно наглядно изобразить комплексную функцию ψ? Сделать это сразу для всего трехмерного пространства несколько затруднительно, поэтому мы немного упростим задачу и предположим, что наложенные связи позволяют частице двигаться только вдоль одномерной линии – например, оси x обычной (декартовой) системы координат. Если бы функция ψ была вещественной, то мы могли бы представить себе ось y, перпендикулярную оси x, и построить график функции ψ (рис. 6.10а). Но в данном случае для изображения значения комплексной функции ψ нам требуется «комплексная ось y» – плоскость Аргана. Для этой цели вообразим, что мы можем использовать два других пространственных измерения: например, y-направление в качестве действительной оси плоскости Аргана, а z-направление – как мнимую ось. Для получения правильной картины волновой функции мы можем изобразить $\psi(x)$ (значение функции в точке x) точкой на этой плоскости Аргана (т.е. на плоскости yz, проходящей через каждую точку оси x). Когда положение точки x изменяется, то изменяется также и положение точки на плоскости Аргана. При этом точка описывает некоторую кривую в пространстве, извивающуюся вокруг оси x (рис. 6.10б). Назовем эту кривую ψ-кривой рассматриваемой частицы. Если бы мы поместили в некоторой точке x детектор, то вероятность обнаружить частицу в данной точке можно найти, вычислив квадрат модуля амплитуды $\psi(x)$, т.е.

$$|\psi(x)|^2,$$

равный квадрату расстояния ψ-кривой от оси x.[99]

[99] Здесь возникает техническая трудность, так как настоящая вероятность найти частицу строго в данной точке была бы равна нулю. Поэтому величину $|\psi(x)|^2$ мы предпочитаем называть плотностью вероятности. Это означает, что на самом деле нам нужна вероятность найти частицу в некотором малом

Чтобы изобразить подобным образом волновую функцию, определенную на всем трехмерном физическом пространстве, понадобилось бы пять измерений: три – для физического пространства и два – для плоскости Аргана в каждой точке, в которой мы строим график функции $\psi(x)$. Однако наша упрощенная картина еще нам пригодится. Если мы захотим изучить поведение волновой функции вдоль произвольного направления в физическом пространстве, то для этого необходимо просто выбрать ось x вдоль этой линии, а два других пространственных измерения временно использовать в качестве действительной и мнимой осей на плоскости Аргана. Этот способ поможет нашему осмыслению эксперимента с двумя щелями.

Как я упоминал выше, в классической физике для того, чтобы определить, что будет происходить дальше, необходимо знать скорость (или импульс) частицы. В квантовой механике нам представляется значительная экономия. Волновая функция ψ уже содержит различные амплитуды для различных возможных импульсов! (Кое-кто из недовольных читателей может возразить, что «самое время» говорить об экономии, если принять во внимание, как сильно нам пришлось усложнить простую классическую картину точечной частицы. Хотя я во многом согласен с таким читателем, я всё же советую не отвергать те лакомые кусочки, которые ему преподносят, ибо худшее еще впереди!) Каким образом амплитуды скоростей определяются волновой функцией ψ? На самом же деле лучше думать в терминах амплитуд импульсов. (Напомним, что импульс, или количество движения, равен скорости, умноженной на массу частицы, см. с. 234[100]). Для этого следует применить к волновой функции ψ так называемый гармонический анализ. Подробно объяснять здесь, что это такое, было бы неуместно, скажу только, что он тесно связан с тем, что происходит с музыкальными звуками. Волну любой формы можно разложить в сумму различных «гармоник» (отсюда и термин «гармонический анализ»), которые представляют собой чистые тона различной высоты (т.е. с различными частотами). В случае волновой функции ψ «чистые тона» соответствуют различным возможным значениям импульса, которые может иметь частица, а величина вклада каждого «чистого тона» в ψ определяет амплитуду соответствующего значения импульса. Сами «чистые тона» называются импульсными состояниями.

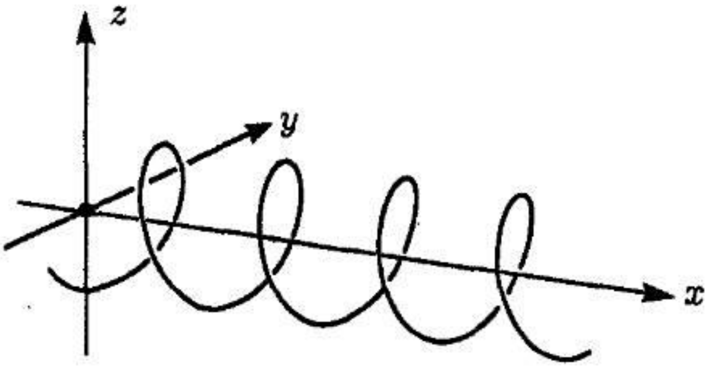


Рис. 6.11. Импульсное состояние имеет ψ-кривую в форме штопора

Как выглядит импульсное состояние, представленное ψ-функцией? Оно похоже на кривую, напоминающую по форме штопор, официальное математическое название которой – винтовая линия (рис.6.11)[101]. Штопоры с частыми витками соответствуют большим импульсам, а штопоры, которые едва вращаются, – очень малым импульсам. Существует предельный случай, когда ψ-кривая вообще не делает витков и вырождается в прямую в случае нулевого импульса. В поведении винтовой линии неявно скрыто знаменитое соотношение Планка. Так как энергия E всегда пропорциональна частоте ν ($E = h\nu$), то частые витки означают короткую длину волны, большую частоту и, следовательно, большой импульс и высокую энергию, а редкие витки означают малую частоту и низкую энергию. Если плоскости Аргана ориентированы обычным

интервале фиксированных размеров. Таким образом, $\psi(x)$ определяет плотность амплитуды, а не просто амплитуду.

[100] **В.Э.:** Это §6.20 ниже в этом томе.

[101] На стандартном аналитическом языке любая из наших штопорообразных винтовых линий (т.е. любое импульсное состояние) задается формулой $\psi = e^{ipx/\hbar} = \cos(ipx/\hbar) + i \sin(ipx/\hbar)$ (см. главу 3, с. 86), где p – рассматриваемое значение импульса z.

способом (т.е. когда оси x, y, z образуют, как описано выше, правую тройку), то импульсы, направленные в положительном направлении оси x, соответствуют правым штопорам (которые обычно и используются).

Иногда квантовые состояния полезно описывать не в терминах обычных волновых функций, как это было сделано выше, а в терминах волновых функций импульсов. Это сводится к рассмотрению разложения волновой функции ψ по различным импульсным состояниям и построению новой функции $\underline{\psi}$,[102] зависящей на этот раз не от положения x, а от импульса p; значение $\underline{\psi}(p)$ при любом p задает величину вклада состояния с импульсом p в ψ-функцию. (Пространство величин p называется импульсным пространством.) Смысл $\underline{\psi}$ состоит в том, что при каждом конкретном выборе p комплексное число $\underline{\psi}$ (p) задает амплитуду того, что частица имеет импульс p.

Существует математическое название для соотношения между функциями ψ и $\underline{\psi}$. Каждая из этих функций называется преобразованием Фурье другой – в честь французского инженера и математика Жозефа Фурье (1768–1830). Я ограничусь здесь лишь несколькими замечаниями по поводу преобразования Фурье. Первое замечание: между ψ и $\underline{\psi}$ существует замечательная симметрия. Чтобы перейти от $\underline{\psi}$ назад к ψ, мы по существу прибегаем к той же процедуре, которую использовали при переходе от ψ к $\underline{\psi}$. Теперь $\underline{\psi}$ становится объектом гармонического анализа. «Чистые тона» (т.е. штопоры в пространстве импульсов) на этот раз называются конфигурационными состояниями. Каждое положение x определяет такой «чистый тон» в пространстве импульсов, а величина такого вклада «чистого тона» в $\underline{\psi}$ дает значение $\psi(x)$.

Конфигурационное состояние соответствует (в терминах обычного пространства) некоторой функции ψ, имеющей острый пик в рассматриваемой точке x, а это значит, что все амплитуды равны нулю, за исключением амплитуды в данной точке. Такая функция называется дельта-функцией (Дирака), хотя, строго говоря, это – не совсем «функция» в обычном смысле, так как ее значение в точке x бесконечно велико. Аналогичным образом импульсные состояния (винтовые линии в конфигурационном пространстве) порождают дельта-функции в пространстве импульсов (рис. 6.12). Таким образом, оказывается, что преобразование Фурье винтовой линии есть дельта-функция и наоборот!

Рис. 6.12. Дельта-функция в конфигурационном пространстве переходит в штопор в импульсном пространстве и наоборот

Описание в терминах конфигурационного пространства полезно всякий раз, когда требуется произвести измерение возможного положения частицы в пространстве, которое сводится к увеличению до классического уровня эффектов различных возможных положений частицы. (Грубо говоря, фотоэлементы и фотографические пластинки осуществляют измерение положения фотонов в пространстве.) Описание на языке импульсного пространства полезно, когда требуется измерить импульс частицы, т.е. увеличить до классического уровня эффекты различных возможных импульсов. (Эффекты отдачи или дифракции на кристаллах могут быть использованы для измерений импульса.) В каждом случае квадрат модуля соответствующей волновой функции (ψ или $\underline{\psi}$) дает искомую вероятность результата производимого измерения.

---

[102] **В.Э.:** В книге Пенроуза эта функция обозначается $\overline{\psi}$, с черточкой наверху, а не внизу. Однако такое изображение невозможно получить стандартными средствами *Word*; можно получить (как в этом примечании) при помощи приставки *MathType*, но она меняет стиль изображения и создает трудности при работе с данным DOC файлом для тех, у кого такой приставки нет. Поэтому я предпочел ею не пользоваться, а весь текст изображать только стандартными средствами *Word*-а, заменяя надчеркивание на жирное подчеркивание. В конце концов это надчеркивание служит Пенроузу только для того, чтобы отличить одно ψ от другого. И у меня они отличимы.

В заключение этого раздела обратимся еще раз к эксперименту с двумя щелями. Мы узнали, что согласно квантовой механике даже одна частица сама по себе должна обладать волновым поведением. Такая волна описывается волновой функцией ψ. Более всего похожи на волны волновые функции импульсных состояний. В эксперименте с двумя щелями мы рассматривали фотоны с определенной частотой; так что волновая функция фотона состояла из импульсных состояний различных направлений, в которых расстояние между соседними витками штопора – длина волны – было одно и то же на протяжении всей винтовой линии. (Длина волны определяется частотой.)

Волновая функция каждого фотона распространяется первоначально из источника в точке *s* и (если мы не следим за прохождением фотона через щели) проходит к экрану через обе щели. Однако только небольшая часть волновой функции проходит через щели, поэтому мы можем мысленно рассматривать щели как новые источники, каждый из которых по-отдельности испускает волновую функцию. Эти две части волновой функции интерферируют одна с другой так, что когда они доходят до экрана, в одних его точках они суммируются, а в других погашают друг друга. Чтобы выяснить, где волны суммируются и где гасят друг друга, выберем на экране некоторую точку *p* и рассмотрим прямые, проведенные к точке *p* от каждой из щелей *t* и *b*. Вдоль отрезка *tp* мы имеем одну винтовую линию, а вдоль отрезка *bp* – другую винтовую линию. (Мы также имеем винтовые линии вдоль линий *st* и *sb*, но если предположить, что источник находится на одном и том же расстоянии от обеих щелей, то на пути к щелям винтовые линии успеют совершить одинаковое число витков.) Число витков, которые винтовые линии совершат к тому моменту, когда они достигнут экран в точке *p*, зависит от длины отрезков *tp* и *bp*. Если эти длины отличаются на целое число длин волн, то в точке *p* винтовые линии окажутся совмещенными в одном направлении относительно своих осей (т.е. $\theta = 0°$, где θ определено в предыдущем разделе), так что соответствующие амплитуды сложатся и дадут яркое пятно. Если же эти линии отличаются по длине на целое число длин волн плюс половина длины волны, то в точке *p* винтовые линии окажутся совмещенными в противоположных направлениях относительно своих осей ($\theta = 180°$), поэтому соответствующие амплитуды погасят друг друга, и мы получим темное пятно. Во всех остальных случаях между смещениями винтовых линий в точке *p* образуется некоторый угол, поэтому соответствующие амплитуды будут суммироваться некоторым промежуточным образом, и мы получим пятно с промежуточной интенсивностью освещенности (рис. 6.13).

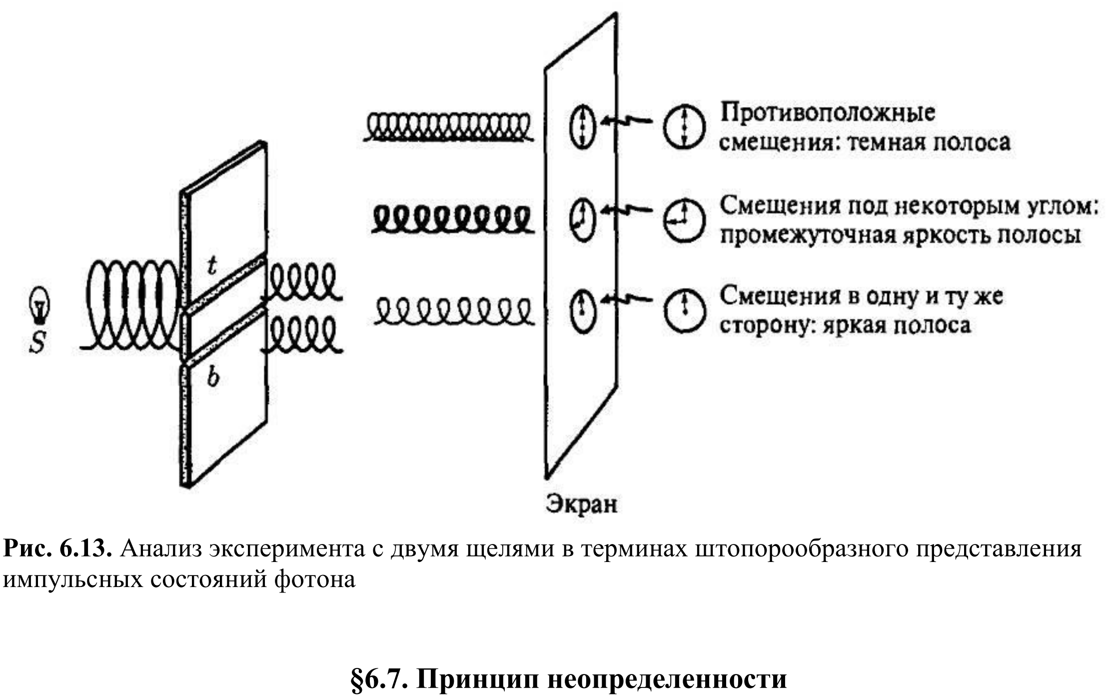


Рис. 6.13. Анализ эксперимента с двумя щелями в терминах штопорообразного представления импульсных состояний фотона

§6.7. Принцип неопределенности

Большинству читателей приходилось слышать о принципе неопределенности Гейзенберга. Согласно этому принципу невозможно одновременно точно измерить (т.е. увеличить до классического уровня) положение и импульс частицы. Хуже того, существует абсолютный предел произведения погрешностей, с которыми могут быть измерены положение и импульс частицы, мер, Δx и Δp, определяемый неравенством

$$\Delta x \, \Delta p \geq \hbar.$$

Эта формула говорит нам, что чем точнее измерено положение x, тем менее точно может быть определен импульс p, и наоборот. Если бы положение было измерено с бесконечной точностью, то импульс стал бы совершенно неопределенным; с другой стороны, если импульс измерен точно, то положение частицы становится полностью неопределенным. Чтобы получить некоторое представление о величине предела, установленного неравенством Гейзенберга, предположим, что положение электрона измерено с погрешностью до нанометра (10^{-9} м), тогда его импульс стал бы настолько неопределенным, что уже через секунду после измерения бесполезно было бы искать электрон на расстоянии меньше 100 км от того места, где он находился в момент измерения!

Из описаний некоторых измерительных процессов создается впечатление, что это связано с некоторой неточностью, «встроенной» в сам процесс измерения. Согласно этой точке зрения, попытка локализовать электрон в вышерассмотренном эксперименте неизбежно сообщит ему случайный «толчок» такой интенсивности, что электрон, весьма возможно, улетит прочь с огромной скоростью, величина которой оговорена принципом неопределенности Гейзенберга. Из других же описаний мы узнаем, что неопределенность – свойство самой частицы, а ее движению присуща неизбежная случайность, которая означает, что поведение частицы непредсказуемо непосредственно на квантовом уровне. Есть и такие точки зрения, согласно которым квантовая частица есть нечто непостижимое, к чему неприменимы сами понятия классического положения и классического импульса. Ни один из этих подходов мне не нравится. Первый может ввести в заблуждение, второй заведомо неправилен, а третий излишне пессимистичен.

О чем в действительности говорит нам описание в терминах волновых функций? Прежде всего напомним наше определение импульсного состояния. Это тот случай, когда импульс известен точно. Кривая ψ имеет вид винтовой линии, всюду остающейся на одном и том же расстоянии от своей оси. И поэтому в любой точке амплитуды различных положений имеют равные квадраты модулей. Таким образом, если производится измерение положения, то вероятность найти частицу в какой-нибудь одной точке такая же, как вероятность найти ее в любой другой точке. Действительно, положение частицы оказывается полностью неопределенным! А как обстоит дело с конфигурационным состоянием? В этом случае ψ-кривая представляет собой дельта-функцию Дирака. Частица точно локализована в том месте, где находится пик дельта-функции, во всех остальных точках амплитуды равны нулю. Импульсные амплитуды лучше всего определять, перейдя в импульсное пространство. В этом случае их ψ-кривые имеют вид винтовых линий, так что амплитуды различных импульсов все имеют равные квадраты модулей. Результат измерения импульса частицы становится теперь совершенно неопределенным!

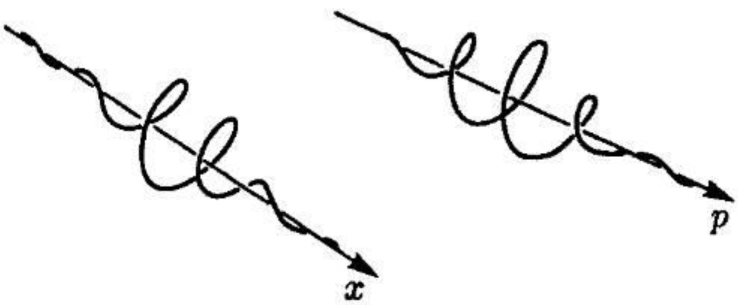


Рис. 6.14. Волновые пакеты, локализованные как в конфигурационном пространстве, так и в импульсном пространстве

Интересно рассмотреть промежуточный случай, когда координаты и импульсы отчасти ограничены, но только лишь в той степени, которая разрешена соотношением неопределенности Гейзенберга. Кривая ψ и соответствующая ей кривая $\underline{\psi}$ (являющиеся Фурье-преобразованиями друг друга) для такого случая изображены на рис. 6.14. Обратите внимание на то, что расстояние от каждой из кривых до оси существенно отлично от нуля лишь в весьма малой области. Вдали от этой области кривые очень плотно прижимаются к оси. Это означает, что квадраты модуля заметно отличны от нуля только в очень ограниченной области как в конфигурационном пространстве, так и в импульсном пространстве. В этом случае частица может быть локализована в пространстве, хотя соответствующий пик имеет некоторую ширину; аналогичным образом, импульс также достаточно хорошо определен, поэтому частица движется с достаточно хорошо определенной скоростью, а расплывание пика, характеризующего ее положение в пространстве, происходит не слишком быстро. Такое квантовое состояние принято называть волновым пакетом; обычно волновой пакет считается лучшим квантовотеоретическим приближением к классической частице. Однако из-за «размазанности» в значении импульса (т.е. скорости) следует, что волновой пакет со временем расплывается. И чем более он локализован в начальный момент времени в пространстве, тем быстрее он расплывается.

§6.8. Эволюционные процедуры U и R

В приведенном выше описании временнóй эволюции волнового пакета неявно содержится уравнение Шрёдингера, которое говорит нам о том, как именно эволюционирует во времени волновой пакет. Действительно, уравнение Шрёдингера гласит, что каждая компонента разложения ψ по импульсным состояниям («чистым тонам») двигается со скоростью, равной величине c^2, деленной на скорость классической частицы, имеющей импульс данной компоненты. На самом деле, уравнение Шрёдингера математически сформулировано гораздо более лаконично. Мы обратимся к его точной записи несколько позднее. Оно по форме несколько напоминает уравнения Гамильтона или Максвелла (будучи тесно связано с обоими) и так же, как и эти уравнения, дает полностью детерминистскую эволюцию волновой функции, если волновая функция задана в какой-либо один момент времени (см. с. 234)[103]!

Полагая, что ψ описывает мир в его «реальности», мы не обнаружим никакого индетерминизма, который, как предполагают некоторые, внутренне присущ квантовой теории, – не обнаружим, пока волновая функция ψ удовлетворяет детерминистской эволюции Шрёдингера. Будем называть это эволюционной U-процедурой. Однако всякий раз, когда мы «производим измерения», увеличивая квантовые эффекты до классического уровня, мы изменяем правила. Теперь вместо U мы используем совершенно другую процедуру, которую я обозначу R. Она состоит в образовании квадратов модулей квантовых амплитуд для получения классических вероятностей![104] Именно эта и только эта R-процедура привносит неопределенности и вероятности в квантовую теорию.

Детерминистская U-процедура, по-видимому, является неотъемлемой частью той квантовой теории, на которой в основном сосредоточены помыслы активно работающих физиков; что же касается философов, то их больше интересует недетерминистская редукция R вектора состояния (или, как ее иногда называют более выразительно, коллапс волновой функции). Рассматриваем ли мы R просто как изменение «знания», которым мы располагаем о системе, или (как это делаю я) воспринимаем R как нечто «реальное», у нас имеется два совершенно различных математических подхода к описанию изменения во времени вектора состояния физической системы. В то время как U-процесс вполне детерминистский, R имеет вероятностный характер. U удовлетворяет комплексной квантовой суперпозиции состояний, а R грубо нарушает ее; U действует непрерывным образом, а R вопиющим образом разрывен. Исходя из стандартных процедур квантовой механики невозможно сделать заключение, что R-процесс может быть «выведен», как сложный случай U-процесса. R – это просто другая, отличная от U процедура, дающая вторую «половину» интерпретации квантового формализма. Весь индетерми-

[103] **В.Э.:** §6.20 ниже в этом томе.

[104] Эти две эволюционные процедуры были описаны в классическом труде выдающегося американского математика венгерского происхождения Джона (Яноша) фон Неймана [1955]. Его «процесс 1» – то, что я назвал R-процедурой – «редукцией вектора состояния», а его «процесс 2» – то, что я назвал U-процедурой – «унитарной эволюцией» (унитарность означает, что амплитуды вероятности в ходе эволюции сохраняются). На самом деле существуют и другие (хотя и эквивалентные) описания эволюции U квантового состояния, в которых не используется термин «уравнение Шрёдингера». Например, в «картине Гейзенберга» состояние описывается таким образом, что кажется, будто оно вообще не эволюционирует; динамическая эволюция понимается как непрерывный сдвиг смысла координат положения/импульса. Разные отличия этих картин для нас сейчас несущественны, так как описания процесса U полностью эквивалентны.

низм квантовой теории происходит из R, а не из U. Но для изумительного согласия квантовой теории с наблюдательными фактами необходимы оба процесса: и U, и R.

Обратимся снова к волновой функции ψ. Предположим, что ψ описывает импульсное состояние. До тех пор, пока частица не взаимодействует с чем-нибудь, ψ благополучно остается импульсным состоянием до скончания времен. (Именно это говорит нам уравнение Шрёдингера.) В любой момент времени, который мы выберем для «измерения импульса», мы получим один и тот же определенный ответ. Вероятностям здесь просто нет места. Предсказуемость остается здесь такой же четкой, как и в классической теории. Предположим, однако, что на некоторой стадии мы возьмемся измерить (т.е. увеличить до классического уровня) положение частицы. В этом случае мы получим целый массив амплитуд вероятности, модули которых нам предстоит возводить в квадрат. Имея такое изобилие вероятностей, мы столкнемся с полной неопределенностью в отношении того, каким будет результат измерения. Эта неопределенность согласуется с принципом неопределенности Гейзенберга.

С другой стороны, предположим, что мы начинаем с ψ, описывающей некоторое состояние частицы в конфигурационном пространстве. В этом случае согласно уравнению Шрёдингера ψ не останется в том же состоянии, а будет быстро расплываться. Тем не менее уравнение Шрёдингера полностью определяет, как происходит такое расплывание функции ψ. В ее поведении нет ничего недетерминистского или вероятностного. В принципе можно было бы предложить эксперименты, которые мы могли бы выполнить, чтобы проверить этот факт. (Подробнее об этом см. ниже.) Но если мы вдруг захотим измерить импульс, то получим амплитуды для всех различных возможных значений импульса, имеющие равные квадраты модулей, а результат эксперимента будет полностью неопределен – опять в полном соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга.

Аналогичным образом, если исходить из ψ как волнового пакета, то его будущая эволюция полностью определяется уравнением Шрёдингера, и в принципе можно было бы предложить эксперименты, позволяющие проверить этот факт. Но как только мы вознамеримся произвести измерение над частицей каким-либо другим способом, например, измерить положение или импульс частицы, то мы сразу обнаружим, что неопределенности появляются снова (в соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга) с вероятностями, задаваемыми квадратами модулей амплитуд.

Всё это, несомненно, очень странно и таинственно. Но не означает, что мир непознаваем. В нарисованной мной картине мира многое подчиняется очень ясным и точным законам. Однако пока не существует ясного указания относительно того, когда следует прибегать к вероятностному правилу R вместо детерминистского правила U. Какой смысл следует вкладывать в выражение «выполнить измерение»? Почему (и когда) квадраты модулей амплитуд «становятся вероятностями»? Можно ли квантово-механически понять «классический уровень»? Это – глубокие и трудные вопросы, рассмотрением которых мы и займемся в следующей главе.

§6.9. Одна частица – сразу в двух местах?

В приведенном выше описании я избрал гораздо более «реалистическую» точку зрения на волновую функцию, чем та, которая обычно принята среди квантовых физиков. Я придерживаюсь точки зрения, согласно которой «объективно реальное» состояние отдельной частицы действительно описывается ее волновой функцией ψ. Многие, видимо, находят такую позицию слишком трудной для того, чтобы ее можно было всерьез воспринимать. Одна из причин такого отношения, по-видимому, состоит в том, что эта позиция включает в себя представление об отдельных частицах как объектах, обладающих некоторой пространственной протяженностью, а не сосредоточенных в дискретных точках. Особую остроту эта ситуация приобретает для импульсного состояния, так как функция ψ распределена по всему пространству. Вместо того, чтобы представить себе частицу распределенной по всему пространству, люди предпочитают думать о ее положении как о «полностью неопределенном», так что всё, что можно сказать о положении частицы, сводится к утверждению о том, что частица может находиться в каком-нибудь месте с такой же вероятностью, как и в любом другом. Однако мы видели, что волновая функция дает не только распределение вероятности различных положений, но и распределение амплитуд для различных положений. Если мы знаем распределение амплитуд (т.е. функцию ψ), то (из уравнения Шрёдингера) мы также точно знаем, каким образом состояние частицы будет эволюционировать во времени. Представление о частице как об объекте, обладающем «пространственной протяженностью», необходимо нам для того, чтобы «движение» частицы (т.е. эволюция волновой функции ψ во времени) было определено таким образом. И если мы примем такое представление о частице, то движение ее станет точно определенным. «Вероятностная точка зрения» на ψ была бы уместной, если бы мы выполнили над частицей измерение ее положения, а $\psi(x)$ использовали бы далее только в форме квадрата ее модуля $|\psi(x)|^2$.

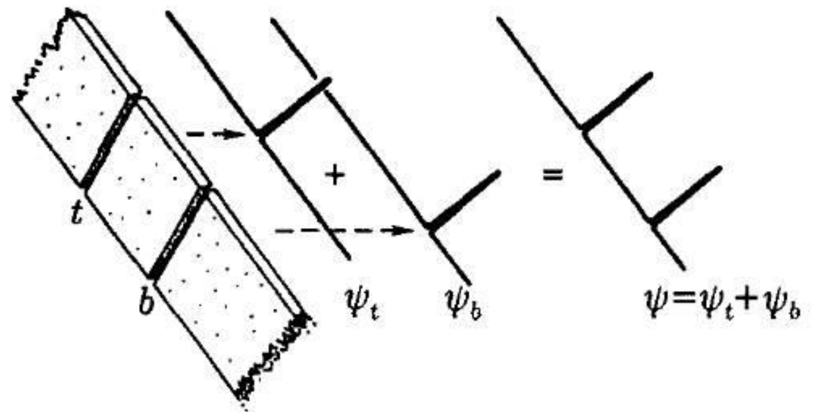


Рис. 6.15. Так как волновая функция фотона возникает от пары щелей, она имеет пики сразу в двух местах

Похоже, что мы действительно должны согласиться с представлением о частице, как распределенной по обширным областям пространства и пребывающей в состоянии пространственной протяженности, пока не будет произведено следующее измерение ее положения. Даже будучи локализованной в конфигурационном пространстве, частица начинает в следующий момент времени обретать пространственную протяженность. Что касается импульсного состояния, то его, по-видимому, очень трудно принять в качестве «реальной» картины существования частицы, но еще труднее принять в качестве «реального» состояния с двумя пиками, которое имеет место, когда частица проходит через две щели (рис. 6.15). В вертикальном направлении форма волновой функции ψ имела бы два острых пика – по одному на каждой из щелей, являясь суммой[105] волновой функции ψ_t, имеющей пик на верхней щели, и волновой функции ψ_b, имеющей пик на нижней щели:

$$\psi(x) = \psi_t(x) + \psi_b(x).$$

Если мы примем волновую функцию ψ как «реально» представляющую состояния частицы, то нам придется признать, что частица в самом деле находится в двух местах одновременно! С этой точки зрения частица реально прошла сразу через две щели.

Стандартное возражение против утверждения о том, что частица реально «проходит сразу через две щели» сводится к следующему: если мы выполним измерение на щелях, чтобы определить, через какую из них прошла частица, то всегда обнаружим, что частица целиком проходит либо через одну, либо через другую щель. Но так происходит потому, что мы производим измерение положения частицы, поэтому ψ в этом случае дает только распределение вероятности $|\psi|^2$ для положения частицы – в соответствии с процедурой, основанной на вычислении квадрата модуля, и мы находим частицу либо в одном, либо в другом месте. Но существуют и другие типы измерений, которые можно производить на щелях, и эти измерения отличны от измерения положения. Для таких измерений нам необходимо было бы знать волновую функцию ψ с двумя пиками, а не только $|\psi|^2$, для различных положений x. При помощи таких измерений мы могли бы отличить состояние с двумя пиками

$$\psi = \psi_t + \psi_b,$$

приведенное выше, от других состояний с двумя пиками, таких, как

$$\psi_t - \psi_b$$

или

$$\psi_t + i\psi_b$$

---

[105] В более обычном квантовомеханическом описании эту сумму следовало бы разделить на нормирующий множитель, равный $\sqrt{2}$, т.е. взять сумму $(\psi_t + \psi_b)/\sqrt{2}$, но усложнять таким образом описание сейчас нет необходимости.

(кривые ψ для каждого из этих различных случаев представлены на рис. 6.16). Так как измерения, различающие эти возможности, действительно существуют, они должны исчерпывать все различные возможные «реальные» способы существования фотона!

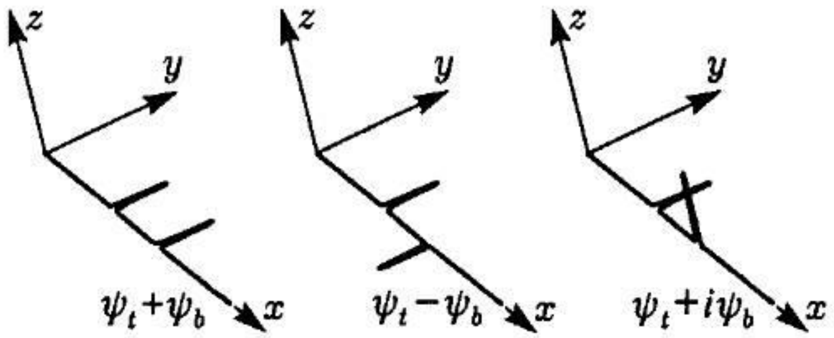


Рис. 6.16. Три различных способа, как можно получить волновую функцию фотона с двумя пиками

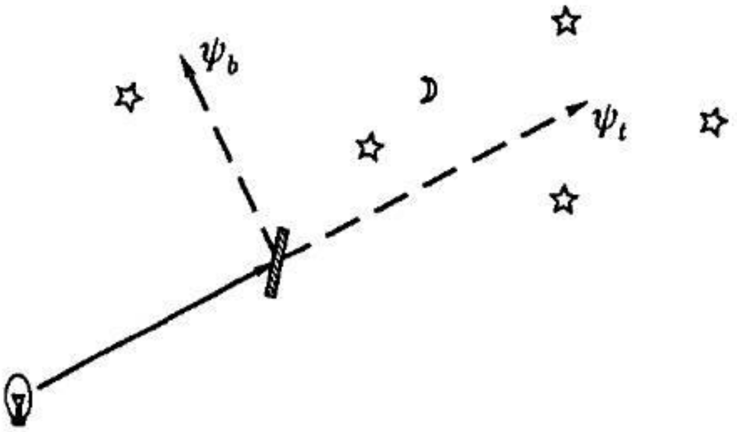


Рис. 6.17. Максимумы волновой функции с двумя пиками могут быть разнесены на расстояние в несколько световых лет. Этого можно достичь с помощью полупосеребренного зеркала

Щели не обязательно должны располагаться поблизости друг от друга для того, чтобы фотон мог пройти сквозь них одновременно. Чтобы понять, каким образом квантовая частица может находиться «в двух местах сразу» независимо от того, как далеко друг от друга расположены эти места, рассмотрим экспериментальную установку, немного отличающуюся от эксперимента с двумя щелями. Как и прежде, у нас имеется лампа, испускающая монохроматический свет, по одному фотону за раз; но вместо того, чтобы пропускать свет через две щели, отразим его от полупосеребренного зеркала, наклоненного к пучку под углом 45°. (Полупосеребренным называется зеркало, отражающее ровно половину падающего на него света, тогда как вторая половина проходит прямо сквозь зеркало.) После встречи с зеркалом волновая функция фотона разделяется на две части, одна из которых отражается в сторону, а вторая продолжает распространяться в том же направлении, в котором первоначально двигался фотон. Как и в случае фотона, возникающего из двух щелей, волновая функция имеет два пика, но теперь эти пики разнесены на большее расстояние – один пик описывает отраженный фотон, другой – фотон, прошедший сквозь зеркало (рис. 6.17). Кроме того, со временем расстояние между пиками становится всё больше и больше, увеличиваясь беспредельно. Представьте себе, что эти две части волновой функции уходят в пространство, и что мы ждем целый год. Тогда два пика волновой функции фотона окажутся на расстоянии светового года друг от друга. Каким-то образом фотон оказывается сразу в двух местах, разделенных расстоянием более чем в один световой год!

Есть ли какое-нибудь основание принимать такую картину всерьез? Разве мы не можем рассматривать фотон просто как некий объект, находящийся с вероятностью 50% в одном месте, и с вероятностью 50% – в другом! Нет, это невозможно! Независимо от того, как долго фотон находился в движении, всегда существует возможность того, что две части фотонного пучка могут быть отражены в обратном направлении и встретиться, в результате чего могут возникнуть интерференционные эффекты, которые не могли бы возникнуть из вероятностных весов двух альтернатив. Предположим, что каждая часть фотонного пучка встречает на своем пути полностью посеребренное зеркало, наклоненное под таким углом, чтобы свести обе части вместе, и что в точке встречи двух частей помещено еще одно полупосеребренное зеркало, наклоненное под таким же утлом, как и первое зеркало. Пусть на прямых, вдоль которых распространяются части фотонного пучка, расположены два фотоэлемента (рис. 6.18). Что мы обнаружим? Если бы было справедливо, что фотон следует с вероятностью 50% по одному маршруту и с вероятностью 50% – по другому, то мы обнаружили бы, что оба детектора зафиксировали бы фотон каждый с вероятностью 50%. Однако в действительности происходит нечто иное. Если два альтернативных маршрута в точности равны по длине, то с вероятностью 100% фотон попадет в детектор *A*, расположенный на прямой, вдоль которой первоначально двигался фотон, и с вероятностью 0 – в любой другой детектор *B*. Иными словами фотон с достоверностью попадет в детектор *A*! (В этом можно убедиться, используя представление в форме винтовых линий, приведенное выше для случая эксперимента с двумя щелями.)

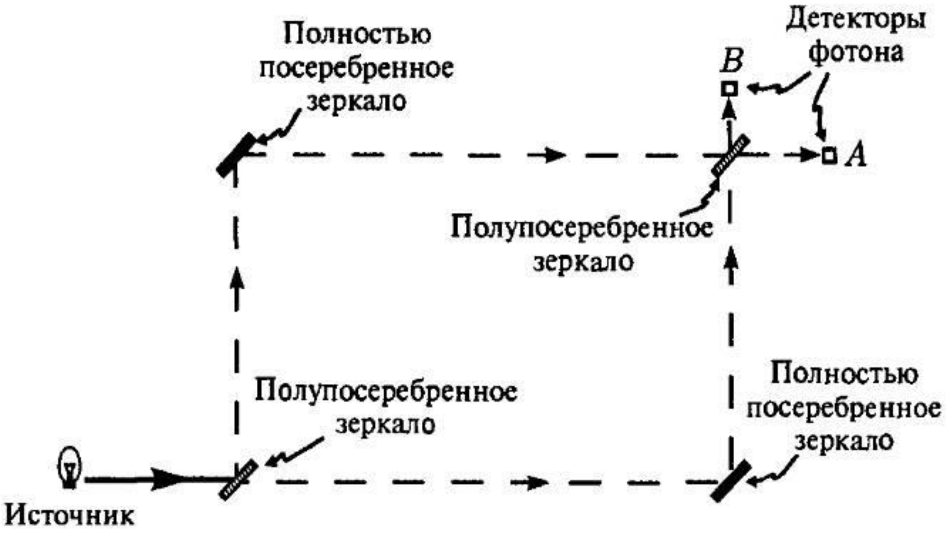


Рис. 6.18. Два пика волновой функции нельзя считать просто вероятностными весами локализации фотона в одном или другом месте. Два маршрута, избираемые фотоном, можно заставить интерферировать друг с другом

Разумеется, такой эксперимент никогда не был поставлен для расстояний порядка светового года, но сформулированный выше результат не вызывает серьезных сомнений (у физиков, придерживающихся традиционной квантовой механики!) Эксперименты такого типа в действительности выполнялись для расстояний порядка многих метров или около того, и результаты оказывались в полном согласии с квантово-механическими предсказаниями (см. Уилер [1983]). Что же теперь можно сказать о реальности существования фотона между первой и последней встречей с полуотражающим зеркалом? Напрашивается неизбежный вывод, согласно которому фотон должен в некотором смысле действительно пройти оба маршрута сразу! Ибо если бы на пути любого из двух маршрутов был помещен поглощающий экран, то вероятности попадания фотона в детектор *A* или *B* оказались бы одинаковыми! Но если открыты оба маршрута (оба одинаковой длины), то фотон может достичь только *A*. Блокировка одного из маршрутов позволяет фотону достичь детектора *B*! Если оба маршрута открыты, то фотон каким-то образом «знает», что попадание в детектор *B* не разрешается, и поэтому он вынужден следовать сразу по двум маршрутам.

Точка зрения Нильса Бора, согласно которой существованию фотона между моментами, когда производятся измерения, нельзя придать объективный «смысл», представляется мне слишком пессимистической относительно реальности состояния фотона. Квантовая механика дает нам волновую функцию для описания «реальности» положения фотона, и между полупосеребренными зеркалами волновая функция фотона как раз описывает состояние с двумя пиками, причем расстояние между пиками иногда бывает весьма значительным.

Заметим также, что утверждение «находится сразу в двух определенных местах» не полностью характеризует состояние фотона: нам необходимо отличать состояние $\psi_t + \psi_b$, например, от состояния $\psi_t - \psi_b$ (или, например, от состояния $\psi_t + i\psi_b$), где ψ_t и ψ_b теперь относятся к положениям фотона на каждом из двух маршрутов (соответственно «прошедшем» и «отраженном»!). Именно такого рода различие определяет, достигнет ли фотон с достоверностью детектора *A*, пройдя до второго полупосеребренного зеркала, либо он с достоверностью достигнет детектора *B* (или же он попадет в детекторы *A* и *B* с некоторой промежуточной вероятностью).

Эта загадочная особенность квантовой реальности, состоящая в том, что мы всерьез должны принимать во внимание, что частица может различными способами «находиться в двух местах сразу», проистекает из того, что нам приходится суммировать квантовые состояния, используя комплекснозначные веса для получения других квантовых состояний. Такого рода суперпозиция состояний является общей (и важной) особенностью квантовой механики, известной под названием квантовой линейной суперпозиции. Именно эта особенность квантовой механики позволяет нам образовывать импульсные состояния из конфигурационных состояний и конфигурационные состояния – из импульсных. В этих случаях линейная суперпозиция применяется к бесконечному массиву различных состояний, т.е. ко всем различным конфигурационным состояниям или ко всем различным импульсным состояниям. Но, как мы видели выше, квантовая линейная суперпозиция весьма озадачивает, даже если мы применяем ее всего лишь к двум состояниям. По правилам квантовой механики любые два состояния, сколь бы сильно они ни отличались друг от друга, могут сосуществовать в любой комплексной линейной суперпозиции. Более того, любой объект, состоящий из отдельных частиц, должен обладать способностью существовать в такой суперпозиции пространственно далеко разнесенных состояний и тем самым «находиться в двух местах сразу»! В этом отношении формализм квантовой механики не проводит различия между отдельными частицами и сложными системами, состоящими из многих частиц. Почему же тогда мы не наблюдаем в повседневной жизни макроскопические тела, например, крикетные шары или даже людей, находящиеся в двух совершенно различных местах? Это – глубокий вопрос, и современная квантовая теория по сути дела не дает нам удовлетворительного ответа на него. В случае объекта, сравнимого с крикетным шаром, нам необходимо рассматривать систему на «классическом уровне». Или, как принято обычно говорить, производить «наблюдение» или «измерение» над крикетным шаром. Но в этом случае в качестве вероятностей, описывающих реальные альтернативы, необходимо рассматривать квадраты модулей комплекснозначных амплитуд вероятности, входящие в наши линейные суперпозиции в виде весов. Однако при этом сразу возникает сомнение в правомерности замены подобным способом квантовой U-процедуры на R-процедуру. К этому вопросу мы еще вернемся в дальнейшем.

§6.10. Гильбертово пространство

Напомним, что в главе 5 для описания классической системы было введено понятие фазового пространства. Каждая точка фазового пространства используется для представления (классического) состояния физической системы как целого. В квантовой теории соответствующим аналогичным понятием является гильбертово пространство.[106] Одна точка гильбертова пространства представляет квантовое состояние системы как целого. Нам необходимо бросить хотя бы беглый взгляд на математическую структуру гильбертова пространства. Надеюсь, что читателя не устрашит такая перспектива. В том, что я намереваюсь сказать, нет ничего математически очень сложного, хотя некоторые идеи могут показаться непривычными.

Наиболее фундаментальное свойство гильбертова пространства заключается в том, что оно представляет собой так называемое векторное пространство, а фактически комплексное векторное пространство. Это означает, что, сложив любые два элемента гильбертова пространства, мы получим элемент, также принадлежащий этому же пространству. Кроме того, когда мы

[106] Это важное понятие бесконечномерного пространства, с которым нам уже приходилось встречаться в предыдущих главах, ввел Давид Гильберт задолго до открытия квантовой механики и для совершенно других математических целей!

производим сложение элементов гильбертова пространства, их разрешается умножать на комплекснозначные веса. Мы должны уметь делать такие операции, ибо они входят в состав только что рассмотренной квантовой линейной суперпозиции, а именно операции, ранее давшие нам фотонные состояния $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$ и т.д. По существу, всё что мы имеем в виду, используя термин «комплексное векторное пространство», сводится к разрешению образовывать взвешенные суммы указанного типа.[107]

Удобно принять систему обозначений (предложенную главным образом Дираком), согласно которой элементы гильбертова пространства называются векторами состояния и обозначаются угловыми скобками $|\psi\rangle$, $|\chi\rangle$, $|\varphi\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, $|n\rangle$, $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$, $|\rightarrow\rangle$, $|\nearrow\rangle$ и т.д. Теперь эти символы обозначают квантовые состояния. Операцию сложения двух векторов состояния мы записываем в виде

$$|\psi\rangle + |\chi\rangle$$

или с комплексными весами w и z

$$w|\psi\rangle + z|\chi\rangle$$

где $w|\psi\rangle$ означает $w \times |\psi\rangle$ и т.д. Соответствующим образом мы можем записать приведенные выше комбинации $\psi_t + \psi_b$, $\psi_t - \psi_b$, $\psi_t + i\psi_b$ в виде $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$ и т.д. Мы можем также просто умножить одно состояние $|\psi\rangle$ на комплексное число w и получить

$$w|\psi\rangle$$

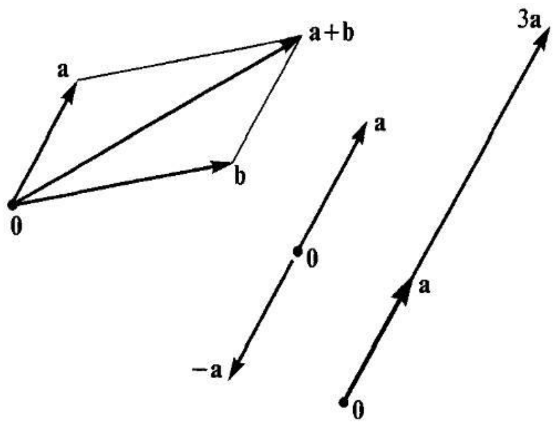


Рис. 6.19. Сложение и умножение на скаляры векторов в гильбертовом пространстве можно наглядно представить как соответствующие операции для векторов в обычном пространстве

(в действительности это – частный случай приведенной выше комбинации состояний с комплексными весами при $z = 0$).

Напомним, что нам разрешается рассматривать комбинации с комплекснозначными весами w и z и в том случае, когда w и z – не являются амплитудами вероятности, а лишь им пропорциональны. Соответственно, мы принимаем правило, согласно которому весь вектор состояния можно умножить на отличное от нуля комплексное число, и физическое состояние от этого не изменится. (В результате такого умножения изменились бы значения весов w и z, но отношение $w : z$ осталось бы неизменным.) Каждый из векторов

$$|\psi\rangle,\ 2|\psi\rangle,\ -|\psi\rangle,\ i|\psi\rangle,\ \sqrt{2}|\psi\rangle,\ \pi|\psi\rangle,\ (\lambda-3i)|\psi\rangle \text{ и т.д.}$$

представляет одно и то же физическое состояние, как и любой вектор $z|\psi\rangle$, где $z \neq 0$. Единственный элемент гильбертова пространства, не допускающий интерпретацию как физическое состояние, есть нулевой вектор 0 (начало координат гильбертова пространства).

Чтобы получить некоторое геометрическое представление этой картины, рассмотрим сначала более привычное понятие «вещественного» вектора. Такой вектор принято изображать просто как стрелку, проведенную на плоскости или в трехмерном пространстве. Сложение двух таких векторов производится по правилу параллелограмма (рис. 6.19). Операция умножения вектора на положительное (вещественное) число сводится в таком представлении просто к умножению длины рассматриваемой стрелки на заданное число (направление стрелки при этом

[107] Для полноты следовало бы также привести все требуемые алгебраические правила, записанные в используемых в тексте обозначениях (Дирака),

$$|\psi\rangle + |\chi\rangle = |\chi\rangle + |\psi\rangle,$$
$$|\psi\rangle + (|\chi\rangle + |\varphi\rangle) = (|\psi\rangle + |\chi\rangle) + |\varphi\rangle,$$
$$(z + w)|\psi\rangle = z|\psi\rangle + w|\psi\rangle,$$
$$z(|\psi\rangle + |\chi\rangle) = z|\psi\rangle + z|\chi\rangle,$$
$$z(w|\psi\rangle) = (zw)|\psi\rangle,$$

$$1|\psi\rangle = |\psi\rangle,$$
$$|\psi\rangle + 0 = |\psi\rangle,$$
$$0|\psi\rangle = 0 \quad \text{и} \quad z0 = 0.$$

остается неизменным). Если же мы умножаем стрелку на отрицательное число, то направление стрелки изменяется на противоположное. Если число, на которое требуется умножить стрелку, равно 0, то мы получаем нулевой вектор 0, который не имеет направления. (Вектор 0 представлен «нулевой стрелкой», имеющей нулевую длину.) Одним из примеров векторной величины может служить сила, действующая на частицу. Другими примерами могут служить классические скорости, ускорения и импульсы. Существуют также 4-векторы импульса, которые мы рассматривали в конце предыдущей главы. Это – векторы не в двумерном и не в трехмерном пространстве, а в четырехмерном. Но для гильбертова пространства нам понадобятся векторы с гораздо бóльшим числом измерений (в действительности, часто даже бесконечномерные, но для нас это обстоятельство сейчас несущественно). Напомним, что мы всегда использовали стрелки, чтобы изобразить векторы в классическом фазовом пространстве, которое могло иметь очень высокую размерность. Говоря об «измерениях» фазового пространства, как и об «измерениях» гильбертова пространства, мы не имеем в виду обычные пространственные направления. Отнюдь! Каждое измерение гильбертова пространства соответствует одному из различных независимых физических состояний квантовой системы.

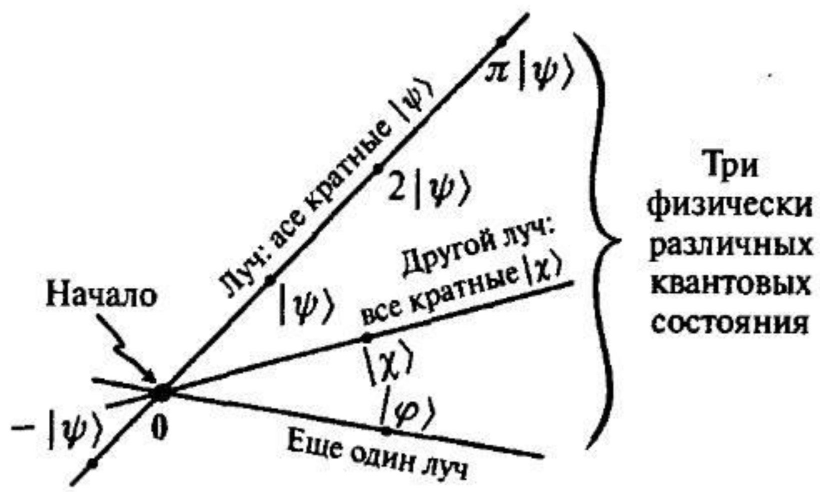


Рис. 6.20. Физические квантовые состояния описываются лучами в гильбертовом пространстве

Вследствие эквивалентности между $|\psi\rangle$ и $z|\psi\rangle$, физическое состояние в действительности соответствует целой <u>прямой, проходящей через начало координат 0</u>, (или <u>лучу</u>) в гильбертовом пространстве (описываемом всеми кратными некоторого вектора), а не просто каким-то конкретным вектором, лежащим на этой прямой. Луч состоит из всех возможных кратных некоторого конкретного вектора состояния $|\psi\rangle$. (Следует иметь в виду, что речь идет о <u>комплексных</u> кратных, поэтому прямая в действительности представляет собой <u>комплексную</u> прямую, но об этом пока лучше не беспокоиться!) (См. рис. 6.20.) Скоро пред нами предстанет весьма изящная картина такого пространства лучей для случая <u>двумерного</u> гильбертова пространства. Другой предельный случай – бесконечномерное гильбертово пространство. Бесконечномерное гильбертово пространство возникает даже в простой ситуации локализации одной частицы. Тогда для каждого возможного положения, которое могла бы занимать частица, существует целое измерение! Каждое положение частицы определяет в гильбертовом пространстве целую «координатную ось», поэтому с учетом бесконечно многих различных положений частицы мы имеем бесконечно много различных независимых направлений (или «измерений») в гильбертовом пространстве. Импульсные состояния также могут быть представлены <u>в том же самом</u> гильбертовом пространстве. Поскольку импульсные состояния представимы в виде комбинаций конфигурационных состояний, то они соответствуют осям, идущим «по диагонали» – наклоненным относительно осей в конфигурационном пространстве. Совокупность всех импульсных состояний дает нам новую систему осей, и переход от осей конфигурационного пространства состояний к осям импульсного пространства состояний сводится к <u>повороту</u> в гильбертовом пространстве.

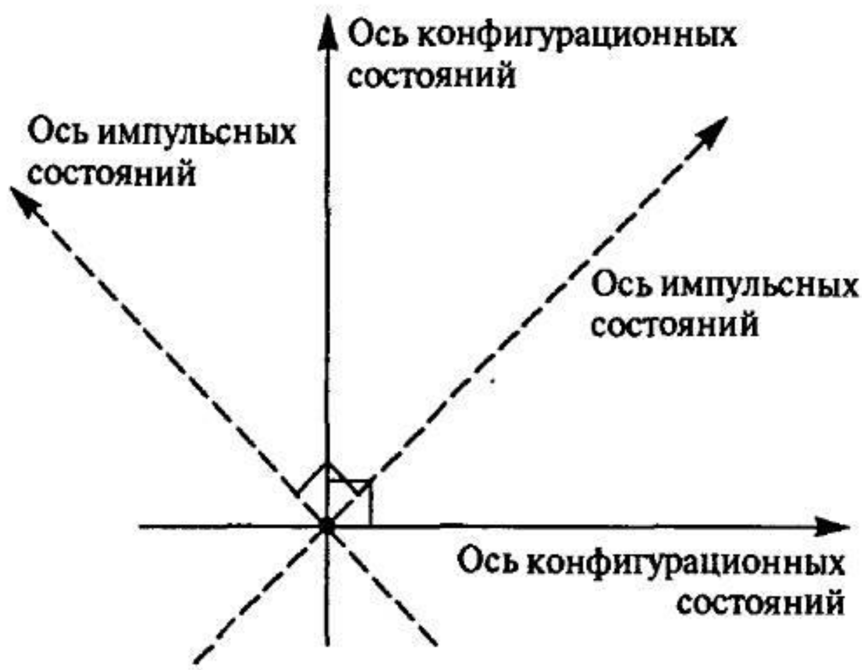


Рис. 6.21. Конфигурационные состояния и импульсные состояния приводят к различному выбору ортогональных осей в одном и том же гильбертовом пространстве

Не следует пытаться наглядно представить себе это сколько-нибудь точно. Такая попытка была бы неразумной! Однако некоторые идеи, почерпнутые из обычной евклидовой геометрии, могут оказаться очень полезными. В частности, рассматриваемые нами оси (либо все оси в конфигурационном пространстве состояний, либо все оси в импульсном пространстве состояний) следует считать взаимно ортогональными, т.е. расположенными под «прямыми» углами друг к другу. «Ортогональность» лучей – понятие, важное для квантовой механики. Ортогональные лучи соответствуют состояниям, которые независимы друг от друга. Различные возможные конфигурационные состояния частицы все взаимноортогональны, как и все различные возможные импульсные состояния. Но конфигурационные состояния не ортогональны импульсным состояниям. Весьма схематично эта ситуация представлена на рис. 6.21.

§6.11. Измерения

Общее правило R для измерения (или наблюдения) требует, чтобы различные состояния квантовой системы, которые могут быть одновременно увеличены до классического уровня (на котором система должна выбрать одно из них), всегда должны быть взаимно ортогональны. Набор альтернатив, отобранный в результате полного измерения, образует систему ортогональных базисных векторов. Это означает, что каждый вектор в гильбертовом пространстве может быть (единственным образом) представлен в виде линейной комбинации этих векторов. Для измерения положения, произведенного над системой, состоящей из одной частицы, такие базисные векторы определяют те самые оси в конфигурационном пространстве состояний, о которых мы уже упоминали. Для измерения импульса это был бы другой набор, определяющий оси в импульсном пространстве состояний. Для полного измерения любого другого рода этот набор также был бы другим. После измерения состояние системы скачком переходит на одну из осей набора, соответствующего данному измерению, причем выбор оси происходит чисто случайным образом. Не существует динамического закона, который сказал бы нам, какая из осей будет выбрана природой. Ее выбор случаен, а значения вероятности определяются квадратами модулей амплитуд вероятности.

Предположим, что над системой, состояние которой $|\psi\rangle$, произведено некоторое полное измерение, причем базисом для выбранного измерения служит набор

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \ldots .$$

Так как эти состояния образуют полный набор, то любой вектор состояния и, в частности, $|\psi\rangle$ можно представить в виде их линейной комбинации[108]

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle + z_1|1\rangle + z_2|2\rangle + z_3|3\rangle + \ldots .$$

Геометрически коэффициенты z_0, z_1, z_2, ... являются величинами ортогональных проекций вектора $|\psi\rangle$ на различные оси $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, ... (Рис.6.22).

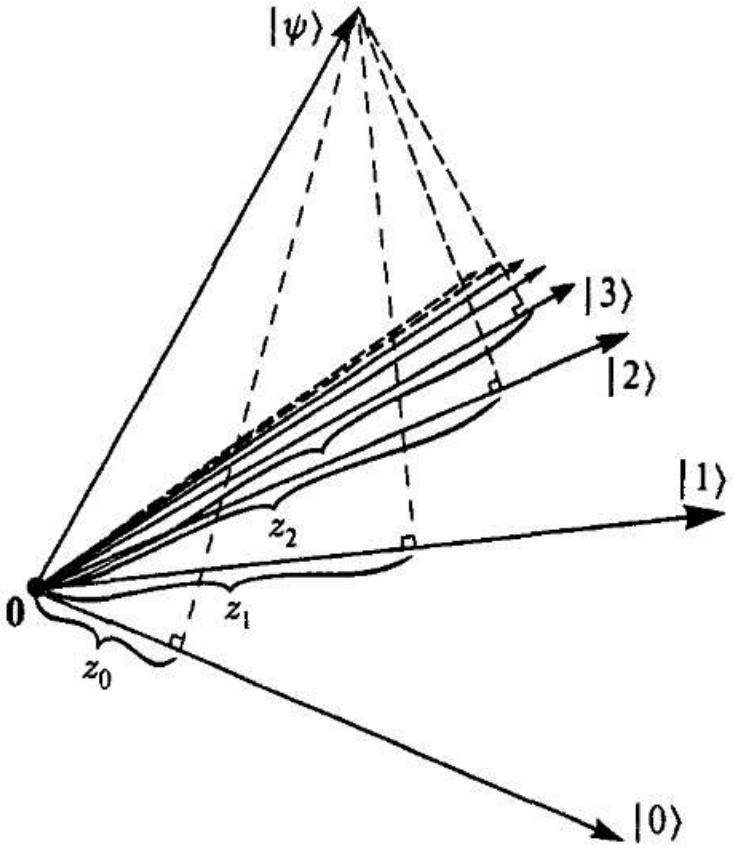


Рис. 6.22. Величины ортогональных проекций состояния $|\psi\rangle$ на оси $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, ... дают требуемые амплитуды z_0, z_1, z_2, ...

Сразу возникает желание истолковать комплексные числа z_0, z_1, z_2, ... как искомые амплитуды вероятности, квадраты модулей которых давали бы различные вероятности того, что после измерения наша система будет находиться, соответственно, в состояниях $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, $|3\rangle$, ... Однако этого еще нельзя сделать, пока не определена «шкала» различных базисных векторов $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, ... Для этого мы должны оговорить, что в некотором смысле эти векторы являются единичными (т.е. имеют единичную длину), и, таким образом, они образуют так называемый ортонормированный базис (элементы которого попарно ортогональны и нормированы на единицу)[109]. Если вектор $|\psi\rangle$ также нормирован на единицу, то искомые амплитуды действи-

[108] Не исключается также и случай, когда эта комбинация представляет собой бесконечную сумму векторов. Полное определение гильбертова пространства (которое, на мой взгляд, слишком формально для того, чтобы здесь вдаваться в его подробности) включает в себя правила, позволяющие оперировать с такими бесконечными суммами.

[109] (*6) Существует важная операция, называемая скалярным произведением (или внутренним произведением) двух векторов, которая может быть использована для того, чтобы очень просто выразить такие понятия, как «единичный вектор», «ортогональность» и «амплитуда вероятности». (В обычной векторной алгебре скалярное произведение равно $ab \cos\theta$, где a и b – длины векторов, а θ – угол между их направлениями.) Скалярное произведение векторов из гильбертова пространства дает комплексное число. Скалярное произведение двух векторов состояния $|\psi\rangle$ и $|\chi\rangle$ записывается в виде $\langle\psi|\chi\rangle$. Для него справедливы алгебраические правила $\langle\psi|(|\chi\rangle + |\varphi\rangle) = \langle\psi|\chi\rangle + \langle\psi|\varphi\rangle$, $\langle\psi|(q|\chi\rangle) = q\langle\psi|\chi\rangle$ и $\langle\psi|\chi\rangle = \underline{\langle\chi|\psi\rangle}$, где черта сверху (*у меня снизу – В.Э.*) означает комплексное сопряжение. (Числом, комплексно сопряженным с $z = x + \mathrm{i}y$, называется $\underline{z} = x - \mathrm{i}y$, где x и y – действительные числа; обратите внимание на то, что $|z|^2 = z\underline{z}$.) Ортогональность

тельно станут коэффициентами z_0, z_1, z_2, ... вектора $|\psi\rangle$, а вероятности, которые требуется найти, будут равны $|z_0|^2$, $|z_1|^2$, $|z_2|^2$, ... Если $|\psi\rangle$ – не единичный вектор, то приведенные выше числа пропорциональны, соответственно, искомым амплитудам и вероятностям. Действительные амплитуды будут равны

$$\frac{z_0}{|\psi|}, \frac{z_1}{|\psi|}, \frac{z_2}{|\psi|}, \ldots \quad \text{и т. д.,}$$

где $|\psi|$ – «длина» вектора состояния $|\psi\rangle$. Эта «длина» – положительное действительное число, определенное для каждого вектора состояния (0 имеет нулевую длину), и $|\psi| = 1$, если $|\psi\rangle$ – единичный вектор.

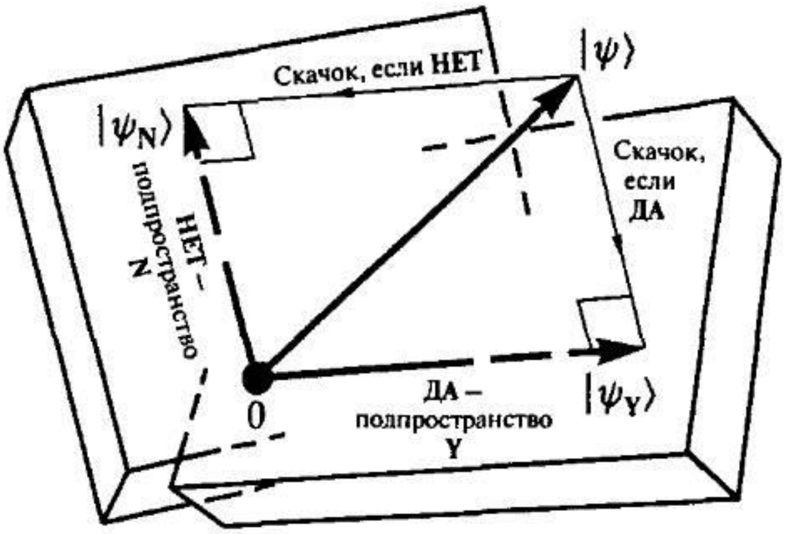


Рис. 6.23. Редукция вектора-состояния. Измерение может быть описано в терминах пары подпространств **Y** и **N**, каждое из которых является ортогональным дополнением другого. После измерения состояние $|\psi\rangle$ скачком переходит в свою проекцию на одно из этих подпространств с вероятностью, задаваемой множителем, показывающим, во сколько раз квадрат длины вектора состояния уменьшается при переходе к проекции

Полное измерение представляет собой весьма идеализированный тип измерения. Например, полное измерение положения частицы потребовало бы от нас способности локализовать частицу с бесконечной точностью, где бы во вселенной она ни находилась! К более элементарному типу измерения относится такое измерение, когда мы просто задаем вопрос типа «да или нет», например, такой: «Расположена ли частица справа (или слева) от некоторой прямой?» или «Лежит ли импульс частицы в некотором интервале?» и т.д. Измерения типа «да или нет» в действительности представляют собой наиболее фундаментальный тип измерения. (Например, используя только лишь измерения типа «да или нет», можно сколь угодно близко подойти к точному значению положения или импульса частицы.) Предположим, что результатом измерения типа «да или нет» оказывается ДА. Тогда вектор состояния должен находиться в области «ДА» гильбертова пространства, которую я обозначу Y.[110] С другой стороны, если результатом измерения типа «да или нет» оказывается НЕТ, то вектор состояния должен находиться в области «НЕТ» гильбертова пространства, которую я обозначу N.[111] Области Y и N полностью ортогональны друг другу в том смысле, что любой вектор состояния из области Y

векторов состояния $|\psi\rangle$ и $|\chi\rangle$ записывается в виде соотношения $\langle\psi|\chi\rangle = 0$. Квадрат длины вектора состояния $|\psi\rangle$ есть величина $|\psi|^2 = \langle\psi|\underline{\psi}\rangle$, поэтому условие нормировки $|\psi\rangle$ к единичному вектору представимо в виде $\langle\psi|\underline{\psi}\rangle = 1$. Если «акт измерения» вызывает скачкообразный переход состояния $|\psi\rangle$ либо в состояние $|\chi\rangle$, либо во что-то, ортогональное $|\chi\rangle$, то амплитуда этого скачкообразного перехода в состояние $|\chi\rangle$ равна $\langle\chi|\psi\rangle$ в предположении, что $|\psi\rangle$ и $|\chi\rangle$ нормированы. Без нормировки вероятность скачкообразного перехода из $|\psi\rangle$ в $|\chi\rangle$ можно представить в виде $\langle\chi|\psi\rangle\langle\psi|\chi\rangle/\langle\chi|\chi\rangle\langle\psi|\psi\rangle$ (См. Дирак [1947].)

[110] От английского *yes* – «да». – *Прим. ред.*

[111] От английского *no* – «нет». – *Прим. ред.*

должен быть ортогонален любому вектору состояния из области N (и наоборот). Кроме того, любой вектор состояния $|\psi\rangle$ может быть (единственным образом) представлен в виде суммы векторов, принадлежащих каждой из областей Y и N. Если воспользоваться математической терминологией, то можно сказать, что области Y и N являются ортогональными дополнениями друг друга. Таким образом, $|\psi\rangle$ однозначно представим в виде

$$|\psi\rangle = |\psi_Y\rangle + |\psi_N\rangle,$$

где $|\psi_Y\rangle$ принадлежит Y, $|\psi_N\rangle$ принадлежит N. Здесь $|\psi_Y\rangle$ означает ортогональную проекцию состояния $|\psi\rangle$ на Y, а $|\psi_N\rangle$ – ортогональную проекцию состояния $|\psi\rangle$ на N (рис. 6.23).

Если результат измерения есть ДА, то $|\psi\rangle$ скачком переходит в $|\psi_Y\rangle$, а если результат есть НЕТ, то в $|\psi_N\rangle$. Если вектор состояния $|\psi\rangle$ нормирован, то соответствующие вероятности того и другого исхода равны квадратам длин

$$|\psi_Y|^2 \text{ и } |\psi_N|^2$$

состояний-проекций. Если же вектор $|\psi\rangle$ не нормирован, то каждый из этих квадратов необходимо разделить на $|\psi|^2$. (По «теореме Пифагора» $|\psi|^2 = |\psi_Y|^2 + |\psi_N|^2$, т.е. сумма вероятностей, как и должно быть, равна единице!) Заметим, что вероятность скачкообразного перехода состояния $|\psi\rangle$ в состояние $|\psi_Y|^2$ определяется отношением, показывающим, во сколько раз квадрат длины вектора $|\psi\rangle$ уменьшается при таком проецировании.

В заключение необходимо сделать одно замечание относительно таких «актов измерения», которые можно производить над квантовой системой. Из самих основ квантовой теории следует, что для любого состояния, скажем, для $|\chi\rangle$, существует измерение типа «да или нет»[112], результатом которого будет ДА, если измеряемое состояние пропорционально $|\chi\rangle$, и НЕТ, если оно ортогонально $|\chi\rangle$. Таким образом, введенная выше область Y могла бы состоять из всех состояний, кратных любому выбранному состоянию $|\chi\rangle$. Из этого утверждения, по-видимому, следует весьма сильное заключение о том, что векторы состояния должны быть объективно реальными. Каким бы ни было состояние физической системы (давайте назовем его $|\chi\rangle$), существует в принципе выполнимое измерение, для которого $|\chi\rangle$ – единственное (с точностью до пропорциональности) состояние, с достоверностью приводящее к результату ДА. Может оказаться, что для некоторых состояний $|\chi\rangle$ выполнить такое измерение будет чрезвычайно трудно, а порою практически «невозможно». Но тот факт, что согласно теории существует принципиальная возможность такого измерения, приведет позднее в этой главе к некоторым поразительным следствиям.

§6.12. Спин и сфера Римана состояний

Величину, которую в квантовой механике принято называть «спином», иногда считают самой «квантовомеханической» из всех физических величин, поэтому мы поступим разумно, уделив ей некоторое внимание. Что такое спин? По существу, спин – это мера, характеризующая вращение частицы. Термин «спин»[113] действительно наводит на мысль о чем-то, напоминающем вращение крикетного шара или бейсбольного мяча. Вспомним понятие углового момента, который, подобно энергии и импульсу, является сохраняющейся величиной (см. главу 5, с. 140[114], а также с. 191[115]). Угловой момент тела остается постоянным во времени до тех пор, пока движение тела не возмущает трение или какие-нибудь другие силы. Он и есть то, чем на самом деле является квантовомеханический спин, но сейчас нас интересует «вращение» отдельной частицы самой по себе, а не обращение по орбитам мириад частиц вокруг общего центра масс (как это было бы в случае крикетного шара). Замечательный физический факт состоит в том, что большинство частиц, обнаруживаемых в Природе, действительно совершают «вращение» в только что указанном смысле, причем каждая частица обладает спином, величина которого

---

[112] Для тех, кто знаком с операторным формализмом квантовой механики, это измерение (в обозначениях Дирака) определяется ограниченным эрмитовым оператором $|\chi\rangle\langle\chi|$. Собственное значение 1 (для нормированного $|\chi\rangle$) означает ДА, а собственное значение 0 – НЕТ. (Векторы $\langle\chi|$, $\langle\psi|$ и т.д. принадлежат гильбертову пространству, дуальному к исходному.) См. фон Нейман [1955], Дирак [1947].

[113] От английского *spin* – «вращение». – *Прим. ред.*

[114] **В.Э.:** Это §5.3 выше в этом томе.

[115] **В.Э.:** Это §6.3 выше в этом томе.

специфична только для нее.[116] Но, как мы увидим дальше, спин отдельной квантовомеханической частицы обладает некоторыми весьма экстравагантными свойствами, – совсем не теми, которые мы могли бы ожидать, исходя из своего опыта обращения с закрученным крикетными шарами.

Прежде всего, для частиц определенного типа величина спина всегда одна и та же. Изменяться (причем очень странным образом, о чем мы вскоре узнаем) может только направление спина. Это резко контрастирует с крикетным шаром, который может быть закручен всеми возможными способами как угодно сильно или слабо в зависимости от того, как он был запущен! Для электрона, протона или нейтрона величина спина всегда равна $\hbar/2$, т.е. ровно половине наименьшего положительного значения, которое по Бору было изначально допустимым для квантованной величины углового момента атомов. (Напомним, что допустимыми значениями были 0, $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ...) Здесь же нам требуется половина фундаментальной единицы $\hbar$, и, в некотором смысле, $\hbar/2$ сама по себе есть даже более фундаментальная единица. Такая величина углового момента не была бы допустима для объекта, состоящего только из орбитальных частиц, не вращающихся самих по себе. Такая величина может возникнуть только потому, что спин – это внутренне присущее свойство самой частицы (т.е. он не является результатом орбитального движения ее «частей» вокруг некоторого центра).

Частица со спином, равным нечетному кратному $\hbar/2$ (т.е. $\hbar/2$, $3\hbar/2$ или $5\hbar/2$ и т.д.) называется фермионом и обладает любопытной квантовомеханической особенностью: полный поворот на 360° переводит ее вектор состояния не в себя, а в себя со знаком минус! Многие частицы, встречающиеся в природе, относятся к числу фермионов, и мы еще узнаем позднее о них и их необычных свойствах, столь жизненно важных для нашего существования. Остальные частицы со спином, равным четному кратному $\hbar/2$, т.е. целому кратному $\hbar$ (а именно 0, $\hbar$, $2\hbar$, $3\hbar$, ...), называются бозонами. При повороте на 360° вектор состояния бозона переходит точно в себя.

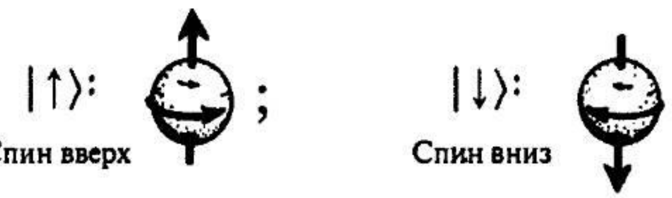


Рис. 6.24. Базис спиновых состояний электрона состоит всего лишь из двух состояний. В качестве них принято выбирать состояния спин вверх и спин вниз

Рассмотрим частицу с половинным спином, т.е. со значением спина $\hbar/2$. Для определенности я буду называть такую частицу электроном, но ею с таким же успехом мог бы быть протон или нейтрон, а также атом подходящего вида. («Частица» может состоять из отдельных частей, если ее можно рассматривать квантовомеханически как единое целое с вполне определенным полным угловым моментом.) Предположим, что наш электрон покоится, и рассмотрим только его спиновое состояние. Пространство квантовомеханических состояний (гильбертово пространство) оказывается в этом случае двумерным, поэтому мы можем выбрать базис, состоящий всего лишь из двух состояний. Я обозначу их $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, чтобы указать, что в состоянии $|\uparrow\rangle$ спин вращается слева направо относительно вертикального направления снизу вверх, в то время как в состоянии $|\downarrow\rangle$ спин вращается слева направо относительно вертикального направления сверху вниз (рис. 6.24). Состояния $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ взаимно ортогональны, и мы считаем их нормализованными ($|\uparrow|^2 + |\downarrow|^2 = 1$). Любое возможное состояние спина электрона представимо в виде линейной суперпозиции, например, $w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$, именно этих двух ортонормированных состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$, т.е. состояний спин вверх и спин вниз.

[116] В предыдущем описании квантовой системы, состоящей из одной частицы, я прибег к сверхупрощению, проигнорировав спин и предположив, что состояние может быть описано заданием одного лишь пространственного положения. Действительно, существуют некоторые частицы, называемые скалярными, их примерами могут служить ядерные частицы, известные под названием пионов (π-мезоны, см. с. 181 (**В.Э.:** *§6.15 выше в этом томе.*)), или некоторые атомы, для которых спин оказывается равным нулю. Для таких (и только для таких) частиц приведенное выше описание в терминах одного лишь пространственного положения действительно будет достаточным.

Нужно сказать, что в состояниях <u>спин вверх</u> и <u>спин вниз</u> нет ничего особенного. С тем же успехом мы могли бы описывать спин, вращающийся слева направо вокруг любого другого направления, например, <u>слева-направо</u> $|\rightarrow\rangle$ и противоположного ему <u>справа-налево</u> $|\leftarrow\rangle$. Тогда (при подходящем выборе комплексных весов) мы получили бы для $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$[117]:

$$|\rightarrow\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \text{ и } |\leftarrow\rangle = |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle.$$

Это позволяет нам по-новому взглянуть на ситуацию. Любое спиновое состояние электрона есть линейная суперпозиция двух ортогональных состояний $|\rightarrow\rangle$ и $|\leftarrow\rangle$, т.е. спинов <u>направо</u> и <u>налево</u>. Можно выбрать какое-нибудь совершенно произвольное направление, например, вектор состояния $|\nearrow\rangle$. Он также является линейной комбинацией спинов $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$ с некоторыми комплексными коэффициентами, скажем,

$$|\nearrow\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle,$$

а любое спиновое состояние было бы представимо в виде линейной комбинации этого состояния $|\nearrow\rangle$ и ортогонального ему[118] состояния $|\swarrow\rangle$. (Заметим, что понятие «ортогональный» в гильбертовом пространстве не обязательно означает «образующий прямой угол с...» в обычном пространстве. Ортогональные вектора состояния в гильбертовом пространстве в данном случае соответствуют диаметрально противоположным направлениям, а не образующим друг с другом прямой угол.)

Каково геометрическое соотношение между направлением в пространстве, определяемым спином $|\nearrow\rangle$, и двумя комплексными числами w и z? Так как физическое состояние, задаваемое спином $|\nearrow\rangle$, останется неизменным, если мы умножим $|\nearrow\rangle$ на любое ненулевое комплексное число, то значение имеет только отношение числа z к числу w. Обозначим это отношение через

$$q = z / w.$$

Тогда q будет обычным комплексным числом за исключением того, что теперь ему разрешено принимать значение $q = \infty$, чтобы не упускать из рассмотрения ситуацию с $w = 0$, т.е. когда спин направлен вертикально вниз. Если $q \neq \infty$, то мы можем представить q как точку на плоскости Аргана, как мы делали это в главе 3. Представим себе, что эта плоскость Аргана расположена горизонтально в пространстве, причем действительная ось направлена вправо в вышеуказанном смысле (т.е. в направлении спинового состояния $|\rightarrow\rangle$). Представим теперь сферу единичного радиуса, центр которой совпадает с началом координат плоскости Аргана, а точки 1, i, –1, –i лежат на экваторе этой сферы. Рассмотрим точку, совпадающую с южным полюсом этой сферы, который мы обозначим ∞. Осуществляя проекцию из южного полюса, мы отобразим всю плоскость Аргана на нашу единичную сферу. В результате любая точка q на плоскости Аргана окажется поставленной в соответствие единственной точке q на этой сфере, лежащей на прямой, соединяющей эти две точки с южным полюсом (рис. 6.25). Такое соответствие называется <u>стереографической проекцией</u> и обладает многими красивыми геометрическими свойствами (например, сохраняет углы и отображает окружности в окружности). Такая проекция позволяет нам параметризовать точки сферы комплексными числами вместе с ∞, т.е. множеством возможных комплексных отношений q. Сфера, параметризованная таким образом, называется <u>сферой Римана</u>. Геометрический смысл сферы Римана для спиновых состояний электрона состоит в том, что направление спина, задаваемое соотношением $|\nearrow\rangle = w|\uparrow\rangle + z|\downarrow\rangle$, определяется реальным направлением из центра в точку $q = z/w$, как показано на изображении сферы Римана. Заметим, что северный полюс соответствует состоянию $|\uparrow\rangle$, задаваемому соотношением $z = 0$, т.е. $q = 0$, а южный полюс – состоянию $|\downarrow\rangle$, задаваемому соотношением $w = 0$, т.е. $q = \infty$. Самая правая точка сферы Римана помечена значением $q = 1$, что соответствует состоянию $|\rightarrow\rangle = |\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle$, а самая левая точка сферы Римана соответствует $q = -1$, что дает спиновое состояние $|\leftarrow\rangle = |\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$. Самая дальняя задняя точка сферы Римана помечена значением $q = \mathrm{i}$, соответствующим состоянию $|\uparrow\rangle + \mathrm{i}|\downarrow\rangle$, в котором спин направлен прямо от нас, а самая близкая точка сферы Римана помечена значением $q = -\mathrm{i}$, соответствующим состоянию $|\uparrow\rangle - \mathrm{i}|\downarrow\rangle$, в котором спин направлен прямо к нам. Произвольная точка, помеченная q, соответствует состоянию $|\uparrow\rangle + q|\downarrow\rangle$.

[117] Здесь и выше я предпочел не загромождать формулы множителями типа $1/\sqrt{2}$, которые нужны, если мы требуем, чтобы векторы $|\rightarrow\rangle$ и $|\leftarrow\rangle$ были нормированными.

[118] Пусть $|\swarrow\rangle = \underline{z}\,|\uparrow\rangle - \underline{w}\,|\downarrow\rangle$, где $\underline{z}$ и $\underline{w}$ – комплексно сопряженные чисел z и w. (См. прим. 6. (*У меня выше помечено как *6 – В.Э.*))

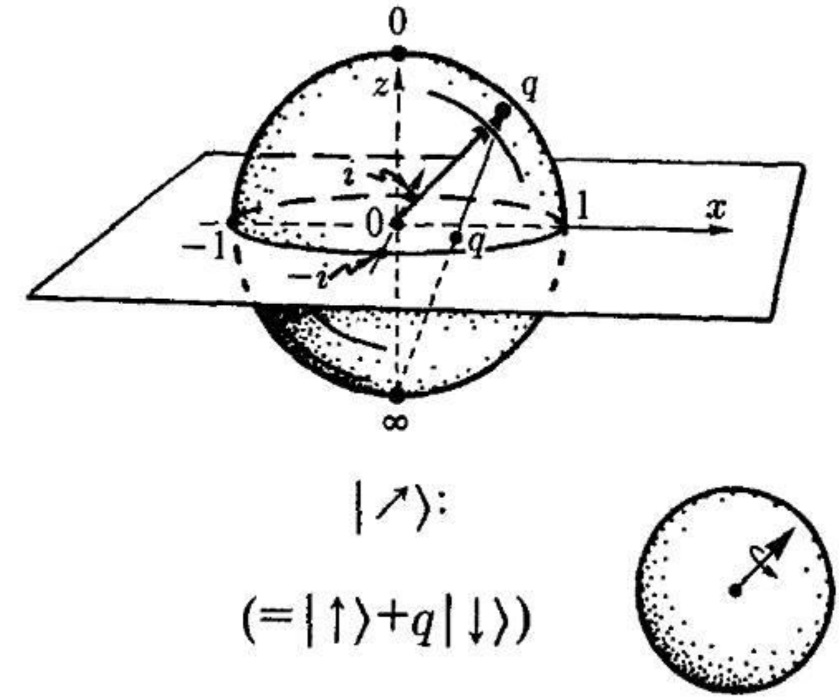


Рис. 6.25. Сфера Римана, представленная как пространство физически различных спиновых состояний частицы со спином 1/2. Сфера Римана стереографически спроецирована из ее южного полюса (∞) на плоскость Аргана, проходящую через экватор сферы

Как всё это связано с измерением, которое можно было бы произвести над спином электрона?[119] Выберем некоторое направление в пространстве и обозначим его α. Если мы измеряем спин электрона в этом направлении, то ответ ДА означает, что электрон (теперь) действительно вращается слева направо вокруг направления α, в то время как ответ НЕТ означает, что электрон вращается слева направо вокруг направления, противоположного α.

Предположим, что мы получили ответ ДА, и обозначим результирующее состояние $|\alpha\rangle$. Если мы просто повторим измерение, используя в точности такое же направление α, как прежде, то с вероятностью 100% обнаружим, что ответ будет ДА. Но если при втором измерении мы изменим направление и выберем новое направление β, то обнаружим, что вероятность ответа ДА (состояние перепрыгивает в $|\beta\rangle$) будет несколько меньшей, и существует некоторая возможность появления во втором измерении ответа НЕТ (состояние перепрыгивает в направление, противоположное β). Как нам вычислить эту вероятность? Ответ на этот вопрос содержится в предписаниях, приведенных в конце предыдущего раздела. Вероятность ответа ДА для второго измерения оказывается равной

$$\tfrac{1}{2}(1+\cos\theta),$$

где θ – угол между направлениями[120] α и β. Соответственно, вероятность ответа НЕТ для второго измерения равна

119 Существует стандартная экспериментальная установка, известная как прибор Штерна–Герлаха, которую можно использовать для измерения спинов атомов. Атомы выпускаются в пучок, который проходит в сильно неоднородном магнитном поле, направление неоднородности которого задает направление, в котором производится измерение спина. Пучок расщепляется на два (для атома со спином 1/2 или на большее число частей – для атома с бóльшим спином), один пучок дает атомы с ответом ДА на измерение спина, а другой – атомы с ответом НЕТ на измерение спина. К сожалению, по некоторым техническим причинам, не имеющим отношения к интересующим нас вопросам, такой прибор не может быть использован для измерения спина электрона, и поэтому приходится прибегать к косвенной процедуре (см. Мотт, Мэсси [1965]). По этой и по другим причинам я предпочитаю не вдаваться в подробности относительно того, как в действительности измеряют спин электрона.

120 Пытливый читатель может самостоятельно проверить геометрию, приведенную в тексте. Проще всего, если мы сориентируем сферу Римана так, чтобы α-направление было направлением «вверх», а β-направление лежало в плоскости, натянутой на направления «вверх» и «вправо», т.е. задаваемой парамет-

$$\tfrac{1}{2}(1 - \cos\theta),$$

Отсюда видно, что если второе измерение производится под прямым углом к первому, то вероятность составляет 50% в обоих случаях ($\cos 90° = 0$); результат второго измерения полностью случаен! Если угол между двумя измерениями острый, то ответ ДА более вероятен, чем ответ НЕТ. Если этот угол – тупой, то ответ НЕТ более вероятен, чем ДА. В предельном случае, когда направление β противоположно направлению α, вероятность равна 0 для ответа ДА и 100% для ответа НЕТ, т.е. результат второго измерения заведомо обратен результату первого измерения. (См. Фейнман и др. [1965] для дальнейшего знакомства со спином.)

Сфера Римана действительно играет фундаментальную (но не всегда признанную) роль в любой квантовой системе с двумя состояниями, описывая (с точностью до коэффициента пропорциональности) набор возможных квантовых состояний. Для частицы с полуцелым спином ее геометрическая роль особенно очевидна, так как точки сферы соответствуют возможным пространственным направлениям спиновых осей. Увидеть роль сферы Римана во многих других ситуациях труднее. Рассмотрим фотон, только что прошедший через две щели или отразившийся от полупосеребренного зеркала. Состояние фотона есть некоторая линейная комбинация типа $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$ или $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$ двух состояний $|\psi_t\rangle$ и $|\psi_b\rangle$, описывающих две совершенно различные локализации. Сфера Римана по-прежнему описывает набор физически различных возможностей, но теперь лишь абстрактно. Состояние $|\psi_t\rangle$ представлено северным полюсом («верхушкой») сферы, а состояние $|\psi_b\rangle$ – южным полюсом («дном») сферы. Соответственно, состояния $|\psi_t\rangle + |\psi_b\rangle$, $|\psi_t\rangle - |\psi_b\rangle$ и $|\psi_t\rangle + i|\psi_b\rangle$ представлены различными точками на экваторе, и в общем случае состояние $w|\psi_t\rangle + z|\psi_b\rangle$ представлено точкой, задаваемой отношением $q = z/w$. Во многих случаях (как и в рассматриваемом примере) возможности «богатства сферы Римана» довольно глубоко упрятаны, не имея прямого отношения к геометрии пространства!

§6.13. Объективность и измеримость квантовых состояний

Несмотря на то, что мы обычно располагаем только вероятностями для результата некоторого эксперимента, нам кажется, что в квантовомеханическом состоянии есть всё же нечто объективное. Часто высказывают утверждение, что векторы состояния – всего лишь удобное представление «нашего знания» о физической системе – или, может быть, вектор состояния описывает на самом деле не одну-единственную систему, а лишь дает вероятностную информацию об «ансамбле» большого числа одинаковым образом приготовленных систем. Такие высказывания поражают меня неразумной робостью относительно того, что квантовая механика должна нам сообщить о «реальности» физического мира.

Некоторая осторожность и сомнение относительно «физической реальности» векторов состояния, по-видимому, проистекает из того, что согласно теории набор измеримых величин строго ограничен. Рассмотрим спиновое состояние электрона, как было описано выше. Предположим, что спиновым состоянием оказывается $|\alpha\rangle$, но мы этого не знаем, т.е. нам неизвестно «направление» α, вокруг которого как вокруг оси вращается электрон. Можем ли мы определить это направление с помощью эксперимента? Нет, не можем. Лучшее, что мы можем сделать, это извлечь «один бит» информации, т.е. получить ответ на один вопрос типа «да или нет». Мы можем выбрать в пространстве некоторое направление β и измерить спин электрона в этом направлении. В результате измерения мы получим ответ либо ДА, либо НЕТ, но после этого информация о первоначальном направлении спина будет утрачена. Получив ответ ДА, мы будем знать, что теперь состояние спина пропорционально $|\beta\rangle$, а при ответе НЕТ, что теперь состояние спина имеет направление, противоположное β. Но ни в одном из этих случаев ответ ничего не говорит нам о направлении α до измерения, а лишь дает нам некоторую вероятностную информацию о направлении α.

С другой стороны, в самом направлении α, вокруг которого электрон «вращается как вокруг оси» до того, как произведено измерение, по-видимому, есть нечто полностью объективное.[121] Действительно, мы могли бы остановить свой выбор на измерении спина

ром $q = \mathrm{tg}(\theta/2)$ на сфере Римана, а затем воспользуемся формулой $\langle\chi|\psi\rangle\langle\psi|\chi\rangle/\langle\chi|\chi\rangle\langle\psi|\psi\rangle$ для вероятности перехода скачком из $|\psi\rangle$ в $|\chi\rangle$. (См. прим. 6. (*У меня выше помечено как* *6 – *В.Э.*))

[121] Эта объективность является характерной особенностью нашего подхода, если мы всерьез принимаем стандартный квантовомеханический формализм. При нестандартном подходе система могла бы

электрона в направлении α, и электрон должен быть приготовлен так, чтобы достоверно (т.е. с вероятностью 100%) дать ответ ДА, если мы случайно угадаем истинное направление спина! Каким-то образом «информация» о том, что электрон действительно должен дать именно такой ответ, хранится в спиновом состоянии электрона.

Мне кажется, что при обсуждении вопроса о физической реальности в квантовой механике мы должны проводить различие между тем, что «объективно», и тем, что «измеримо». Действительно, вектор состояния системы несомненно не измерим в том смысле, что на основе экспериментов, произведенных над системой, невозможно определить (с точностью до коэффициента пропорциональности), каким является это состояние. Но очевидно, что вектор состояния является (опять-таки с точностью до коэффициента пропорциональности) объективным свойством системы, и полностью характеризуется результатами измерений, которые могут быть произведены над системой. В случае одной частицы со спином 1/2, например, электрона, такая объективность не является бессмысленной, так как она сводится просто к утверждению о том, что существует некое направление, относительно которого спин электрона точно определен, даже если мы не знаем, каково это направление. (Однако, как мы увидим в дальнейшем, такое представление относительно «объективности» в случае более сложных систем выглядит намного более странным – даже для системы, состоящей всего лишь из двух частиц со спинами 1/2.)

Но должен ли спин электрона вообще находиться в каком-нибудь физически определенном состоянии, прежде чем он будет измерен? Во многих случаях он не имеет определенного состояния, так как не может рассматриваться как автономная квантовая система. Вместо этого квантовое состояние в общем случае следует рассматривать как описание электрона, неразрывно связанного с большим числом других частиц. Но в особых случаях электрон (по крайней мере, если речь идет о его спине) можно рассматривать сам по себе. Например, в случае, когда спин электрона был точно измерен в некотором (возможно, неизвестном) направлении, а затем электрон в течение некоторого времени оставался невозмущенным, то его спин (в полном соответствии со стандартной квантовой теорией) объективно будет иметь вполне определенное направление.

§6.14. Копирование квантового состояния

Объективность, но неизмеримость спинового состояния электрона поясняет еще один важный факт: невозможно скопировать квантовое состояние, оставив оригинальное состояние в неприкосновенном виде! Предположим, что мы могли бы изготовить копию спинового состояния электрона $|\alpha\rangle$. Если бы нам удалось сделать это один раз, то мы могли бы сделать это еще раз, а затем повторить еще и еще. Результирующая система имела бы огромный угловой момент вполне определенного направления. Это направление (обозначим его α) могло бы быть установлено с помощью макроскопического измерения. Но тогда оказалась бы нарушенной принципиальная неизмеримость спинового состояния $|\alpha\rangle$.

Но если мы готовы разрушить исходное состояние, то скопировать квантовое состояние всё же возможно. Допустим, что у нас есть электрон в некотором неизвестном спиновом состоянии $|\alpha\rangle$ и нейтрон в некотором другом спиновом состоянии $|\gamma\rangle$. Вполне законно произвести обмен этими состояниями так, чтобы спиновым состоянием нейтрона стало $|\alpha\rangle$, а спиновым состоянием электрона $|\gamma\rangle$. То, что мы не можем – это изготовить спиновое состояние $|\alpha\rangle$ в двух экземплярах (если только мы уже не знаем, каково состояние $|\alpha\rangle$ на самом деле)! (См. также Вуттерс, Цурек [1982].)

Вспомним рассмотренную в главе 1 «машину для телепортации» (с. 38 {МОИ № 14}). Ее работа была основана на принципиальной возможности собрать на удаленной от нас планете полную копию тела и головного мозга какого-нибудь человека. Интригующе интересно предположить, что человеческое сознание может зависеть от некоторых аспектов квантового состояния. Если это так, то квантовая теория запрещала бы нам изготовление копии этого «сознания» без разрушения состояния оригинала – и тем самым можно было бы разрешить

в действительности заранее «знать» результат, выдаваемый в ответ на любое измерение. Это привело бы нас к другой и, очевидно, объективной картине физической реальности.

«парадокс» телепортации.[122] Возможность существенного влияния квантовых эффектов на функционирование головного мозга будет рассмотрена в двух заключительных главах.

§6.15. Спин фотона

Рассмотрим теперь «спин» фотона и его связь со сферой Римана. Фотоны действительно обладают спином, но поскольку они всегда движутся со скоростью света, их спин нельзя рассматривать как вращение вокруг какой-то неподвижной точки; ось спина фотона всегда совпадает с направлением движения. Спин фотона называется поляризацией. Поляризация – это явление, на котором основано действие «поляроидных» солнцезащитных очков. Возьмите два фрагмента поляроида, наложите их один на другой и посмотрите сквозь них. В общем случае вы увидите, что через них проходит некоторое количество света. Держа один из фрагментов неподвижно, поворачивайте другой фрагмент. Количество света, проходящего сквозь поляроиды, будет изменяться. При одной ориентации, когда проходит максимальное количество света, второй поляроид практически ничего не вычитает из светового потока, проходящего сквозь первый поляроид. Но при ориентации, выбранной под прямым углом к первой, свет практически вообще не проходит сквозь поляроиды.

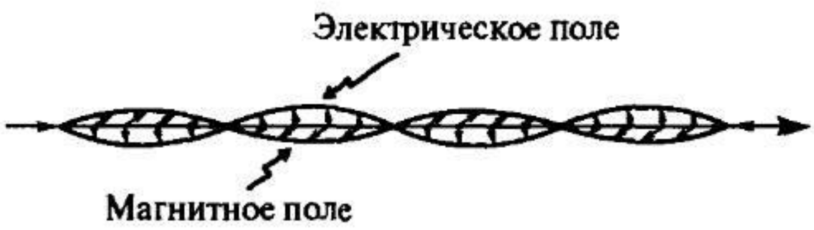


Рис. 6.26. Плоскополяризованная электромагнитная волна

Это явление легче всего понять в терминах волновой картины света. Здесь нам понадобится предложенный Максвеллом способ рассмотрения света как комбинации осциллирующих электрического и магнитного полей. На рис. 6.26 изображен плоскополяризованный свет. Электрическое поле осциллирует в плоскости, называемой плоскостью поляризации, а магнитное поле осциллирует в такт с электрическим, но в ортогональной плоскости. Каждый фрагмент поляроида пропускает свет, плоскость поляризации которого направлена вдоль структуры поляроида. Когда структура второго поляроида ориентирована так же, как структура первого, то весь свет, прошедший сквозь первый поляроид, проходит и сквозь второй. Но когда структуры двух поляроидов образуют прямой угол, то второй поляроид отсекает весь свет, прошедший сквозь первый поляроид. Если же два поляроида ориентированы друг относительно друга под некоторым углом φ, то второй поляроид пропускает долю, равную

$$\cos^2 \varphi,$$

света, прошедшего сквозь первый поляроид.

В корпускулярной картине мы должны считать, что каждый индивидуальный фотон обладает поляризацией. Первый поляроид действует как измеритель поляризации, давая ответ ДА, если фотон действительно поляризован в соответствующем направлении. В этом случае фотону разрешается пройти сквозь поляроид. Если же фотон поляризован в ортогональном направлении, то измерение первым поляроидом даст ответ НЕТ, и фотон будет поглощен. (В данном случае «ортогональность» в гильбертовом пространстве соответствует прямому углу между направлениями в обычном пространстве!) Предположим, что фотон проходит сквозь первый поляроид, после чего второй поляроид задает ему соответствующий вопрос, но уже относительно некоторого другого направления. Угол между этими двумя направлениями равен φ,

---

[122] **В.Э.:** Жизнь, однако, начинается не на квантовом, а на молекулярном уровне. Сама первичная сущность жизни состоит в копировании молекулы ДНК (что есть размножение). Нет серьезных оснований полагать, что молекулярного уровня недостаточно для объяснения «сознания». Пенроузовские поиски связи с квантовым уровнем обоснованы формально лишь теоремой Гёделя (с.150 {МОИ № 18}). Но мы видели, что эти рассуждения о теореме Гёделя несостоятельны {МОИ № 17, §2.5}. Веданская теория без труда объясняет все феномены интеллекта с позиций информатики.

как в упомянутом выше случае. Тогда мы имеем $\cos^2 \varphi$ в качестве вероятности того, что фотон пройдет сквозь второй поляроид при условии, что он уже прошел сквозь первый поляроид.

Рис. 6.27. Электромагнитная волна с круговой поляризацией. (Эллиптическая поляризация занимает промежуточное положение между плоской (рис. 6.26) и круговой (рис. 6.27) поляризацией.)

Где же здесь появляется сфера Римана? Чтобы получить полный набор состояний поляризации, описываемый комплексными числами, нам необходимо рассмотреть круговую и эллиптическую поляризацию. Для классической волны эти разновидности поляризации представлены на рис. 6.27. При круговой поляризации электрическое и магнитное поля не осциллируют, а согласованно вращаются, по-прежнему образуя между собой прямой угол. При эллиптической поляризации существует некоторая комбинация вращательного и колебательного движений, а вектор электрического поля «вычерчивает» в пространстве эллипс. В квантовом описании каждому индивидуальному фотону разрешается находиться в любом из спиновых состояний, т.е. быть поляризованным любым из названных выше способов.

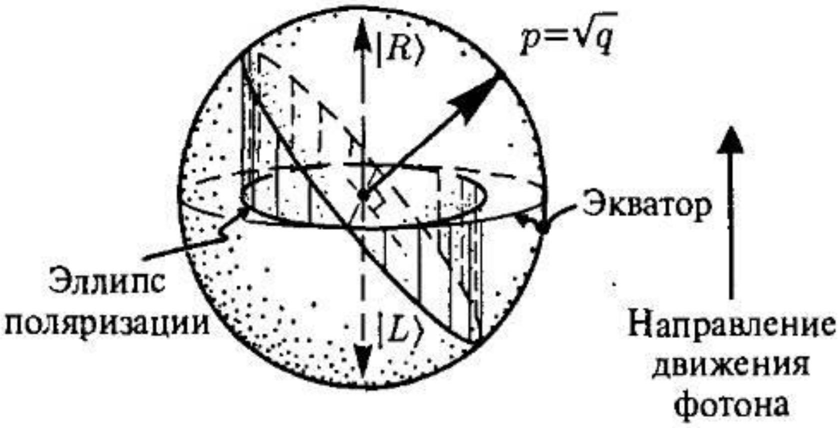


Рис. 6.28. Сфера Римана (но теперь со значениями $\sqrt{q}$) также описывает состояния поляризации фотона. (Вектор, направленный в точку $\sqrt{q}$, называется вектором Стока.)

Чтобы понять, как набор возможных поляризаций снова образует сферу Римана, представим себе фотон, который движется вертикально вверх. Северный полюс теперь представляет состояние $|R\rangle$ – правовинтовой спин. Это означает, что электрический вектор движущегося фотона вращается против часовой стрелки относительно вертикали (если смотреть сверху). Южный полюс представляет состояние $|L\rangle$ – левовинтовой спин. (Фотоны можно представлять вращающимися наподобие ружейной пули, либо слева направо, либо справа налево.) Общее спиновое состояние $|R\rangle + q|L\rangle$ представляет собой комплексную линейную комбинацию двух состояний $|R\rangle$ и $|L\rangle$ и соответствует точке на сфере Римана, помеченной значением q. Чтобы установить связь между значением q и эллипсом поляризации, мы прежде всего извлечем из q квадратный корень и получим другое комплексное число p:

$$p = \sqrt{q}.$$

Затем нанесем p вместо q на сферу Римана и рассмотрим плоскость, проходящую через центр сферы перпендикулярно прямой, соединяющей центр сферы с точкой p. Эта плоскость пересекает сферу по окружности, проектируя которую на горизонталь, мы получаем эллипс поляризации (рис. 6.28)[123] Сфера Римана со значениями q по-прежнему описывает совокупность поляризованных состояний фотона, но квадратный корень p из q дает нам ее пространственную реализацию.

Чтобы вычислить вероятности, мы можем воспользоваться той же самой формулой ½ (1 + cos θ), которой мы пользовались для электрона, применив ее к q, а не к p. Рассмотрим плоскую поляризацию. Мы измеряем поляризацию фотона сначала в одном направлении, затем в другом направлении, образующем с первым угол φ. Эти два направления соответствуют двум значениям p на экваторе сферы, стягивающим угол φ в центре сферы. Так как величины p – квадратные корни из величин q, угол θ, под которым из центра видны q-точки, вдвое больше угла, под которым из центра видны p-точки: θ = 2φ. Таким образом, вероятность получения ответа ДА после второго измерения при условии, что после первого измерения был получен ответ ДА (т.е. вероятность прохождения фотона через второй поляроид при условии, что он прошел сквозь первый поляроид) равна ½ (1 + cos 2φ), что, как показывают несложные тригонометрические преобразования, в точности совпадает с $\cos^2 \varphi$, как и утверждалось выше.

§6.16. Объекты с большим спином

Для квантовой системы с числом базисных состояний больше двух пространство физически различимых состояний имеет более сложную структуру, чем сфера Римана. Но в случае спина самой сфере Римана всегда отведена некоторая прямая геометрическая роль. Рассмотрим массивную частицу или атом со спином $n \times \hbar/2$ в состоянии покоя. (Для безмассовых частиц со спином, т.е. частиц, которые движутся со скоростью света (как, например, фотон), спин всегда, как было описано выше, представляет собой систему с двумя состояниями. Но у массивной частицы число состояний увеличивается с увеличением спина.) Если мы захотим измерить спин такой частицы в некотором направлении, то обнаружим, что существуют $n + 1$ различных возможных исходов измерения, в зависимости от того, какая часть от полного спина ориентирована в выбранном направлении. В терминах фундаментальной единицы $\hbar/2$ возможные результаты для значений спина в выбранном направлении равны $n, n-2, n-4, ..., 2-n$ или $-n$. Следовательно, при $n = 2$ спин может быть равен (в единицах $\hbar/2$) 2, 0 или –2, а при $n = 3 - 3$, 1, –1 или –3 и т.д. Отрицательные значения соответствуют спину, направленному главным образом в сторону, противоположную той, в которой производилось измерение. В случае спина, равного 1/2, т.е. при $n = 1$, значение 1 соответствует ответу ДА, а значение –1 – ответу НЕТ (в приведенных выше описаниях).

Оказывается, хотя я не буду пытаться излагать здесь причины (Майорана [1932], Пенроуз [1987а]), что любое спиновое состояние (с точностью до коэффициента пропорциональности) для спина $\hbar n/2$ однозначно характеризуется (неупорядоченным) набором из n точек на сфере Римана, т.е. n (обычно различными) направлениями из ее центра (рис. 6.29). (Эти направления определяются измерениями, которые могут быть произведены над системой: если мы измерим спин в одном из этих направлений, то результат заведомо не будет целиком ориентирован в противоположном направлении, т.е. даст одно из значений $n, n-2, n-4, ..., 2-n$, но не $-n$.) В частном случае при $n = 1$, как в приведенном выше примере с электроном, мы получим одну точку на сфере Римана. Это – просто точка, помеченная значением q в приведенных выше описаниях. Но для состояний с высшим спином картина, как я только что описал, значительно усложняется, хотя надо заметить, что это описание почему-то не очень знакомо физикам.

---

[123] Комплексное число $-p$ подходит так же хорошо, как и p, в качестве квадратного корня из q, и дает тот же самый эллипс поляризации. Квадратный корень обусловлен тем, что фотон – безмассовая частица со спином, равным единице, т.е. вдвое бóльшим фундаментальной единицы $\hbar/2$. Для гравитона (еще не открытого кванта гравитации) спин равен двум, т.е. вчетверо больше фундаментальной единицы, поэтому нам в приведенном выше описании понадобился бы корень четвертой степени из q.

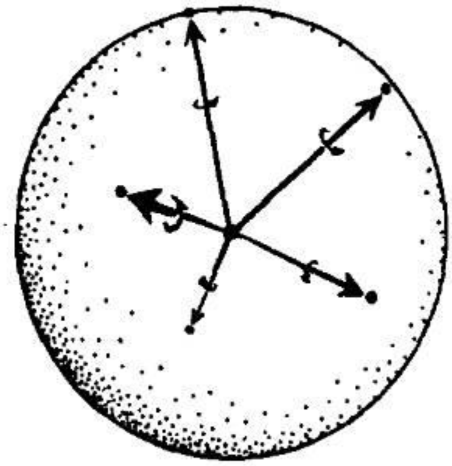


Рис. 6.29. Общее состояние с высшим спином для массивной частицы может быть описано как совокупность состояний со спином 1/2, ориентированных в произвольных направлениях

В этом описании есть нечто весьма удивительное. Часто высказывают мнение, что в некотором подходящем пределе квантовые описания атомов (или элементарных частиц, или молекул) с необходимостью переходят в классические ньютоновские описания, когда система увеличивается в размерах и усложняется. Но в такой формулировке такое утверждение просто неверно. Ибо, как мы только что видели, спиновые состояния объекта с большим угловым моментом соответствуют большому числу точек, разбросанных по сфере Римана.[124] Мы можем мысленно представлять себе спин объекта как состоящим из целого множества спинов 1/2, ориентированных по всем различным направлениям, задаваемыми этими точками. Лишь весьма немногие из таких комбинированных состояний, а именно когда большинство точек концентрируются вместе в небольшой области на сфере (т.е. когда большинство спинов 1/2 направлены примерно в одном и том же направлении), соответствуют реальным состояниям углового момента, которые мы обычно обнаруживаем у классических объектов, например, у крикетных шаров. Мы могли бы ожидать, что если выбрать спиновое состояние, в котором полный спин окажется равным (в единицах $\hbar/2$) некоторому очень большому числу, а в остальном этот выбор будет «случайным», то начнет возникать нечто похожее на классический спин. Но в действительности всё происходит совсем не так. В общем случае квантовые спиновые состояния с большим полным спином совсем не похожи на классические спиновые состояния!

Как же в таком случае следует устанавливать соответствие с угловым моментом из классической физики? Хотя большинство квантовых состояний с большим спином не похожи на классические состояния, они представляют собой линейные комбинации (ортогональных) состояний, каждое из которых похоже на классическое состояние. Каким-то образом над системой оказывается произведенным «измерение», и состояние «скачком» переходит в то или другое состояние, похожее на классическое. Ситуация здесь аналогична той, которая складывается с любым другим классически измеримым свойством системы, а не только с угловым моментом. Именно этот аспект квантовой механики должен вступать в игру всякий раз, когда система «выходит на классический уровень». Более подробно я расскажу об этом в дальнейшем, но прежде чем мы сможем обсудить такие «большие» или «сложные» квантовые системы, нам необходимо хотя бы несколько разобраться в том странном способе, которым квантовая механика пользуется при рассмотрении систем, состоящих более чем из одной частицы.

§6.17. Многочастичные системы

Квантовомеханические описания многочастичных состояний, к сожалению, очень сложны. В действительности такие описания чрезвычайно сложны. О них необходимо думать в терминах суперпозиций всех различных возможных расположений всех отдельных частиц! Это приводит к огромному числу возможных состояний – гораздо большему, чем в случае поля в классической теории. Мы уже видели, что квантовое состояние даже одной частицы, а именно волновая функция, обладает сложностями такого рода, которые характерны для всего классического поля. Эта картина (требующая для своего задания бесконечно большого числа параметров) гораздо сложнее, чем классическая картина одной частицы (для задания состояния которой требуется всего лишь небольшое число параметров – точнее, шесть параметров, если частица не обладает

[124] Точнее, угловой момент описывается комплексными линейными комбинациями таких наборов из различного числа точек, так как суперпозиции могут включать несколько различных значений полного спинов (*полного спина*? – *В.Э.*) – в случае какой-нибудь сложной системы. Всё это приводит к картине, еще менее похожей на картину классического углового момента!

внутренними степенями свободы, например, спином; см. главу 5, с. 148[125]). Такая ситуация может показаться достаточно плохой, и можно было бы думать, что для описания квантового состояния двух частиц понадобится два поля, каждое из которых описывало бы состояние каждой частицы. Ничего подобного! Как мы увидим далее, в случае двух и более частиц описание квантового состояния становится гораздо сложнее.

Квантовое состояние одной (бесспиновой) частицы определяется комплексным числом (амплитудой) для каждого возможного положения, которое может занимать частица. Частица обладает амплитудой, чтобы находиться в точке A, и амплитудой, чтобы находиться в точке B, и амплитудой, чтобы находиться в точке C, и т.д. Подумаем теперь о двух частицах. Первая частица может находиться в точке A, а вторая, например, – в точке B. Возможность такого события должна была бы иметь некоторую амплитуду. С другой стороны, первая частица могла бы находиться в точке B, а вторая – в точке A, и такое расположение частиц также должно иметь некоторую амплитуду; возможно, что первая частица могла бы находиться в точке B, а вторая – в точке C или, может быть, обе частицы могли бы находиться в точке A. Каждый из этих возможных вариантов должен иметь некоторую амплитуду. Следовательно, волновая функция должна быть не просто парой функций положения (т.е. парой полей), а одной функцией двух положений!

Чтобы получить некоторое представление о том, насколько сложнее задать функцию двух положений по сравнению с двумя функциями положения, представим себе ситуацию, в которой существует лишь конечный набор допустимых положений. Предположим, что разрешены ровно 10 положений, заданных (ортонормированными) состояниями

$$|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle, |5\rangle, |6\rangle, |7\rangle, |8\rangle, |9\rangle.$$

Тогда состояние $|\psi\rangle$ одной частицы было бы какой-то линейной комбинацией

$$|\psi\rangle = z_0|0\rangle + z_1|1\rangle + z_2|2\rangle + z_3|3\rangle + ... + z_9|9\rangle,$$

где различные коэффициенты z_0, z_1, z_2, ..., z_9 дают, соответственно, амплитуды того, что частица находится попеременно в каждой из 10 точек. Десять комплексных чисел задают состояние одной частицы. В случае двухчастичного состояния нам понадобилось бы по одной амплитуде для каждой пары положений. Всего существуют

$$10^2 = 100$$

различных (упорядоченных) пар положений, поэтому нам потребовались бы 100 комплексных чисел! А если бы у нас были только два одночастичных состояния (т.е. «две функции положения», а не «одна функция двух положений», как в приведенном выше примере), то нам понадобилось бы всего лишь 20 комплексных чисел.

Пронумеруем эти 100 комплексных чисел следующим образом

$$z_{00}, z_{01}, z_{02}, ..., z_{09}, z_{10}, z_{11}, z_{12}, ..., z_{20}, ..., z_{99},$$

а соответствующие (ортонормированные) базисные векторы[126]

$$|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|1\rangle, |0\rangle|2\rangle, ..., |0\rangle|9\rangle, |1\rangle|0\rangle, ..., |9\rangle|9\rangle.$$

Тогда общее двухчастичное состояние можно было бы представить в виде

$$|\psi\rangle = z_{00}|0\rangle|0\rangle + z_{01}|0\rangle|1\rangle + ... + z_{99}|9\rangle|9\rangle.$$

Такое обозначение состояний в виде «произведения» имеет следующий смысл: если $|\alpha\rangle$ – возможное состояние первой частицы (не обязательно состояние с определенным положением) и если $|\beta\rangle$ – возможное состояние второй частицы, то состояние, в котором первая частица находится в состоянии $|\alpha\rangle$, а вторая – в состоянии $|\beta\rangle$, можно представить в виде

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle.$$

«Произведения» можно также брать между любыми другими парами квантовых состояний, а не обязательно между парами одночастичных состояний. Таким образом, мы всегда интерпретируем состояние-произведение $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ (не обязательно состояний отдельных частиц) как конъюнкцию

«первая система находится в состоянии $|\alpha\rangle$»

и

«вторая система находится в состоянии $|\beta\rangle$».

[125] **В.Э.:** Это §5.6 выше в этом томе.

[126] Математически можно сказать, что пространство двухчастичных состояний есть тензорное произведение пространства состояний первой частицы и пространства состояний второй частицы. Таким образом, $|\chi\rangle|\psi\rangle$ есть тензорное произведение состояний $|\chi\rangle$ и $|\psi\rangle$.

(Аналогичная интерпретация справедлива и относительно $|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$ и т.д.; см. далее.) Однако общее двухчастичное состояние в действительности не имеет вид «произведения». Например, оно может быть представимо в виде

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\rho\rangle|\sigma\rangle,$$

где $|\rho\rangle$ – еще одно возможное состояние первой системы, а $|\sigma\rangle$ – еще одно возможное состояние второй системы. Это состояние представляет собой линейную суперпозицию, а именно: суперпозицию первой конъюнкции состояний $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$ плюс вторая конъюнкция состояний $|\rho\rangle$ и $|\sigma\rangle$, и не может быть представлено в виде простого произведения (т.е. как конъюнкция двух состояний). Еще один пример – состояние $|\alpha\rangle|\beta\rangle - i|\rho\rangle|\sigma\rangle$ описывало бы другую такую линейную суперпозицию. Заметим, что квантовая механика требует проведения четкого различия между смыслом слов «плюс» и «и». И в обращении с этими словами нам следует быть более осторожными!

В случае трех частиц ситуация во многом аналогична. Чтобы задать общее частичное состояние в приведенном выше примере, где имеются только 10 возможных положений, нам потребовалось бы теперь 1000 комплексных чисел! Полный базис для трехчастичных состояний состоял бы из следующих элементов:

$$|0\rangle|0\rangle|0\rangle, |0\rangle|0\rangle|1\rangle, |0\rangle|0\rangle|2\rangle, ..., |9\rangle|9\rangle|9\rangle.$$

Частные трехчастичные состояния имели бы вид произведений трех сомножителей

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle,$$

(где $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ и $|\gamma\rangle$ – не обязательно состояния с определенным положением), но для общего трехчастичного состояния нам понадобилось бы построить суперпозицию большого числа состояний типа этих простых «произведений». Соответствующая схема получения общего состояния для четырех и более частиц должна быть очевидна.

До сих пор мы рассматривали случай различимых частиц, когда все частицы: «первая», «вторая», «третья» и т.д. принадлежат к разным типам. Одна из поразительных особенностей квантовой механики заключается в том, что в случае «тождественных» частиц правила коренным образом меняются. Действительно, правила становятся такими, что в самом прямом смысле частицы определенного типа должны быть не просто почти тождественными, а в точности тождественными. Это относится ко всем электронам и ко всем фотонам. Но оказывается, что все электроны тождественны друг другу совсем не так, как тождественны все фотоны! Различие заключается в том, что электроны принадлежат к так называемым фермионам, тогда как фотоны принадлежат к бозонам. Эти два класса частиц надлежит рассматривать весьма различным образом.

Прежде чем я окончательно запутаю читателя этими словесными несуразностями, позвольте мне попытаться объяснить, как действительно следует характеризовать фермионные и бозонные состояния. Правило состоит в следующем. Если $|\psi\rangle$ – состояние, содержащее некоторое число фермионов определенного типа, то при перестановке любых двух фермионов $|\psi\rangle$ должно перейти в $-|\psi\rangle$:

$$|\psi\rangle \rightarrow -|\psi\rangle.$$

Если состояние $|\psi\rangle$ содержит некоторое число бозонов определенного типа, то при перестановке любых двух бозонов $|\psi\rangle$ должно перейти в $|\psi\rangle$:

$$|\psi\rangle \rightarrow |\psi\rangle.$$

Отсюда следует, что никакие два фермиона не могут находиться в одном и том же состоянии. Действительно, если бы какие-нибудь два фермиона находились в одном и том же состоянии, то их перестановка вообще никак не сказывалась бы на полном состоянии системы, следовательно должно было бы выполняться $-|\psi\rangle = |\psi\rangle$, т.е. $|\psi\rangle = 0$, что не допустимо для квантового состояния. Это свойство известно как принцип запрета Паули,[127] а его следствия для структуры вещества имеют фундаментальный характер. Действительно, все главные составляю-

[127] Блестящий австрийский физик Вольфганг Паули, сыгравший выдающуюся роль в развитии квантовой механики, выдвинул свой принцип запрета в 1925 году в качестве гипотезы. Полная квантово-механическая теория того, что мы ныне называем «фермионами», была разработана в 1926 году выдающимся физиком Энрико Ферми и великим Полем Дираком, с которым мы уже несколько раз встречались по ходу изложения. Статистическое поведение фермионов соответствует «статистике Ферми–Дирака» (отличной от «статистики Больцмана» – классической статистики различимых частиц). «Статистика Бозе–Эйнштейна» бозонов была разработана для рассмотрения фотонов замечательным индийским физиком Шатьендранатом Бозе и Альбертом Эйнштейном в 1924 году.

щие вещества: электроны, протоны и нейтроны принадлежат к числу фермионов. Не будь принципа запрета, вещество бы просто сколлапсировало!

Вернемся к нашему примеру с 10 положениями и предположим теперь, что у нас есть состояние, состоящее из двух тождественных фермионов. Состояние $|0\rangle|0\rangle$ исключается в силу принципа Паули (при перестановке первого множителя со вторым оно переходит в себя вместо того, чтобы переходить в себя со знаком минус). Кроме того, состояние $|0\rangle|1\rangle$ также само по себе должно быть исключено, так как при перестановке множителей знак минус не появляется; но это легко можно исправить, если заменить произведение $|0\rangle|1\rangle$ комбинацией

$$|0\rangle|1\rangle - |1\rangle|0\rangle.$$

(Для нормировки оба члена можно было бы умножить на общий множитель $1/\sqrt{2}$.) Это состояние правильно изменяет знак при перестановке первой частицы со второй, но теперь состояния $|0\rangle|1\rangle$ и $|1\rangle|0\rangle$ уже не независимы. Вместо этих двух состояний нам теперь разрешается иметь только одно состояние! Всего существует

$$\tfrac{1}{2}\,(10 \times 9) = 45$$

состояний такого рода – по одному на каждую неупорядоченную пару различных состояний из $|0\rangle$, $|1\rangle$, ..., $|9\rangle$. Таким образом, для задания двухфермионного состояния в нашей системе необходимы 45 комплексных чисел. В случае трех фермионов нам требуются 3 различные позиции, и базисные состояния выглядят следующим образом

$$|0\rangle|1\rangle|2\rangle + |1\rangle|2\rangle|0\rangle + |2\rangle|0\rangle|1\rangle - |0\rangle|2\rangle|1\rangle - |2\rangle|1\rangle|0\rangle - |1\rangle|0\rangle|2\rangle.$$

Всего таких состояний $(10 \times 9 \times 8)/6 = 120$, поэтому для задания трехфермионного состояния необходимы 120 комплексных чисел.

Для пары тождественных бозонов независимые базисные состояния бывают двоякого рода, а именно такие, как

$$|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|0\rangle.$$

и такие, как

$$|0\rangle|0\rangle.$$

(которое теперь разрешается), что дает всего $10 \times 11/2 = 55$ базисных состояний. Таким образом, для задания двухбозонных состояний требуется 55 комплексных чисел. Для трех бозонов существуют базисные состояния трех различных типов и для задания каждого из них требуются $(10 \times 11 \times 12)/6 = 220$ комплексных чисел, и так далее.

Разумеется, для того, чтобы донести до читателя основные идеи, я рассматривал упрощенную ситуацию. Более реалистическое описание потребовало бы целый континуум состояний с определенным положением, но существенные идеи остаются такими же. Еще одно небольшое осложнение связано с наличием спина. Для каждой частицы со спином 1/2 (такая частица с необходимостью является фермионом) в каждом положении существовало бы 2 возможных состояния. Обозначим их “↑” (спин «вверх») и “↓” (спин «вниз»). Тогда в рассматриваемой нами упрощенной ситуации мы получаем не 10, а 20 базисных состояний

$$|0\uparrow\rangle, |0\downarrow\rangle, |1\uparrow\rangle, |1\downarrow\rangle, |2\uparrow\rangle, |2\downarrow\rangle, ..., |9\uparrow\rangle, |9\downarrow\rangle.$$

а в остальном рассуждать следует так же, как было сделано только что (таким образом, для двух таких фермионов необходимо взять $(20 \times 19)/2 = 190$ чисел, для трех – $(20 \times 19 \times 18)/6 = 1140$ и т.д.).

В главе 1 я упоминал о том, что согласно современной теории, если частицу из тела человека поменять местами с аналогичной частицей из кирпича в стене его жилища, то ничего не произойдет. Если бы эта частица была бозоном, то, как мы знаем, состояние $|\psi\rangle$ действительно осталось бы совершенно не изменившимся. Если бы эта частица была фермионом, то состояние $|\psi\rangle$ в результате обмена частиц перешло бы в $-|\psi\rangle$, физически тождественное состоянию $|\psi\rangle$. (В случае необходимости изменение знака можно устранить с помощью простой меры предосторожности, а именно: при замене одной частицы на другую, повернуть одну из двух частиц на 360° вокруг ее оси. Напомним, что фермионы изменяют знак при таком повороте, а состояние бозонов остается неизменным!) Современная теория (существующая примерно с 1926 года) действительно сообщает нам нечто глубокое относительно индивидуального тождества мельчайших «кирпичиков» физической материи. Строго говоря, мы не можем говорить об «этом конкретном электроне» или об «индивидуальном фотоне». Утверждать, что «первый электрон находится здесь, а второй – там», означает утверждать, что состояние имеет вид $|0\rangle|1\rangle$, что, как мы уже знаем, недопустимо, если речь идет о фермионном состоянии! Однако вполне допустимо утверждение о том, что «существует пара электронов, один из которых находится здесь, а другой

– там». Вполне «законно» говорить о множестве всех электронов или всех протонов, или всех фотонов (хотя даже такое утверждение игнорирует взаимодействия между различными типами частиц). Индивидуальные электроны являются неким приближением к такой полной картине, как, впрочем, и индивидуальные протоны или индивидуальные фотоны. Для большинства целей этого приближения вполне достаточно, но существуют различные ситуации, при которых оно не срабатывает – убедительными контрпримерами могут служить сверхпроводимость, сверхтекучесть и излучение лазера.

Картина физического мира, которую представила нам квантовая механика, – совсем не то, к чему мы привыкли в классической физике. Но придержите вашу шляпу – в квантовом мире есть гораздо более странные вещи!

§6.18. «Парадокс» Эйнштейна, Подольского и Розена

Как упоминалось в начале этой главы, некоторые из идей Альберта Эйнштейна сыграли фундаментальную роль в развитии квантовой теории. Напомним, что именно Эйнштейн впервые ввел еще в 1905 году понятие «фотон» – квант электромагнитного поля – из этого понятия впоследствии выросла идея дуализма волна-частица. (Эйнштейну отчасти принадлежит и понятие «бозон», как и многие другие идеи, сыгравшие центральную роль в квантовой теории поля.) Тем не менее Эйнштейн так и не смог принять теорию, в которую впоследствии развились эти идеи, полагая, что такая теория не может быть описанием физического мира. Хорошо известно отвращение, которое Эйнштейн питал к вероятностному аспекту квантовой теории, и которое он в сжатой форме сформулировал в одном из писем к Максу Борну в 1926 году (письмо цитируется в книге: Пайс [1982], с. 443):

> «Квантовая механика производит очень внушительное впечатление. Но внутренний голос говорит мне, что это еще не настоящая “вещь”. Квантовая теория дает очень многое, но вряд ли способна приблизить нас к разгадке секрета Старика. Я глубоко убежден, что Он не играет в кости».

Однако, как оказывается, еще больше, чем такой физический индетерминизм, Эйнштейна беспокоило кажущееся отсутствие объективности в том, каким образом должна описываться квантовая теория. В моем изложении квантовой теории я пытался подчеркнуть, что описание мира, даваемое этой теорией, в действительности вполне объективно, хотя и кажется часто весьма странным и противоречащим интуиции. С другой стороны, Бор, по-видимому, считал, что квантовое состояние системы (между измерениями) не обладает настоящей физической реальностью, а действует лишь как свод «знаний некоторого субъекта» о рассматриваемой системе. Но разве различные наблюдатели не могут обладать различными знаниями о системе; тогда волновая функция должна была бы быть чем-то существенно субъективным, или «целиком существовать в уме физика»? Наша замечательно точная физическая картина мира, создававшаяся на протяжении многих столетий, не должна испариться целиком; поэтому Бору пришлось рассматривать мир на классическом уровне как действительно обладающий объективной реальностью. Но в состояниях на квантовом уровне, которые, казалось бы, лежат в основе всего, никакой «реальности» он не усматривал.

Такая картина была неприемлема для Эйнштейна, который был глубоко убежден в том, что объективный физический мир должен действительно существовать, даже на микроскопических масштабах квантовых явлений. В своих многочисленных дискуссиях с Бором Эйнштейн пытался (но неудачно) показать, что квантовой картине присущи внутренние противоречия, и что за квантовой теорией должна стоять какая-то более глубокая структура, возможно, более похожая на картины классической физики. Возможно, вероятностное поведение квантовых систем является проявлением статистических эффектов более малых компонентов, или частей, системы, о которых мы не располагаем непосредственным знанием.[128] Последователи Эйнштейна, в особенности Давид Бом, развили высказанную им идею о «скрытых переменных», согласно которой должна существовать некоторая вполне определенная реальность, но параметры, точно

[128] **В.Э.:** Бóльшую часть своей жизни и я придерживался такого мнения, открыто солидаризируясь с Эйнштейном {VIEWS.79 = МОИ № 100}. Однако в последнее время я стал склоняться к мнению, что дело не в «более малых компонентах», а в принципиальной неприспособленности нашей мозговой операционной системы к отображению таких явлений природы, какие стоят за квантовой механикой.

определяющие систему, не доступны нам непосредственно, и квантовые вероятности возникают из-за того, что значения этих параметров неизвестны до измерения.

Согласуется ли теория скрытых переменных со всеми наблюдаемыми фактами квантовой физики? Похоже, что ответ на этот вопрос должен быть утвердительным, но только если эта теория по существу нелокальна в том смысле, что скрытые параметры должны иметь возможность мгновенно влиять на элементы системы в сколь угодно далеких областях! Такая ситуация не понравилась бы Эйнштейну, особенно в связи с возникающими трудностями в специальной теории относительности. К ним я еще вернусь в дальнейшем. Наиболее успешная теория скрытых переменных известна как модель де Бройля (де Бройль [1956], Бом [1952]). Я не буду обсуждать здесь эти модели, так как в этой главе моя цель состоит только в том, чтобы дать общий обзор стандартной квантовой теории, а не различных соперничающих с ней положений. Если кто-нибудь жаждет физической реальности, но готов пожертвовать детерминизмом, то самой стандартной теории вполне достаточно. Он просто рассматривает вектор состояния как описывающий «реальность» – обычно изменяющийся во времени в соответствии с гладкой детерминистской U-процедурой, но время от времени совершающий причудливые «прыжки» в соответствии с R-процедурой всякий раз, когда эффект увеличивается до классического уровня. Но проблема нелокальности и явных трудностей с относительностью сохраняются. Рассмотрим некоторые из них.

Предположим, что у нас имеется физическая система, состоящая из двух подсистем A и B. Пусть, например, A и B – две различные частицы. Предположим, что для состояния частицы A существуют две (ортогональные) альтернативы $|\alpha\rangle$ и $|\rho\rangle$, а для состояния частицы B – две (ортогональные) альтернативы $|\beta\rangle$ и $|\sigma\rangle$. Как мы уже видели выше, общее комбинированное состояние системы будет не просто произведением (конъюнкцией «и») некоторого состояния частицы A и некоторого состояния частицы B, а суперпозицией («плюс») таких произведений. (Тогда мы говорим, что A и B коррелированы.) Пусть состояние системы представимо суперпозицией

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle + |\rho\rangle|\sigma\rangle.$$

Произведем измерение типа «да или нет» над частицей A, которое отличает состояние $|\alpha\rangle$ (ДА) от состояния $|\rho\rangle$ (НЕТ). Что произойдет при этом с частицей B? Если измерение даст ответ ДА, то результирующим должно быть состояние

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle,$$

а если измерение даст ответ НЕТ, то

$$|\rho\rangle|\sigma\rangle.$$

Таким образом, измерение, производимое нами над частицей A, заставляет состояние частицы B измениться скачком: перейти в $|\beta\rangle$, если получен ответ ДА, и перейти в $|\sigma\rangle$, если получен ответ НЕТ. Частица B не обязательно должна находиться поблизости от частицы A; частицы могут быть разделены расстоянием в несколько световых лет. И всё же частица B скачком переходит из одного состояния в другое одновременно с измерением, производимым над частицей A!

«Но постойте», – вполне может сказать читатель. К чему все эти подозрительные «скачки»? Почему не происходит просто следующее: представьте себе ящик, о котором известно, что в нем лежит один черный и один белый шар. Предположим, что некто извлек шары из ящика и, не глядя, отнес их в противоположные углы комнаты. Затем он взглянул на один шар и обнаружил, что он белый (аналог упоминавшегося выше состояния $|\alpha\rangle$), тогда – алле-оп! – другой шар оказывается черным (аналог состояния $|\beta\rangle$)! С другой стороны, если первый шар оказался черным (аналог состояния $|\rho\rangle$), то в мгновение ока состояние второго шара скачком переходит в «заведомо белый» (аналог состояния $|\sigma\rangle$). Никто из читателей или читательниц в здравом уме не станет упорно приписывать внезапный переход второго шара из состояния «неопределенности» в состояние «определенно черный» или «определенно белый» некоторому таинственному нелокальному «влиянию», мгновенно доходящему до него от первого шара в тот самый момент, когда наблюдатель рассмотрел первый шар.

Но природа действует еще более изощренно. Действительно, в приведенном выше примере можно было бы представить, что система уже «знала», что частица B находилась в состоянии $|\beta\rangle$, а частица A – в состоянии $|\alpha\rangle$ (или что частица B находилась в состоянии $|\sigma\rangle$, а частица A – в состоянии $|\rho\rangle$) до того, как над A было произведено измерение; и только экспериментатору состояния частиц не были известны. Обнаружив, что частица A находится в состоянии $|\alpha\rangle$, он просто заключил, что частица B находится в состоянии $|\beta\rangle$. Такая точка зрения была бы «классической» – как в локальной теории скрытых переменных – и никаких скачкообразных физических переходов из одного состояния в другое в действительности не происходит. (Всё это происходит лишь в уме экспериментатора!) Согласно такой точке зрения любая часть системы заранее «знает» результаты любого эксперимента, который мог бы быть произведен над ней. Вероятности возникают только из-за отсутствия такого знания у экспериментатора. Достойно удивления, что, как оказывается, эта точка зрения не срабатывает для объяснения всех загадочных нелокальных вероятностей, возникающих в квантовой теории!

Чтобы убедиться в этом, рассмотрим ситуацию, аналогичную изложенной выше, но такую, что выбор измерения, производимого над системой A, остается нерешенным до тех пор, пока системы A и B не окажутся пространственно разделенными. Тогда, как представляется, факт выбора измерения мгновенно окажет влияние на поведение системы B! Этот кажущийся парадоксальным «мысленный эксперимент» (ЭПР-типа) был предложен Альбертом Эйнштейном, Борисом Подольским и Натаном Розеном [1935]. Я опишу его вариант, предложенный Давидом Бомом [1951]. То, что никакое локальное «реалистическое» (т.е. типа скрытых переменных или «классического типа») описание не может дать правильные квантовые вероятности, следует из одной замечательной теоремы Джона С. Белла (Белл [1987], Рэй [1986], Сквайерс [1986]).

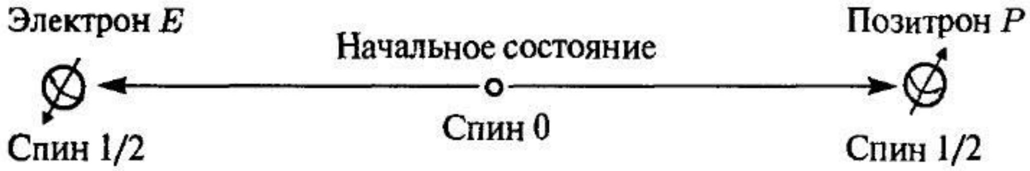


Рис. 6.30. Частица с нулевым спином распадается на две частицы с половинным спином – электрон E и позитрон P. Представляется, что измерение спина одной из частиц со спином 1/2 мгновенно фиксирует состояние спина другой частицы

Предположим, что две частицы со спином 1/2, которые я буду называть электроном и позитроном (т.е. антиэлектроном), возникли в результате распада одной частицы со спином 0 в некоторой точке (центре), и что они движутся от центра в противоположных направлениях (рис. 6.30). Из закона сохранения углового момента следует, что спины электрона и позитрона в сумме должны давать 0, так как угловой момент исходной частицы был равен 0. Отсюда следует, что когда мы измеряем спин электрона в каком-нибудь направлении, то, какое направление мы бы ни выбрали, спин позитрона окажется направленным в противоположную сторону! Электрон и позитрон могут быть разделены расстоянием в несколько миль или даже световых лет, тем не менее кажется, что сам выбор измерения, производимого над одной частицей, мгновенно фиксирует ось спина другой частицы!

Попытаемся теперь выяснить, как квантовый формализм приводит нас к такому заключению. Представим состояние двух частиц с суммарным нулевым угловым моментом вектором состояния $|Q\rangle$. Тогда имеем соотношение

$$|Q\rangle = |E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle - |E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle,$$

где E означает электрон, а P – позитрон. Здесь всё описывается в терминах направлений спина «вверх/вниз». Мы видим, что полное состояние является линейной суперпозицией электрона со спином вверх и позитрона со спином вниз, а также электрона со спином вниз и позитрона со спином вверх. Таким образом, если мы измеряем спин электрона в направлении «вверх/вниз» и обнаруживаем, что спин направлен вверх, то мы должны скачком перейти к состоянию $|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle$, поэтому спиновое состояние позитрона должно быть направлено вниз. С другой стороны, если мы обнаруживаем, что спин электрона направлен вниз, то состояние скачком переходит в $|E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle$, поэтому спин позитрона направлен вверх.

Предположим, что мы выбрали какую-то другую пару противоположных направлений, например, вправо и влево, где

$$|E\rightarrow\rangle = |E\uparrow\rangle + |E\downarrow\rangle, \quad |P\rightarrow\rangle = |P\uparrow\rangle + |P\downarrow\rangle$$

и

$$|E\leftarrow\rangle = |E\uparrow\rangle - |E\downarrow\rangle, \quad |P\leftarrow\rangle = |P\uparrow\rangle - |P\downarrow\rangle.$$

Тогда мы находим (если угодно, можете проверить выкладки):

$$
\begin{aligned}
&|E\rightarrow\rangle|P\leftarrow\rangle-|E\leftarrow\rangle|P\rightarrow\rangle=\\
&=(|E\uparrow\rangle+|E\downarrow\rangle)(|P\uparrow\rangle-|P\downarrow\rangle)-\\
&\quad-(|E\uparrow\rangle-|E\downarrow\rangle)(|P\uparrow\rangle+|P\downarrow\rangle)=\\
&=|E\uparrow\rangle|P\uparrow\rangle+|E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle-|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle-\\
&\quad-|E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle-|E\uparrow\rangle|P\uparrow\rangle+|E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle-\\
&\quad-|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle+|E\downarrow\rangle|P\downarrow\rangle=\\
&=-2(|E\uparrow\rangle|P\downarrow\rangle-|E\downarrow\rangle|P\uparrow\rangle)=\\
&=-2|Q\rangle,
\end{aligned}
$$

т.е. мы получили (с точностью до несущественного множителя –2) то же самое состояние, из которого мы «стартовали». Таким образом, наше исходное состояние можно одинаково хорошо считать линейной суперпозицией электрона со спином вправо, позитрона со спином влево, и электрона со спином влево, позитрона со спином вправо! Выписанное выше выражение полезно, если мы решили измерять спин электрона в направлении вправо–влево вместо направления вверх–вниз. Если мы обнаружим, что спин электрона действительно направлен вправо, то состояние системы скачком переходит в $|E\rightarrow\rangle|P\leftarrow\rangle$, поэтому спин позитрона направлен влево. С другой стороны, если мы обнаружим, что спин электрона направлен влево, то состояние системы скачком переходит в $|E\leftarrow\rangle|P\rightarrow\rangle$, поэтому спин позитрона направлен вправо. Если бы мы стали измерять спин электрона в любом другом направлении, то получили бы соответствующую ситуацию: спиновое состояние позитрона мгновенно перешло бы скачком либо в измеряемое направление, либо в противоположное направление, в зависимости от измерения спина электрона.

Почему мы не можем моделировать спины наших частиц – электрона и позитрона аналогично тому, как мы поступили в приведенном выше примере с черным и белым шарами, извлекаемыми из ящика? Будем рассуждать на самом общем уровне. Вместо черного и белого шаров мы могли бы взять два каких-нибудь технических устройства E и P, первоначально образовывавших единое целое, а затем начавших двигаться в противоположные стороны. Предположим, что каждое из устройств E и P способно давать ответ ДА или НЕТ на измерение спина в любом заданном направлении. Этот ответ может полностью определяться технической начинкой устройства при любом выборе направления – или, может быть, устройство дает только вероятностные ответы (вероятность определяется его технической начинкой) – но при этом мы предполагаем, что после разделения каждое из устройств E и P ведет себя совершенно независимо от другого.

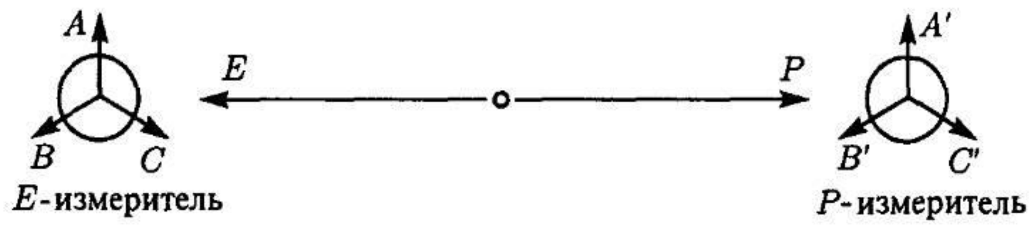


Рис. 6.31. Простая версия парадокса ЭПР, принадлежащая Дэвиду Мермину, и теорема Белла, показывающие, что существует противоречие между локальным реалистическим взглядом на природу и результатами квантовой теории, E-измеритель и P-измеритель каждый независимо имеет по три настройки для направлений, в которых они могут измерять спины соответствующих частиц (электрона и позитрона)

Поставим с каждой стороны измерители спина, один из которых измеряет спин E, а другой – спин P. Предположим, что каждый измеритель обладает тремя настройками для измерения направления спина при каждом измерении, например, настройками A, B, C для измерителя спина E и настройками A', B', C' для измерителя спина P. Направления A', B', C' должны быть параллельны, соответственно, направлениям A, B и C. Предполагается также, что все три направления A, B и C лежат в одной плоскости и образуют между собой попарно равные углы, т.е. углы в 120° (рис. 6.31). Предположим теперь, что эксперимент повторяется многократно и дает различные результаты для каждой из настроек. Иногда E-измеритель фиксирует ответ ДА (т.е. спин направлен вдоль измеряемого направления A, B или C), иногда фиксирует ответ НЕТ (т.е. спин имеет направление, противоположное тому, в котором производится измерение). Аналогично, *P*-измеритель фиксирует иногда ответ ДА, иногда – НЕТ. Обратим внимание на два свойства, которыми должны обладать настоящие квантовые вероятности:

(1) Если настройки устройств *E* и *P* одинаковы (т.е. *A* совпадает с *A′* и т.д.), то результаты измерений, производимых с помощью устройств *E* и *P*, всегда не согласуются между собой (т.е. *E*-измеритель фиксирует ответ ДА всякий раз, когда *P*-измеритель дает ответ НЕТ, и ответ НЕТ всякий раз, когда *P*-измеритель дает ответ ДА).

(2) Если лимбы настроек могут вращаться и установлены случайно, т.е. полностью независимо друг от друга, то два измерителя равновероятно дают как согласующиеся, так и не согласующиеся результаты измерений.

Нетрудно видеть, что свойства (1) и (2) непосредственно следуют из приведенных выше правил квантовых вероятностей. Мы можем предположить, что *E*-измеритель срабатывает первым. Тогда *P*-измеритель обнаруживает частицу, спиновое состояние которой имеет направление, противоположное измеренному *E*-измерителем, поэтому свойство (1) следует немедленно. Чтобы получить свойство (2), заметим, что для измеряемых направлений, образующих между собой углы в 120°, если *E*-измеритель дает ответ ДА, то *P*-направление расположено под углом 60° к тому спиновому состоянию, на которое действует *P*-измеритель, а если *E*-измеритель дает ответ НЕТ, то *P*-направление образует угол 120° с этим спиновым состоянием. С вероятностью 3/4 = (1/2)(1 + cos 60°) измерения согласуются, и с вероятностью 1/4 = (1/2)(1 + cos 120°) они не согласуются. Таким образом, усредненная вероятность для трех настроек *P*-измерителя при условии, что *E*-измеритель дает ответ ДА, составляет (1/3)(0 + 3/4 + 3/4) = 1/2 для ответа ДА, даваемого *P*-измерителем, и (1/3)(1 + 1/4 + 1/4) = 1/2 для ответа НЕТ, даваемого *P*-измерителем, т.е. результаты измерений, производимых *E*- и *P*-измерителями, равновероятно согласуются и не согласуются. Аналогичная ситуация возникает и в том случае, когда *E*-измеритель дает ответ НЕТ. Это и есть свойство (2) (см. с. 218)[129].

Замечательно, что свойства (1) и (2) не согласуются с любой локальной реалистической моделью (т.е. с любой разновидностью устройств рассматриваемого типа)! Предположим, что у нас есть такая модель, *E*-машину следует приготовить для каждого из возможных измерений *A, B* или *C*. Заметим, что если бы ее следовало готовить только для получения вероятностного ответа, то *P*-машина (в соответствии со свойством (1)) не могла бы достоверно давать результаты измерения, не согласующиеся с результатами измерения *E*-машины. Действительно, обе машины должны давать свои ответы, определенным образом приготовленные заранее, на каждое из трех возможных измерений. Предположим, например, что эти ответы должны быть ДА, ДА, ДА, соответственно, для настроек *A, B, C*; тогда правая частица должна быть приготовлена так, чтобы давать ответы НЕТ, НЕТ, НЕТ при соответствующих трех настройках. Если же вместо этого приготовленные ответы левой частицы гласят: ДА, ДА, НЕТ, то ответами правой частицы должны быть НЕТ, НЕТ, ДА. Все остальные случаи по существу аналогичны только что приведенным. Попытаемся теперь выяснить, согласуется ли это со свойством (2). Наборы ответов ДА, ДА, ДА / НЕТ, НЕТ, НЕТ не слишком многообещающи, так как дают 9 случаев несоответствия и 0 случаев соответствия при всех возможных парах настроек *A*/*A′*, *A*/*B′*, *A*/*C′*, *B*/*A′* и т.д. А как обстоит дело с наборами ДА, ДА, НЕТ / НЕТ, НЕТ, ДА и тому подобными ответами? Они дают 5 случаев несоответствия и 4 случая соответствия. (Чтобы убедиться в правильности последнего утверждения, произведем подсчет случаев: Д/Н, Д/Н, Д/Д, Д/Н, Д/Н, Д/Д, Н/Н, Н/Н, Н/Д. Мы видим, что в 5 случаях ответы не согласуются и в 4 случаях согласуются.) Это уже гораздо ближе к тому, что требуется для свойства (2), но еще недостаточно хорошо, так как случаев несоответствия ответов должно быть столько же, сколько случаев соответствия! Для любой другой пары наборов возможных ответов, согласующихся со свойством (1), мы снова получили бы соотношение 5 к 4 (за исключением наборов НЕТ, НЕТ, НЕТ / ДА, ДА, ДА, для которых соотношение было бы хуже – снова 9 к 0). Не существует набора приготовленных ответов, который могли бы дать квантово-механические вероятности. Локальные реалистические модели исключаются![130]

---

[129] **В.Э.:** Это §6.13 выше в этом томе.

[130] Это настолько замечательный и важный результат, что стоит изложить еще один его вариант. Предположим, что существуют всего лишь две настройки для *E*-измерителя: вверх [↑] и вправо [→], и две настройки для *P*-измерителя – под углом 45° к направлению вправо вверх [↗] и под углом 45° к направлению вправо вниз [↘].Предположим, что реальные настройки для *E*- и *P*-измерителей – соответственно [→] и [↗]. Тогда вероятность того, что *E*- и *P*-измерения дадут согласующиеся результаты,

§6.19. Эксперименты с фотонами: проблема для специальной теории относительности?

Мы должны спросить, существуют ли реальные эксперименты, которые подкрепляют эти удивительные квантовые ожидания? Только что описанный точный эксперимент – гипотетический, он никогда не был осуществлен на самом деле. Но были осуществлены похожие эксперименты, в которых использовалась поляризация пары фотонов, а не спин массивных частиц со спином 1/2. Кроме этого различия проведенные эксперименты не отличались в принципе от описанного выше гипотетического эксперимента – за исключением того, что фигурировавшие в них углы были вдвое меньше углов для частиц со спином 1/2 (так как спин фотона равен 1, а не 1/2). Поляризации пар фотонов были измерены в нескольких различных комбинациях направлений, и результаты оказались в полном соответствии с предсказаниями квантовой теории, и не согласовывались ни с какой локальной реалистической моделью!

Наиболее точные и убедительные экспериментальные результаты, полученные к настоящему времени, принадлежат Алену Аспекту [1986] и его коллегам из Парижа.[131] Эксперименты Аспекта обладают еще одной интересной особенностью. «Выбор» способа измерения поляризаций фотонов определялся только после испускания фотонов, когда они уже находились в полете. Таким образом, если мы мысленно представим себе некоторое нелокальное «влияние», распространяющееся от детектора одного фотона к фотону, находящемуся на противоположной стороне, и сигнализирующее о направлении, в котором экспериментатор намеревается измерить направление поляризации приближающегося фотона, то придем к заключению, что это «влияние» должно распространяться быстрее света! Ясно, что любое реалистическое описание квантового мира, согласующееся с этими фактами, должно быть не-причинным в том смысле, что влияние должно обладать способностью распространяться быстрее света!

Но в предыдущей главе мы видели, что в силу теории относительности, испускание сигналов, распространяющихся быстрее света, приводит к абсурдным ситуациям (и противоречит нашим представлениям о «свободе воли» и т.д.; см. с. 176)[132]. Это определенно справедливо, однако нелокальные «влияния», возникающие в мысленных экспериментах типа ЭПР, не таковы, чтобы их можно было использовать для отправления сообщений (по той самой причине, как это нетрудно понять, что это могло бы приводить к абсурдным ситуациям). (Подробное доказательство того, что такие «влияния» не могут быть использованы для испускания сигналов и передачи сообщений, было дано Гирарди, Римини и Вебером [1980].) Бесполезно знать, что фотон поляризован «либо вертикально, либо горизонтально» (или,

---

равна (1/2) (1+cos 135°) = 0,146..., что чуть меньше 15%. Длинная последовательность экспериментов при таких настройках, например,

E: ДННДНДДДНДДННДННННДДН...

P: НДДННННДНДННДДНДДНДННД...

даст нам согласие лишь немного меньше 15%. Предположим теперь, что на *P*-измерения никак не влияет *E*-настройка – т.е. что если *E*-настройка была бы [↑], а не [→], то исходы *P*-измерений были бы такими же, а так как угол между [↑] и [↗] такой же, как между [→] и [↗], то вероятность согласия между исходами *P*-измерений и новых *E*-измерений (обозначим их, например, *E′*-измерениями) по-прежнему была бы лишь немного меньше 15%. С другой стороны, если *E*-настройка была бы [→], как прежде, а *P*-настройка была бы [↘], а не [↗], то серия *E*-результатов осталась бы такой же, как прежде, а новая серия *P*-результатов, которую мы обозначим, например, *P′*, была бы в согласии лишь немногим меньше 15% с исходной серией *E*-результатов. Отсюда следует, что согласие между *P′*-измерением и *E′*-измерением могло бы быть не выше 45% (=15% +15% +15%), если бы эти измерения производились бы, соответственно, при настройках [↘] и [↑]. Но угол между [↘] и [↑] равен 135°, а не 45°, поэтому вероятность согласия должна была бы быть чуть больше 85%, а не 45%. Это – противоречие, показывающее, что допущение, согласно которому выбор измерения, произведенного *E*-измерителем, не может влиять на результаты *P*-измерений (и наоборот) должно быть ложно! За этот пример я признателен Дэвиду Мермину. Вариант, приведенный в тексте, заимствован из его статьи (Мермин [1985]).

[131] Более ранние результаты, принадлежавшие Фридману и Клаузеру [1972], основаны на идеях, высказанных Клаузером, Хорном, Шимони и Холтом [1969]. В этих экспериментах всё еще имеется один спорный пункт в связи с тем, что используемые в экспериментах детекторы фотонов обладают КПД, существенно меньшим 100%, поэтому лишь сравнительно малая доля испущенных фотонов оказывается реально детектированной. Однако даже с такими детекторами согласие с квантовой теорией столь совершенно, что трудно понять, как повышение КПД детекторов способно внезапно ухудшить согласие с теорией!

[132] **В.Э.:** Это §5.13 выше в этом томе.

наоборот, «либо под углом 60°, либо 150°») до тех пор, пока экспериментатор не информирован, какая из альтернатив соответствует действительности. Именно эта часть «информации» (т.е. альтернативные направления поляризации) распространяется быстрее света («мгновенно»), тогда как информация о том, в каком из двух направлений действительно поляризован фотон, доходит до экспериментатора медленнее и через обычный сигнал, сообщающий результат первого измерения поляризации.

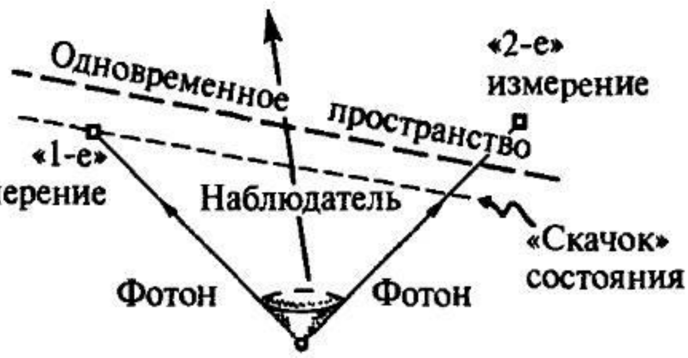


Рис. 6.32. У двух различных наблюдателей формируются взаимно несогласованные картины «реальности» в эксперименте ЭПР, в котором два фотона в состоянии со спином 0 испускаются в противоположных направлениях. С точки зрения наблюдателя, движущегося вправо, левая часть состояния совершает скачок до того, как производится измерение, где скачок обусловлен измерением, производимым над правой частью состояния. Наблюдатель, движущийся влево, придерживается противоположного мнения!

Хотя эксперименты типа ЭПР не противоречат (в обычном смысле передачи сообщений сигналами) причинности специальной теории относительности, существует определенный конфликт с духом теории относительности в нашей картине физической реальности. Попытаемся выяснить, каким образом реалистическая точка зрения, основанная на использовании понятия вектора состояния, применима к описанному выше эксперименту типа ЭПР (с фотонами). Когда два фотона разлетаются, вектор состояния описывает пару фотонов, действующих как единое целое. Ни один из фотонов в отдельности не обладает объективным состоянием: квантовое состояние применимо только к двум фотонам вместе. Ни один из фотонов в отдельности не обладает направлением поляризации: поляризация – комбинированное свойство двух фотонов вместе. При измерении поляризации одного из этих фотонов вектор состояния изменяется скачком, так что неизмеряемый фотон обретает определенную поляризацию. Когда затем измеряется его поляризация, то правильные значения вероятности получаются с помощью обычных квантовых правил, применяемых к поляризационному состоянию фотона. Такой подход позволяет получать правильные ответы; именно так мы обычно применяем квантовую механику. Но такая точка зрения по существу нерелятивистская. Действительно, два измерения поляризации разделены пространственноподобным интервалом. Это означает, что каждое измерение лежит вне светового конуса другого, как точки R и Q на рис. 5.21. Вопрос о том, какое из этих измерений произведено первым, не имеет реального физического смысла, а зависит от состояния движения «наблюдателя» (рис. 6.32). Если «наблюдатель» достаточно быстро движется вправо, то измерение, производимое справа, он считает происходящим первым; а если «наблюдатель» движется влево, то первым он считает измерение, производимое слева. Но если мы сочтем, что первым был измерен правый фотон, то получим совершенно другую картину физической реальности, чем та, которая получается, если мы сочтем, что первым был измерен левый фотон! (Это – другое измерение, вызывающее нелокальный «скачок».) Между нашей пространственно-временно́й картиной физической реальности (даже правильной нелокальной квантово-механической картиной) и специальной теорией относительности имеется существенное противоречие! Это – трудная задача, адекватное решение которой не удалось пока решить «квантовым реалистам» (см. Ааронов, Альберт [1981]). К этому вопросу мне еще придется вернуться в дальнейшем.

§6.20. Уравнение Шрёдингера; уравнение Дирака

Выше в этой главе я уже упоминал об уравнении Шрёдингера, которое является хорошо определенным детерминистским уравнением, во многих отношениях аналогичным уравнениям классической физики. Правила гласят, что до тех пор, пока над квантовой системой не производятся «измерения» (или «наблюдения»), уравнение Шрёдингера должно оставаться справедливым. Читатель может захотеть узнать, как выглядит уравнение Шрёдингера в явном виде:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = H|\psi\rangle.$$

Напомним, что $\hbar$ – дираковский вариант постоянной Планка ($h/2\pi$) (мнимая единица $i = \sqrt{-1}$), оператор $\partial/\partial t$ (частного дифференцирования по времени), действующий на $|\psi\rangle$, просто означает скорость изменения состояния $|\psi\rangle$ со временем. Уравнение Шрёдингера означает, что эволюцию состояния $|\psi\rangle$ описывает величина $H|\psi\rangle$.

Но что такое «H»? Это – функция Гамильтона, которую мы рассматривали в предыдущей главе, но с одним принципиальным различием! Напомним, что классическая функция Гамильтона, или гамильтониан, – это выражение для полной энергии через различные координаты положения q_i и импульсные координаты p_i всех физических объектов, входящих в систему. Чтобы получить квантовый гамильтониан, мы берем то же самое выражение, но вместо каждого импульса p_i подставляем дифференциальный оператор, кратный оператору частного дифференцирования по q_i. В частности, p_i мы заменяем на $-i\hbar\,\partial/\partial q_i$. В результате наш квантовый гамильтониан H становится некоторой (нередко сложной) математической операцией, включающей в себя дифференцирование и умножение (причем не только на число!) и т.д. Это выглядит, как фокус-покус! Но дело не просто в исполнении математических трюков; в действительности перед нами самая настоящая магия! (Некая толика «искусства» заключена уже в самом процессе получения квантового гамильтониана из классического, но еще более удивительно, имея в виду его «экстравагантную» природу, что неоднозначности, присущие этой процедуре, не играют сколь-нибудь существенную роль.)

Относительно уравнения Шрёдингера (что бы ни означало H) важно заметить, что оно линейное, т.е. если $|\psi\rangle$ и $|\varphi\rangle$ оба удовлетворяют уравнению Шрёдингера, то ему также удовлетворяет $|\psi\rangle + |\varphi\rangle$, а в действительности любая комбинация $w|\psi\rangle + z|\varphi\rangle$, где w и z – заданные комплексные числа. Таким образом, комплексная линейная суперпозиция удовлетворяет уравнению Шрёдингера неограниченно долго. (Комплексная) линейная суперпозиция двух возможных альтернативных состояний не может быть «расщеплена» действием одного лишь оператора U! Именно поэтому необходимо действие оператора R как отдельной процедуры, чтобы в конце концов выжило всего лишь одно альтернативное состояние.

Подобно гамильтоновому формализму в классической физике, уравнение Шрёдингера не является лишь конкретным отдельным уравнением, а служит общей схемой для квантовомеханических уравнений. Если для решаемой задачи удалось получить квантовый гамильтониан, то эволюция состояния (его развитие во времени) в соответствии с уравнением Шрёдингера происходит так, как если бы $|\psi\rangle$ было каким-нибудь классическим полем, удовлетворяющим некоторому классическому полевому уравнению, например, уравнениям Максвелла. Действительно, если $|\psi\rangle$ описывает состояние отдельного фотона, то оказывается, что уравнение

Шрёдингера переходит в уравнения Максвелла! Уравнение для отдельного фотона есть в точности то самое уравнение,[133] которое было выведено для всего электромагнитного поля. Именно этим обстоятельством обусловлено волнообразное поведение фотона, аналогичное поведению электромагнитного поля Максвелла, и поляризация отдельных фотонов – эффекты, с которыми мы бегло ознакомились ранее. В качестве еще одного примера упомянем о том, что если $|\psi\rangle$ описывает состояние одного электрона, то уравнение Шрёдингера переходит в замечательное волновое уравнение Дирака, открытое в 1928 году после того, как Дирак приложил к его выводу немало проницательности и оригинальных идей.

В действительности уравнение Дирака для электрона по праву должно считаться наряду с уравнениями Максвелла и Эйнштейна одним из великих полевых уравнений физики. Чтобы создать у читателя адекватное представление об уравнении Дирака, мне понадобилось бы ввести здесь математические понятия, которые не столько проясняли суть дела, сколько затемнили бы его еще больше. Достаточно сказать, что в уравнении Дирака $|\psi\rangle$ обладает любопытным «фермионным» свойством $|\psi\rangle \to -|\psi\rangle$ при повороте на 360°, о котором мы упоминали выше (с. 216)[134]. Уравнения Дирака и Максвелла являются фундаментальными составляющими квантовой электродинамики, самой успешной из всех квантовых теорий поля. Давайте ознакомимся вкратце с этой теорией.

§6.21. Квантовая теория поля

Предмет, известный под названием «квантовая теория поля», возник из объединения идей специальной теории относительности и квантовой механики. От стандартной (т.е. нерелятивистской) квантовой механики квантовая теория поля отличается тем, что число частиц (любого рода) в ней не обязательно постоянно. Для каждого рода частицы существует ее античастица (иногда, как в случае фотонов, античастица и частица совпадают). Массивная частица и ее античастица могут аннигилировать с выделением энергии. С другой стороны, пара частица–античастица может рождаться из энергии. Действительно, число частиц не обязательно должно быть даже определенным, ибо допускаются линейные суперпозиции состояний с различным числом частиц. «Верховной» квантовой теорией поля по праву считается «квантовая электродинамика» – по сути, теория электронов и протонов. Квантовая теория поля замечательна точностью своих предсказаний (например, она предсказала точное значение магнитного момента электрона, упоминавшееся в предыдущей главе, с. 131)[135]. Однако она является весьма неупорядоченной (и не вполне непротиворечивой), так как изначально дает не имеющие физического смысла «бесконечные» ответы. Такие бесконечные значения, или расходимости, подлежат устранению с помощью так называемой процедуры «перенормировки». Не все квантовые теории поля поддаются перенормировке, и даже те, которые допускают перенормировку, наталкиваются на значительные вычислительные трудности.

Весьма популярен подход к квантовой теории поля через использование «интегралов по траекториям», включающих в себя образование квантовых линейных суперпозиций не только состояний различных частиц (как с помощью обычных волновых функций), но учитывающих все пространственно-временные истории физического поведения (доступный обзор см. в книге Фейнмана [1985]). Однако этот подход сам по себе приводит к дополнительным расходимостям, и придать смысл методу «интегралов по траекториям» можно только с помощью различных «математических трюков». Несмотря на несомненную силу и впечатляющую точность квантовой теории поля (в тех немногих случаях, когда теория может быть полностью применена), у физиков остается впечатление, что необходимо более глубокое понимание, прежде чем можно будет с уверенностью принять «картину физической реальности», к которой может привести квантовая теория поля.[136]

---

[133] Однако между отдельным фотоном и электромагнитным полем существует важное различие в типе допустимых решений уравнения. Классические максвелловские поля с необходимостью действительнозначные, тогда как состояния фотона комплекснозначные. К тому же фотон должен удовлетворять так называемому условию «положительной частоты».

[134] **В.Э.:** Это §6.12 выше в этом томе.

[135] **В.Э.:** Это §5.1 выше в этом томе.

[136] Кажется, что квантовая теория поля дает некоторый простор для невычислимости. (См. Комар [1964].)

Я хотел бы подчеркнуть, что согласие между квантовой теорией и специальной теорией относительности, достигающееся в квантовой теории поля, является лишь частичным – касается только U-части – и носит весьма формальный математический характер. Трудности непротиворечивой релятивистской интерпретации «квантовых скачков», связанных с R-частью, к которым приводят эксперименты типа ЭПР, даже не затрагиваются квантовой теорией поля. Кроме того, пока еще не существует непротиворечивой квантовой теории гравитационного поля, которой можно было бы верить. В главе 8 {МОИ № 16}я выскажу некоторые догадки относительно того, что эти проблемы не могут быть никак не связанными между собой.

§6.22. Кошка Шрёдингера

Наконец, обратимся к вопросу, который преследует нас с самого начала нашего описания. Почему мы не наблюдаем квантовых линейных суперпозиций объектов классических масштабов, например, крикетных шаров, находящихся одновременно в двух местах? Что заставляет определенные конфигурации атомов срабатывать как «измерительное устройство», так что R-процедура сменяет U? Разумеется, любая часть измерительного прибора сама по себе является частью физического мира и состоит из тех самых квантовомеханических компонент, поведение которых должен исследовать прибор. Почему бы не рассматривать измерительный прибор вместе с физической системой как единую составную квантовую систему! При таком подходе нет загадочного «внешнего» измерения. Составная система должна просто эволюционировать в соответствии с U. Но эволюционирует ли она именно так? Действие U-процедуры на составную систему полностью детерминистично и не оставляет места для вероятностных неопределенностей R-типа, встречающихся в «измерении» или «наблюдении», которые составная система производит над собой! В сказанном есть явное противоречие, которое проявляется особенно наглядно в знаменитом мысленном эксперименте, предложенном Эрвином Шрёдингером [1935]: в парадоксе «кошка Шрёдингера».

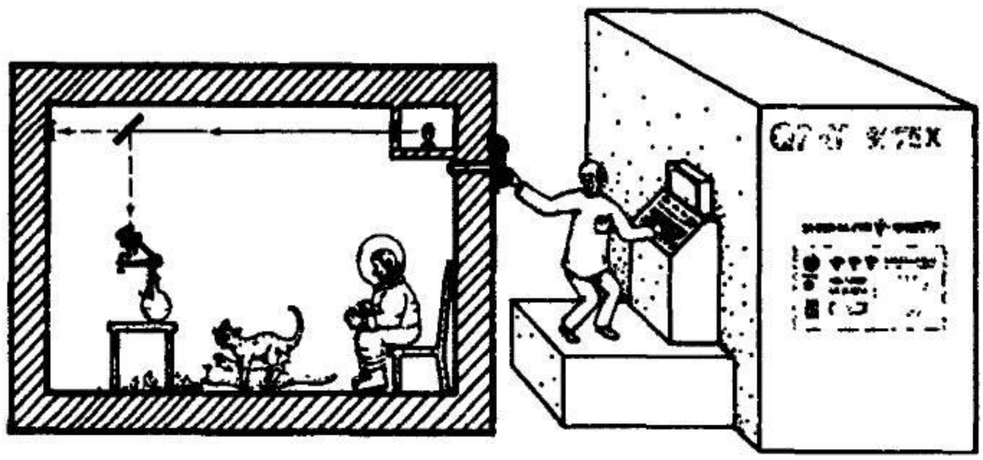


Рис. 6.33. «Кошка Шрёдингера» – с дополнениями

Представьте себе герметичный контейнер, спроектированный и построенный столь тщательно, что сквозь его стенки ни внутрь, ни наружу не проходит никакое физическое воздействие. Предположим, что внутри контейнера находится кошка, а также устройство, приводимое в действие («запускаемое») некоторым квантовым событием. Если это событие происходит, то устройство разбивает ампулу с синильной кислотой, и кошка погибает. Если событие не происходит, то кошка продолжает жить. В первоначальной версии Шрёдингера квантовым событием, запускающим устройство, был распад радиоактивного атома. Позвольте мне слегка модифицировать первоначальную версию Шрёдингера и выбрать в качестве квантового события, запускающего устройство, фотон, который, попадая в фотоэлемент, приводит его в действие – фотон, испущенный некоторым источником света в предопределенном состоянии и отраженный от полупосеребренного зеркала (рис. 6.33). Отражение от зеркала расщепляет волновую функцию фотона на две отдельные части, одна из которых отражается, а другая проходит сквозь зеркало. Отраженная часть волновой функции фотона фокусируется на фотоэлементе так, что если фотон регистрируется фотоэлементом, то это означает, что он отразился. В этом случае синильная кислота выделяется и кошка погибает. Если же фотоэлемент не срабатывает, то это означает, что фотон прошел сквозь полупосеребренное зеркало до стенки контейнера, расположенной за зеркалом, и кошка осталась жива.

С точки зрения (довольно рискованного) наблюдателя, находящегося внутри контейнера, именно таким было бы описание событий, происходящих внутри контейнера. Либо считается, что фотон отразился, так как по свидетельству наблюдателя фотоэлемент зарегистрировал фотон, и кошка погибла, либо считается, что фотон прошел сквозь зеркало, так как по свидетельству наблюдателя фотоэлемент не зарегистрировал фотон, и кошка осталась жива. Либо одно, либо другое действительно происходит: реализуется R-процедура, и вероятность каждой возможности составляет 50% (потому что зеркало полупосеребренное). Но взглянем теперь на события с точки зрения наблюдателя, находящегося снаружи контейнера. Мы можем считать, что начальный вектор состояния содержимого контейнера был «известен» наблюдателю до того, как контейнер был герметически запечатан. (Я отнюдь не хочу сказать, что вектор состояния содержимого контейнера мог быть известен на практике, но ничто в квантовой теории не утверждает, что он не мог бы в принципе быть известен наблюдателю.) Согласно внешнему наблюдателю никакое «измерение» в действительности не производилось, поэтому вся эволюция вектора состояния должна была бы происходить в соответствии с U-процедурой. Фотон испускается источником в определенном состоянии (в этом оба наблюдателя сходятся во мнении), и его волновая функция расщепляется на две части с амплитудой $1/\sqrt{2}$ для каждой из частей (тогда квадрат модуля действительно даст вероятность 1/2). Так как всё содержимое контейнера рассматривается внешним наблюдателем как одна квантовая система, линейная суперпозиция альтернатив должна выполняться вплоть до масштабов кошки. Существует амплитуда $1/\sqrt{2}$ того, что фотоэлемент зарегистрирует фотон, и амплитуда $1/\sqrt{2}$ того, что он фотон не зарегистрирует. Обе альтернативы должны быть представлены в состоянии и участвовать в квантовой линейной суперпозиции с равными весами. С точки зрения внешнего наблюдателя кошка есть не что иное, как линейная суперпозиция дохлой и живой кошек!

Убеждены ли мы в том, что в действительности всё обстоит именно так? Сам Шрёдингер ясно и определенно заявил о том, что так не считает. Действительно, свое мнение он аргументировал тем, что U-процедура квантовой механики не должна применяться к чему-нибудь столь большому или столь сложному, как кошка. При попытке применить U-процедуру к столь большому и сложному объекту уравнение Шрёдингера где-то должно утратить силу. Разумеется, Шрёдингер имел право рассуждать так о своем собственном уравнении, но все остальные из нас лишены такой прерогативы! Наоборот, многие физики (в действительности большинство физиков) склонны считать, что в настоящее время имеется весьма много экспериментальных фактов, свидетельствующих в пользу U-процедуры, и нет ни одного экспериментального факта, который свидетельствовал бы против U, поэтому мы не имеем никакого права отказываться от этого типа эволюции даже на уровне кошки. Если принять эту точку зрения, то мы, кажется, будем вынуждены прийти к весьма субъективному представлению о физической реальности. Для внешнего наблюдателя кошка действительно есть не что иное, как линейная комбинация дохлой и живой кошек, и только когда контейнер, наконец, будет вскрыт, вектор состояния кошки коллапсирует в вектор одного из этих двух состояний. С другой стороны, для внутреннего наблюдателя (надлежащим образом защищенного от воздействия синильной кислоты) вектор состояния кошки коллапсировал бы гораздо раньше, и линейная комбинация внешнего наблюдателя

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|\text{живая}\rangle + |\text{дохлая}\rangle\}$$

не имела бы смысла. Создается впечатление, что вектор состояния в конечном счете существует «только в воображении» наблюдателя!

Но можем ли мы принять такую субъективную точку зрения на вектор состояния? Предположим, что внешний наблюдатель не просто «заглядывает» в контейнер, а производит некую более изощренную процедуру. Предположим также, что, исходя из того, что он знает о начальном состоянии внутри контейнера, внешний наблюдатель сначала использует некоторый быстродействующий компьютер, чтобы на основании уравнения Шрёдингера вычислить, какое состояние действительно должно установиться внутри контейнера, и получить («правильный») ответ $|\psi\rangle$ (где $|\psi\rangle$ действительно включает в себя линейную суперпозицию дохлой кошки и живой кошки). Предположим далее, что внешний наблюдатель выполняет над содержимым контейнера <u>тот самый</u> эксперимент, который позволяет отличить состояние |ψ⟩ от любого ортогонального ему состояния. (Как было показано выше, по правилам квантовой механики внешний наблюдатель <u>в принципе</u> может выполнить такой эксперимент, хотя осуществить его на практике было бы чрезвычайно трудно.) Вероятности двух исходов: «да, находится в состоянии |ψ⟩» и «нет, находится в состоянии, ортогональном |ψ⟩» – составляли бы, соответственно, 100% и 0%. В частности, для состояния |χ⟩ = |дохлая⟩ – |живая⟩, <u>ортогонального</u> |ψ⟩, вероятность была бы равна 0. Невозможность состояния |χ⟩ в результате эксперимента может возникнуть только потому, что <u>обе</u> альтернативы |дохлая⟩ и |живая⟩ <u>сосуществуют</u> друг с другом.

То же самое можно было бы утверждать и в том случае, если бы мы подобрали соответствующим образом длины путей фотона (или плотность посеребренного слоя на поверхности зеркала) так, чтобы вместо линейной суперпозиции состояний |дохлая⟩ + |живая⟩ мы имели бы некоторую другую комбинацию, например, |дохлая⟩ – i|живая⟩ и т.д. Все эти различные комбинации приводят к различным экспериментальным следствиям (в принципе!). Таким образом уже говорится не «просто» о некоторой форме сосуществования между жизнью и смертью, от которой зависит судьба нашей несчастной кошки. Допустимы все возможные <u>комплексные</u> комбинации, и все они (в принципе) отличимы одна от другой! Однако наблюдателю, находящемуся внутри контейнера, все эти комбинации представляются несущественными. Кошка <u>либо</u> жива, <u>либо</u> мертва. Каким образом мы можем придать смысл такого рода несоответствию? Я кратко приведу несколько различных точек зрения, высказанных по этому (и аналогичным) вопросу, хотя не подлежит сомнению, что я не смогу всем им дать равнозначную оценку.

§6.23. Различные точки зрения на существующую квантовую теорию

Прежде всего практическая реализация эксперимента, аналогичного тому, который позволяет отличить состояние |ψ⟩) от любого состояния, ортогонального |ψ⟩, наталкивается на очевидные трудности. Не подлежит сомнению, что такой эксперимент <u>на практике</u> невозможен для внешнего наблюдателя. В частности, для этого внешнему наблюдателю понадобилось бы точно знать вектор состояния всего содержимого контейнера (включая наблюдателя, находящегося внутри контейнера), прежде чем он мог бы приступить к вычислению |ψ⟩ в более поздние моменты времени! Однако мы требуем, чтобы такой эксперимент был невозможен не только на практике, но и <u>в принципе</u>, так как в противном случае у нас не было бы права изъять из физической реальности одно из состояний |живая⟩ или |дохлая⟩. Трудность заключается в том, что квантовая теория в том виде, в каком она существует сейчас, не дает никаких указаний относительно того, как должна быть проведена четкая линия между «возможными» и «невозможными» измерениями. Вполне вероятно, что такое четкое разграничение между теми и другими измерениями <u>должно было бы</u> существовать. Но современная квантовая теория не позволяет провести такое разграничение. Чтобы провести разграничительную линию между «возможными» и «невозможными» измерениями, потребовалось бы <u>изменить</u> квантовую теорию.

Во-первых, нередко высказывают точку зрения, согласно которой все трудности исчезли бы, если бы мы адекватно учли «окружающую среду» интересующей нас системы. Действительно, <u>полностью</u> изолировать содержимое контейнера от внешнего мира практически невозможно. Как только окружающая среда начинает влиять на состояние содержимого контейнера, внешний наблюдатель не может считать, что состояние содержимого контейнера задается просто одним вектором состояния. Даже <u>собственное</u> состояние внешнего наблюдателя оказывается сложным образом коррелированным с состоянием содержимого контейнера. Кроме того, с внутренностью контейнера неразрывно связано огромное число различных частиц, эффекты различных возможных линейных комбинаций распространяются всё дальше и дальше во вселенную, охватывая огромное число степеней свободы. Не существует <u>практического</u> способа (например, по наблюдению соответствующих эффектов интерференции), который позволил бы отличить эти комплексные линейные суперпозиции от вероятностно-взвешенных альтернатив. Это не должно быть связано просто с вопросом об изоляции содержимого контейнера от внешней среды. Сама кошка состоит из огромного числа частиц. Таким образом, комплексную линейную комбинацию дохлой кошки и живой кошки можно трактовать <u>как если бы</u> она была просто смесью вероятностей. Но лично я отнюдь не считаю такую трактовку удовлетворительной. Как и в предыдущем рассуждении, мы можем спросить, на какой стадии получение интерференционных эффектов официально объявляется «невозможным», в результате чего квадраты модулей амплитуд в комплексной суперпозиции могут быть объявлены вероятностными весами «дохлой» и «живой» кошки. Даже если «реальность» мира «в действительности» становится (в некотором смысле) действительнозначным вероятностным весом, каким образом это превращается в единственную альтернативу, ту или иную? Я не усматриваю, каким образом реальность может трансформироваться из комплексной (или действительной) линейной суперпозиции двух альтернатив в одну или другую из этих альтернатив на основе одной лишь эволюции U. Мне кажется, что подобный взгляд возвращает нас к субъективной точке зрения на мир.

Иногда высказывают мнение, что сложные системы должны в действительности описываться не «состояниями», а их обобщением, получившим название матриц плотности (фон Нейман [1955]). Последние включают в себя и классические вероятности и квантовые амплитуды. В этом случае для описания реальности берутся много квантовых состояний. Матрицы плотности полезны, но сами по себе они не решают глубоко проблематичные вопросы квантового измерения.

Можно попытаться придерживаться той точки зрения, что реальная эволюция – это детерминистский U-процесс, а вероятности возникают из-за неопределенностей в нашем знании того, что в действительности представляет собой квантовое состояние сложной системы. Такая точка зрения очень близка к «классическому» взгляду на происхождение вероятностей, согласно которому вероятности возникают из неопределенностей в начальном состоянии. Можно представить, что крохотные различия в начальном состоянии могут привести к огромным различиям в эволюции, таким, как «хаос», который встречается у классических систем (см., например, о предсказании погоды в главе 5, с. 146)[137]. Однако такие «хаотические» эффекты просто не могут возникнуть в рамках действия одной лишь U-процедуры, так как U линейна: нежелаемые линейные суперпозиции остаются таковыми навсегда при действии U! Чтобы выделить из нежелаемой суперпозиции ту или иную альтернативу, требуется нечто нелинейное, поэтому самой U-процедуры для этого недостаточно.

Можно придти к другой точке зрения, если заметить, что единственное очевидное несоответствие с наблюдением в эксперименте с кошкой Шрёдилгера возникает, по-видимому, потому, что имеются сознательные наблюдатели один (или два!) внутри и один снаружи контейнера. Возможно, законы комплексной квантовой линейной суперпозиции неприменимы к сознанию! Грубая математическая модель, отражающая эту точку зрения, была предложена Эугеном П. Вигнером [1961]. Вигнер предположил, что линейность уравнения Шрёдингера может нарушаться для существ, наделенных сознанием (или просто «живых» существ), и это уравнение подлежит замене на некоторую нелинейную процедуру, согласно которой та или иная из альтернатив должна быть отброшена. Читателю может показаться, что поскольку я пытаюсь выяснить, какого рода роль могут играть в нашем сознании квантовые явления (а я действительно пытаюсь это выяснить), я должен был бы принять такую точку зрения как очень желательную. Однако она меня совсем не удовлетворяет. Мне кажется, что она приводит к весьма одностороннему и искаженному взгляду на реальность окружающего мира. Те уголки вселенной, где обитает сознание, могут быть весьма малочисленными и разделенными огромными расстояниями. С рассматриваемой точки зрения, только в этих редких и разбросанных на большие расстояния уголках комплексные квантовые линейные суперпозиции могут быть расщеплены на реальные альтернативы. Возможно, что для нас такие особые уголки выглядели бы так же, как и остальная вселенная, так как куда бы мы ни посмотрели (или что бы ни наблюдали каким-либо другим способом), объект наблюдения в силу самого акта нашего сознательного наблюдения оказался бы «расщепленным на альтернативы», независимо от того, было ли или не было такое расщепление произведено до нашего наблюдения. Столь сильная односторонность могла бы привести к весьма искаженной картине реальности нашего мира, и я со своей стороны принял бы ее весьма неохотно.

Существует другая точка зрения, связанная в чем-то с предыдущей, которая сводит роль сознания к другому (противоположному) пределу. Она была выдвинута Джоном Уилером [1938] и получила название соучаствующей (партисипаторной) вселенной. Отметим, например, что эволюция сознательной жизни на нашей планете обусловлена подходящими мутациями, происходившими в различное время. Предположительно это были квантовые события, поэтому

[137] **В.Э.:** Это §5.5 выше в этом томе.

они могли бы существовать только в виде линейной суперпозиции до тех пор, пока они не довели эволюцию до мыслящих существ, самое существование которых зависит от всех «правильных» мутаций, имевших место в действительности! Именно наше присутствие, согласно этой идее, вызывает к существованию наше прошлое. Парадоксальность, присущая этой картине, может вызвать определенный интерес, но я лично вижу в ней много проблем и не считаю правдоподобной.

Другая точка зрения, также по-своему логичная, но приводящая к не менее странной картине – так называемая теория множественности миров,[138] впервые выдвинутая Хью Эвереттом III [1957]. Согласно этой теории R-процедура вообще не имеет места. Вся эволюция вектора состояния (который считается реалистическим) всё время управляется детерминистской U-процедурой. Отсюда следует, что несчастная кошка Шрёдингера вместе с облаченным в защитный костюм наблюдателем внутри контейнера действительно должны существовать в некоторой комплексной линейной комбинации, причем кошка должна представлять собой некоторую суперпозицию живой и дохлой. Однако дохлое состояние коррелировано с одним состоянием сознания наблюдателя, находящегося внутри контейнера, а живое состояние – коррелировано с другим состоянием его сознания (и, частично, с сознанием кошки, а в конечном счете и с состоянием сознания внешнего наблюдателя, после того, как содержимое контейнера открывается его наблюдению). Состояние каждого наблюдателя, с точки зрения Эверетта, надлежит считать «расщепляющимся», так как наблюдатель теперь как бы существует в двух экземплярах, причем каждый из экземпляров обладает различным жизненным опытом (один видит кошку живой, другой – дохлой). В действительности не только наблюдатель, но и весь мир, в котором он обитает, расщепляется на два мира (или на большее число миров) при каждом измерении, производимом им над окружающим миром. Такое расщепление повторяется снова и снова – не только из-за измерений, производимых наблюдателями, но и из-за усиления до макроскопических масштабов квантовых событий, вследствие чего «ветви» этого мира чудовищно множатся. Действительно, каждая альтернативная возможность сосуществовала бы в некоторой огромной суперпозиции. Вряд ли теория множественности миров – самая экономичная точка зрения, но мои собственные возражения связаны отнюдь не с отсутствием экономичности. В частности, я не понимаю, почему сознание непременно должно быть осведомлено только об «одной» из альтернатив в некоторой линейной суперпозиции. Что такое в сознании настоятельно требует, чтобы мы не могли быть «осведомлены» о дразнящей линейной комбинации дохлой и живой кошек? Мне кажется, что необходимо разработать теорию сознания, прежде чем теорию множественности миров удастся обтесать, чтобы она согласовывалась с реальными наблюдениями. Я не вижу, какая взаимосвязь существует между «истинным» (объективным) вектором состояния вселенной и тем, что, как предполагается, мы «наблюдаем». Высказывались мнения, будто в такой картине можно эффективно вывести «иллюзию» R-процедуры, но я не думаю, что подобные утверждения соответствуют истине. В конце концов, для того, чтобы описанная выше схема заработала, необходимы еще некоторые дополнительные компоненты. Мне кажется, что теория множественности миров привносит сама по себе множество новых трудностей, не затрагивая по-настоящему реальные загадки квантового измерения (см. Де Витт, Грэхем [1973]).

§6.24. К чему мы пришли после всего сказанного?

Затронутые выше вопросы в том или ином обличье присутствуют в любой интерпретации квантовой механики – в том виде, в каком эта теория существует в настоящее время. Приведем краткий обзор того, что стандартная квантовая теория в действительности говорит нам о том, каким образом мы должны описывать мир, особенно в отношении этих удивительных вопросов, и затем спросим: куда мы намерены двигаться дальше?

[138] **В.Э.:** Сам Хью Эверетт был личностью эксцентричной, богемного, а не научного склада; свою концепцию он выдвинул в докторской диссертации, после написания которой физикой больше никогда не занимался. А те, кто его идею подхватили, по-моему преследовали другие цели, нежели выяснение истины и действительное построение физической теории. Словом, на самом деле эта концепция вообще не заслуживает серьезного внимания. Пенроуз ей уделяет больше места, чем стоило бы, но это, видимо, происходит потому, что эту концепцию поддерживает его друг Дэвид Дойч ({МОИ № 16}, с.81).

Прежде всего напомним, что описания, даваемые квантовой теорией, по-видимому, разумно (полезно?) применимы только на так называемом квантовом уровне – молекул, атомов или субатомных частиц, а также на бо́льших масштабах при условии, что разности энергии между альтернативными возможностями остаются очень малыми. На квантовом уровне мы должны рассматривать такие «альтернативы» как нечто способное сосуществовать в виде суперпозиции с комплексными коэффициентами. Используемые в качестве весов комплексные числа называются амплитудами вероятности. Каждая из совокупности различных альтернатив с комплексными коэффициентами определяет свое, отличное от других, квантовое состояние, и любая квантовая система должна допускать описание таким квантовым состоянием. Нередко (наиболее ярко это проявилось в примере со спином) бывает и так, что нам нечего сказать относительно того, каковы должны быть «реальные» альтернативы, образующие квантовое состояние, и каковы должны быть всего лишь «комбинации» альтернатив. В любом случае пока система остается на квантовом уровне, квантовое состояние эволюционирует полностью детерминистским образом. Эта детерминистская эволюция и есть U-процесс, управляемый важным уравнением Шрёдингера.

Когда эффекты различных квантовых альтернатив оказываются увеличенными до классического уровня так, что различия между альтернативами становятся столь большими, что мы можем воспринимать их непосредственно, тогда такие суперпозиции с комплексными коэффициентами, по-видимому, перестают существовать. Вместо этого надо образовывать квадраты модулей комплексных амплитуд (т.е. брать квадраты их расстояний до начала координат на комплексной плоскости), и эти действительные числа теперь играют роль настоящих вероятностей для рассматриваемых альтернатив. В реальности физического эксперимента в соответствии с R-процедурой (называемой редукцией вектора состояния, или коллапсом волновой функции; полностью отличной от U) выживает только одна из альтернатив. Именно здесь и только здесь в игру вступает индетерминизм квантовой теории.

Можно серьезно обосновать тезис о том, что квантовое состояние дает объективную картину. Но эта картина может быть сложной и даже парадоксальной. Когда в процессе участвуют несколько частиц, квантовые состояния могут становиться (и обычно становятся) очень сложными. Индивидуальные частицы не имеют своих собственных «состояний», а существуют только в сложных взаимосвязях с другими частицами, называемых корреляциями. Когда частица «наблюдается» в одной области в том смысле, что она «запускает» какой-то эффект, который затем увеличивается до классического уровня, после этого должна вступить в действие R-процедура, а это, по-видимому, оказывает одновременно влияние на все другие частицы, коррелированные с данной частицей. Эксперименты типа Эйнштейна – Подольского – Розена (ЭПР) (например, эксперимент Аспекта, в котором квантовый источник испускает в противоположных направлениях два фотона, а затем, когда фотоны оказываются на расстоянии нескольких метров друг от друга, производится порознь измерение их поляризаций) выявляют четкую наблюдательную суть озадачивающего, но существенного факта квантовой физики: она нелокальна (и поэтому фотоны в эксперименте Аспекта не могут рассматриваться как отдельные независимые сущности)! Если считать, что R-процедура действует объективно (а именно это, насколько можно судить, должно следовать из объективности квантового состояния), то тем самым нарушается дух специальной теории относительности. По-видимому, не существует объективного пространственно-временно́го описания (редуцируемого) вектора состояния, которое не противоречило бы требованиям специальной теории относительности! Однако наблюдательные эффекты квантовой теории не нарушают требований специальной теории относительности.

Квантовая теория умалчивает о том, когда и почему в действительности (или в воображении?) должна иметь место R-процедура. Кроме того, сама по себе R-процедура не дает надлежащего объяснения, почему мир на классическом уровне «выглядит» классическим. «Большинство» квантовых состояний совсем не похожи на классические состояния!

К чему мы пришли после всего сказанного? Я убежден, что необходимо вполне серьезно рассматривать возможность того, что квантовая механика просто неверна, когда ее применяют к макроскопическим телам, или, точнее, что законы U и R дают только превосходные приближения к некоторой более полной, но еще не разработанной теории. И лишь комбинация законов U и R, но не «законы U» в отдельности, дает всё то чудесное согласие с наблюдением, которым так радует существующая ныне теория. Если бы линейность U-процедуры допускала распространение на макроскопический мир, то мы должны были бы принять как физическую реальность комплексные линейные комбинации различных пространственных положений (или различных спинов и т.д.) крикетных шаров и тому подобных макроскопических объектов. Но здравый смысл говорит нам, что мир в действительности ведет себя не так! Крикетные шары действительно могут быть хорошо аппроксимированы описаниями классического мира. Крикетные шары обладают разумно хорошо определенными положениями в пространстве, и их нельзя видеть в двух местах одновременно, как это разрешают линейные законы квантовой механики. Если U- и R-процедуры подлежат замене каким-то более широким законом, то в отличие от уравнения Шрёдингера, этот новый закон должен быть нелинейным (так как R-процедура сама действует нелинейно). Некоторые люди возражают против такого утверждения, совершенно справедливо ссылаясь на то, что глубокое математическое изящество стандартной квантовой теории во многом обусловлено ее линейностью. Однако я считаю, что было бы удивительно, если бы квантовая теория в будущем не претерпела бы некоторых фундаментальных изменений, преобразуясь в такую теорию, к которой линейный вариант стандартной квантовой механики был бы всего лишь приближением. Примеры тому уже имеются. Созданная Ньютоном изящная и мощная теория всемирного тяготения во многом опиралась на то обстоятельство, что силы тяготения суммируются линейно. Но с появлением общей теории относительности Эйнштейна стало ясно, что эта линейность всего лишь приближение (хотя и превосходное), и что изящество теории Эйнштейна превосходит даже изящество теории Ньютона!

Я никогда не скрывал свое убеждение, что решение загадок квантовой теории должно лежать в построении усовершенствованной теории. И хотя подобная точка зрения не общепринята, но также и не совсем отвергнута. (Ее придерживались многие из основателей квантовой теории. Я уже изложил взгляды Эйнштейна. Шрёдингер [1935], де Бройль [1956] и Дирак [1939] также рассматривали стандартную квантовую механику как неокончательную теорию.) Но даже если некто убежден в необходимости каким-то образом модифицировать квантовую теорию, ограничения на то, каким образом может быть произведена такая модификация, оказываются весьма жесткими. Возможно, что в конце концов приемлемой сочтут точку зрения, связанную с использованием «скрытых переменных». Но нелокальность, столь наглядно проявившаяся в экспериментах типа ЭПР, бросает суровый вызов любому «реалистическому» описанию мира, которое может комфортно вписаться в обычное пространство-время – пространство-время того особого типа, которое было дано нам в соответствии с принципами специальной теории относительности, – поэтому я убежден в необходимости гораздо более радикальных изменений. Кроме того, между квантовой механикой и экспериментом не было обнаружено никаких расхождений, если не рассматривать, разумеется, явное отсутствие линейной суперпозиции крикетных шаров как контраргумент. Мое личное мнение сводится к тому, что несуществование линейных суперпозиций крикетных шаров действительно является контраргументом! Но само по себе от этого не много толку. Мы знаем, что на субмикроскопическом уровне квантовые законы действительно работают; но на уровне крикетных шаров действует классическая физика. Где-то между ними находится закон, который нам необходимо понять, чтобы увидеть, каким образом квантовый мир возникает внутри классического мира. Кроме того, я убежден, что этот новый закон нам непременно понадобится, если мы собираемся понять, как функционирует наш разум! А для всего этого, по моему глубокому убеждению, нам необходимо искать новые подходы.

В своем изложении квантовой теории в этой главе я придерживался всецело традиционной точки зрения, хотя, может быть, сильнее, чем обычно, подчеркивал геометрический и «реалистический» аспекты. В следующей главе мы уделим особое внимание поиску недостающих ключевых моментов – того, что, по моему глубокому убеждению, должно нам дать указания на то, какой должна быть усовершенствованная квантовая механика. Наше путешествие начнется у порога нашего дома, но затем мы будем вынуждены значительно удалиться от него. Оказывается, что нам необходимо исследовать весьма далекие области пространства и обратиться даже к самому началу времен!

(Продолжение в файле {PENRO4 = МОИ № 16})

Научно-популярное издание
«Мысли об Истине»
Выпуск № 15
Сформирован 28 июля 2014 года

Все читатели приглашаются принять участие в создании альманаха МОИ и присылать свои статьи и заметки для этого издания по адресу: Marina.Olegovna@gmail.com. Если присланные материалы будут соответствовать направлению Альманаха и минимальным требованиям информативности и корректности, то они будут опубликованы в нашем издании.

Основной вид существования Альманаха МОИ – в виде PDF-файлов в Вашем компьютере. Держите все выпуски МОИ в одной папке. Скачать PDF-ы можно с разных мест в Интернете, и не важно, откуда номер скачан. В Интернете нет одной фиксированной резиденции МОИ.

Содержание